

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

MARCELO LUCENA DE SOUZA

**RASTREAMENTO DE AERONAVES EM MANOBRAS VIA COMBINAÇÃO DE
DESCARTE E FUSÃO DE HIPÓTESES**

**Rio de Janeiro
2015**

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

MARCELO LUCENA DE SOUZA

**RASTREAMENTO DE AERONAVES EM MANOBRAS VIA
COMBINAÇÃO DE DESCARTE E FUSÃO DE HIPÓTESES**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Ernesto Leite Pinto – D.C.

Coorientador: Cel. Alberto Gaspar Guimarães – D.C.

Rio de Janeiro

2015

c2015

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

621.3 Souza, Marcelo Lucena de
S729r Rastreamento de aeronaves em manobras via combinação de descarte e fusão de hipóteses / Marcelo Lucena de Souza, orientado por Ernesto Leite Pinto e Alberto Gaspar Guimarães – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2015.

91p.: il.

Dissertação (Mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2015.

1. Curso de Engenharia Elétrica – teses e dissertações. 2. Radar. I. Pinto, Ernesto Leite. II. Guimarães, Alberto Gaspar. III. Título. IV. Instituto Militar de Engenharia.

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

MARCELO LUCENA DE SOUZA

**RASTREAMENTO DE AERONAVES EM MANOBRAS VIA
COMBINAÇÃO DE DESCARTE E FUSÃO DE HIPÓTESES**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Ernesto Leite Pinto – D.C.

Coorientador: Cel. Alberto Gaspar Guimarães – D.C.

Aprovada em 15 de maio de 2015 pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. Ernesto Leite Pinto – D.C. do IME – Presidente

Cel. Alberto Gaspar Guimarães – D.C. do IME

Cel. Juraci Ferreira Galdino – D.C. do CTEEx/IME

Prof. Raimundo Sampaio Neto – Ph.D. da PUC-Rio

Prof. Marco Antonio Grivet Mattoso Maia – Ph.D. da PUC-Rio

Rio de Janeiro
2015

AGRADECIMENTOS

Muitas pessoas contribuíram de forma significativa para a conclusão deste trabalho. Primeiramente agradeço aos meus orientadores, Prof. Ernesto Leite Pinto e Ten. Cel. Alberto Gaspar Guimarães, cujos conselhos, conhecimento, apoio, incentivo, compreensão e paciência foram de suma importância para o andamento e conclusão deste trabalho. Agradeço também aos demais professores do PGEE do IME, em especial ao Prof. José Antonio Apolinário Jr., que me ajudou bastante durante meus primeiros períodos no IME.

Agradeço aos meus colegas de trabalho e chefes no Parque de Material de Eletrônica da Aeronáutica do Rio de Janeiro (PAME-RJ) pelo apoio e compreensão, em especial ao Ten. Cel. Luiz Sérgio Macedo e à Cap. Talita da Cunha Mattos, por acreditarem no meu trabalho e me incentivarem nos estudos. Agradeço também ao Cel. Antonio Marcos Costa Fonseca, que foi quem primeiro me apresentou ao rastreamento de aeronaves e lançou a semente que se transformou na ideia de fazer mestrado nessa área.

Não poderia deixar de citar os professores que tive durante a graduação no Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco, sobretudo a Prof.^a Edna Natividade da Silva Barros, a quem devo muito da minha formação e que continua sendo um fonte de inspiração para que eu continue estudando, e o Prof. Cristiano Coelho de Araújo, cujos conselhos e apoio foram essenciais no início da minha formação acadêmica.

Agradeço a meus pais e familiares, sem os quais seria impossível chegar aonde cheguei. Agradeço imensamente o apoio e incentivo que tive deles e o sacrifício que fizeram por mim para que eu tivesse a oportunidade de estudar com qualidade.

Por fim, agradeço o apoio que tive dos meus amigos, que no decorrer deste trabalho sempre estiveram presentes e me acompanharam nessa jornada.

"We were wanderers from the beginning."

Pale Blue Dot,

Carl Sagan

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	8
LISTA DE TABELAS	9
LISTA DE SÍMBOLOS	10
LISTA DE SIGLAS	11
1 INTRODUÇÃO	14
2 FUNDAMENTOS DE RASTREAMENTO	19
2.1 Radares de Vigilância Aérea	20
2.2 Estimação da Trajetória do Alvo	21
2.2.1 Estimação de Estado	22
2.2.2 Modelos de Movimento	23
2.2.3 Estimação em Sistemas com Saltos Markovianos	26
2.3 Associação de Dados	28
2.3.1 Modelagem do <i>Clutter</i>	30
2.3.2 Estimativa MEQM Diante de Incerteza sobre a Origem das Observações	31
3 ALGORITMOS DE RASTREAMENTO	33
3.1 Filtragem Sem Incerteza na Origem das Observações	33
3.1.1 Sistema Dinâmico Simples	33
3.1.2 Sistema Dinâmico com Saltos Markovianos (Múltiplos Modelos)	35
3.2 Filtragem com Associação de Dados	41
3.2.1 Filtro PDA	42
3.2.2 IMMPPDAF	44
4 RASTREAMENTO UTILIZANDO PROPAGAÇÃO EFICIENTE DE HIPÓ- TESES	46
4.1 Propagação Eficiente de Hipóteses de Modelo	46
4.1.1 Inicialização	47
4.1.2 Seleção de Hipóteses	48
4.1.3 Propagação de Hipóteses e Estimação de Estado	49
4.2 Formulação de Hipóteses e Estimação de Estado diante de Incertezas sobre Mo- delo e Associação	50
4.3 Propagação Eficiente de Hipóteses Modelo-Associação	51
4.3.1 Inicialização	53
4.3.2 Atualização da Estimativa de Estado	53
5 RESULTADOS NUMÉRICOS	57

5.1	Trajетórias	57
5.2	Rastreamento com Associação de Dados Ideal	62
5.2.1	Erro de Estimacão	63
5.2.2	Custo Computacional	66
5.2.3	Análise dos Resultados	66
5.3	Rastreamento Diante de Incerteza sobre a Origem das Observacões	69
5.3.1	Modelo do Radar	70
5.3.2	Erro de Estimacão	72
5.3.3	Perda de Pistas	78
5.3.4	Custo Computacional	78
5.3.5	Análise dos Resultados	84
6	CONCLUSÕES	85
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 2.1	Estimação de Estado.	19
FIG. 2.2	Exemplo com $r = 2$	27
FIG. 2.3	Exemplo da Região de Validação.	30
FIG. 3.1	Fluxo de Dados no Filtro de Kalman.	34
FIG. 3.2	Propagação de Hipóteses no IMM.	37
FIG. 3.3	Exemplo de Propagação de Hipóteses no B -best ($B = 4, r = 3$).	40
FIG. 3.4	Propagação de Hipóteses no IMMPDFAF.	44
FIG. 4.1	Exemplo de Propagação de Hipóteses no Algoritmo EPMH.	48
FIG. 4.2	Exemplo de Propagação de Hipóteses no Algoritmo EPMAH ($r = 3, m_k = 1$).	56
FIG. 5.1	Trajatória T1.	58
FIG. 5.2	Trajatória T2.	59
FIG. 5.3	Detalhe da Trajetória T3.	60
FIG. 5.4	Trajatória T4.	60
FIG. 5.5	Trajatória T5.	61
FIG. 5.6	Erro RMS de Posição.	64
FIG. 5.7	Erro RMS de Velocidade.	65
FIG. 5.8	Quantidade de Operações de Multiplicação/Divisão entre o IMM, EPMH e B -best.	67
FIG. 5.9	Número de Hipóteses Propagadas pelo Algoritmo EPMH.	68
FIG. 5.10	Erro RMS de Posição no Cenário 1.	74
FIG. 5.11	Erro RMS de Velocidade no Cenário 1.	75
FIG. 5.12	Erro RMS de Posição no Cenário 2.	76
FIG. 5.13	Erro RMS de Velocidade no Cenário 2.	77
FIG. 5.14	Número de Operações de Multiplicação/Divisão no Cenário 1.	80
FIG. 5.15	Número de Hipóteses Propagadas pelo EPMAH no Cenário 1.	81
FIG. 5.16	Número de Operações de Multiplicação/Divisão no Cenário 2.	82
FIG. 5.17	Número de Hipóteses Propagadas pelo EPMAH no Cenário 2.	83

LISTA DE TABELAS

TAB. 2.1	RCS Médio de Alguns Alvos.	21
TAB. 3.1	Equações do Filtro de Kalman.	35
TAB. 5.1	Síntese dos Resultados de Erro RMS.	63
TAB. 5.2	Comparação do Número de Operações de Multiplicação/Divisão.	66
TAB. 5.3	Parâmetros do Modelo de Simulação do Radar.	71
TAB. 5.4	Síntese da Avaliação de Erro RMS - Cenário 1.	72
TAB. 5.5	Síntese da Avaliação de Erro RMS - Cenário 2.	73
TAB. 5.6	Taxa de Perda de Pistas no Cenário 1.	78
TAB. 5.7	Taxa de Perda de Pistas no Cenário 2.	78
TAB. 5.8	Comparação do Número de Operações de Multiplicação/Divisão no Cenário 1.	79
TAB. 5.9	Comparação do Número de Operações de Multiplicação/Divisão no Cenário 2.	79

LISTA DE SÍMBOLOS

x	—	Vetor de estado
z	—	Vetor de observação
P	—	Matriz de covariância
\hat{x}	—	Estimativa de x
k	—	Inteiro que representa um determinado instante de tempo discreto
$\hat{x}_{k k}$	—	Estimativa de x para o instante k produzida com informação em k
$\hat{x}_{k k-1}$	—	Estimativa de x para o instante k produzida com informação em $k - 1$
$E[\cdot]$	—	Valor esperado do argumento $[\cdot]$
$P\{\cdot\}$	—	Probabilidade do evento discreto $\{\cdot\}$
$p[\cdot]$	—	Função densidade de probabilidade do argumento $[\cdot]$
σ_a	—	Desvio padrão da variável aleatória a
P_D	—	Probabilidade de detecção
P_{FA}	—	Probabilidade de alarme falso
$\Gamma(\cdot)$	—	Função gama
δ_{kl}	—	Função delta de Kronecker
g	—	Aceleração da gravidade ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$)

LISTA DE SIGLAS

EPMAH	<i>Efficient Propagation of Model-Association Hypotheses</i> , Propagação Eficiente de Hipóteses de Modelo-Associação
EPMH	<i>Efficient Propagation of Model Hypotheses</i> , Propagação Eficiente de Hipóteses de Modelo
fdp	função densidade de probabilidade
GPB- n	<i>Generalized Pseudo-Bayesian</i> de ordem n , Pseudo-Bayesiano Generalizado de ordem n
IMM	<i>Interacting Multiple Model</i> , Múltiplos Modelos Interativos
JPDA	<i>Joint Probabilistic Data Association</i> , Associação Probabilística de Dados Conjunta
MEQM	Mínimo Erro Quadrático Médio
MHT	<i>Multiple Hypotheses Tracking</i> , Rastreamento com Múltiplas Hipóteses
NM	<i>Nautical Miles</i> , Milhas Náuticas, igual a 1852 metros
PDA	<i>Probabilistic Data Association</i> , Associação Probabilística de Dados
RCS	<i>Radar Cross Section</i> , Seção Transversal Radar
RMS	<i>Root Mean Squared</i> , Raiz Média Quadrática
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i> , Relação Sinal-Ruído

RESUMO

O rastreamento de alvos aéreos é importante para prover de forma acurada uma situação aérea sintética em sistemas de defesa aérea e de controle de tráfego aéreo. O rastreamento produz uma estimativa do estado do alvo, denominada por "pista", e é usualmente dividido em duas etapas: na primeira, são selecionadas possíveis observações originadas do alvo de interesse dentre todas as observações produzidas pelo sensor. Nessa etapa, são criadas hipóteses de associação para indicar prováveis associações entre uma observação e a pista (estimativa) do alvo sendo rastreado. Na segunda etapa, a pista é atualizada tendo como base as hipóteses de associação resultantes, em um processo denominado filtragem.

Nesse contexto, alvos em manobras tornam o problema de rastreamento ainda mais difícil devido às mudanças imprevisíveis na dinâmica do alvo, que podem resultar no aumento do erro de estimação e em perdas de pista (perda de rastreamento). A abordagem de filtragem com múltiplos modelos enfrenta esse problema pela utilização de hipóteses de modelo que capturam diferentes dinâmicas do alvo (modos de voo), e cuja filtragem é realizada condicionada a essas hipóteses de modelo. O *Interacting Multiple-Model* (IMM) é o algoritmo com múltiplos modelos mais utilizado na indústria para rastreamento de alvos em manobras. Apesar do seu uso difundido, o IMM produz estimativas imprecisas quando projetado para rastrear alvos com grande capacidade de manobra.

Este trabalho apresenta uma nova estratégia para o rastreamento de alvos manobráveis com o objetivo de produzir estimativas mais precisas e obter menos perdas de pista quando comparado ao algoritmo IMM. Essa estratégia é referenciada como "propagação eficiente de hipóteses" e é baseada na seleção criteriosa de hipóteses durante diferentes modos de voo do alvo. Dois algoritmos de rastreamento são propostos utilizando essa estratégia: o primeiro propaga eficientemente hipóteses de modelo com base em uma observação para o alvo a cada instante (não há incerteza quanto a origem da observação), enquanto o segundo propaga as hipóteses de modelo e de associação.

Diversos cenários de rastreamento foram simulados nos quais os algoritmos propostos foram comparados com a estratégia de propagação de hipóteses do IMM. Os resultados mostram um desempenho superior dos algoritmos propostos, produzindo menor erro médio de estimação e menor taxa de perda de pista, com aproximadamente a mesma carga computacional.

ABSTRACT

Airborne target tracking is important to provide accurate aerial situation awareness to any air defence or air traffic control system. Its implementation yields target state estimates, denoted as "tracks", and is usually divided in two steps: firstly, sensor measurements that may have been originated from the target of interest are selected among all the measurements produced by the sensor. In this step, association hypotheses are created to capture feasible measurement-to-track associations. Secondly, the track of the target of interest is updated based on association hypotheses, in a process called track filtering.

In this context, maneuvering targets plays a challenging role due to the unpredictable changes in target dynamics that may result in higher estimation errors and track losses. The multiple-model approach to track filtering addresses this problem by defining model hypotheses that capture different target dynamics (modes-of-flight), in which filtering is done conditioned to these model hypotheses. The Interacting Multiple-Model (IMM) is the most adopted multiple-model algorithm for tracking maneuvering targets by the industry. Despite its popularity, the IMM produces inaccurate estimates when tracking highly maneuverable targets.

This work presents a new strategy to track maneuvering targets aiming yielding more accurate estimates as well as less track losses compared to the IMM algorithm. This strategy is referred to as "efficient propagation of hypotheses" and it is based on a judicious selection of hypotheses during different target modes-of-flight. Two tracking algorithm are proposed using this strategy: one that efficiently propagates model hypotheses, addressing only track filtering, and a second algorithm that efficiently propagates both model and association hypotheses.

Several tracking scenarios were simulated in which the proposed algorithms were compared with the IMM. Numerical results show superior performance of the proposed algorithms, yielding less average estimation errors and less track losses, with the same computational footprint.

1 INTRODUÇÃO

Com o surgimento da aviação no início do século XX e a proliferação de voos realizados nos âmbitos civil e militar, tornou-se necessária a avaliação da situação aérea em uma determinada região, de modo que as aeronaves pudessem ser detectadas e acompanhadas a partir do solo. Tal necessidade provém de requisitos de defesa aérea, nos quais a determinação da quantidade e posição de aeronaves hostis é essencial para o planejamento e emprego eficiente de recursos de defesa e ofensivas aéreas, e também para apoiar a navegação e controle de aeronaves civis em um determinado espaço aéreo.

Antes da Segunda Guerra Mundial, a avaliação da situação aérea era realizada de forma visual ou por escutas, na qual operadores verificavam a presença de alvos aéreos utilizando binóculos, holofotes, ou detectores acústicos. O desempenho desses meios de detecção dependiam fortemente de fatores como luminosidade disponível e condições atmosféricas, tornando-os ineficientes, além de, mesmo em condições ótimas, terem curto alcance.

Uma melhor avaliação só foi obtida com o emprego do radar durante a Segunda Guerra Mundial. O radar, palavra oriunda do acrônimo em inglês *Radio Detection and Ranging*, utiliza ondas eletromagnéticas refletidas pela superfície alvos aéreos para determinar a presença e estimar a distância desses alvos, possuindo alcance consideravelmente maior do que os meios de detecção visuais e acústicos, sendo também mais robusto às condições climáticas.

Um dos primeiros exemplos de sucesso do emprego do radar foi sua utilização sistemática pela Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial como ferramenta de alerta antecipado de ataques aéreos (PERUSICH, 1997; GRIFFITHS, 2014).

Nas décadas seguintes, o radar foi aperfeiçoado e seu emprego difundido em praticamente todos os países. Hoje, o radar é uma tecnologia bem consolidada e radares de vigilância são encontrados em todos os sistemas de defesa aérea e em sistemas de controle de espaço aéreo para fins civis.

A observação do alvo produzida pelo radar, como toda informação gerada por instrumentos de medição, está sujeita a erros de instrumentação (SALICONE, 2014), definidos como "ruído de observação". Nos radares de vigilância, esse ruído é causado por limitações de resolução e interferências, como ruídos térmicos e eletromagnéticos, e faz com que essas observações apresentem desvios aleatórios em relação a posição real do alvo.

Para aumentar a precisão da informação de posição do alvo, é necessário realizar uma suavização da trajetória obtida com as observações realizadas pelo radar, de modo a reduzir os efeitos do ruído de observação.

Além da ocorrência de ruído na observação da posição, informações importantes como vetor velocidade e aceleração do alvo não são obtidas diretamente com as observações do alvo produzidas no radar ¹. Essas informações, incluindo a posição, correspondem ao "estado" do alvo e são

¹ Alguns radares medem a velocidade radial do alvo pelo efeito *doppler*.

essenciais para o gerenciamento da situação aérea em determinada região, onde é possível prever posições futuras, tendências de voo, histórico e realizar classificação de alvos.

O problema da determinação do estado do alvo a partir de observações ruidosas é usualmente abordado por técnicas de estimação (TREES; BELL, 2013). Nessa abordagem, o estado do alvo e suas observações são dados instantaneamente por vetores aleatórios gerados por processos estocásticos. Em geral, as estatísticas desses processos são obtidas a partir de informações do movimento esperado do alvo e de parâmetros conhecidos do radar (BLACKMAN; POPOLI, 1999). Para a estimação do estado do alvo, é comumente utilizado o critério de mínimo erro quadrático médio (MEQM), no qual a estimativa é dada pela média *a posteriori* do estado (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001).

O filtro de Kalman, proposto em 1960 (KALMAN, 1960), é utilizado em diversas aplicações nas quais se deseja estimar o estado de um sistema a partir de observações ruidosas (CRASSIDIS; JUNKINS, 2011) e o rastreamento de aeronaves é uma dessas aplicações.

O desempenho do filtro de Kalman em rastreamento de aeronaves depende fortemente de que o modelo do filtro esteja bem ajustado à dinâmica do alvo, o que em geral não é satisfeito devido à sua imprevisibilidade. A dinâmica do alvo não prevista pelo modelo de transição de estado do filtro de Kalman poderia, numa abordagem mais simples, ser incorporada no "ruído de processo" (ZARCHAN; MUSOFF, 2005). Nesta abordagem, a variância do ruído de processo seria ajustada de acordo com a aceleração esperada para o alvo no período de amostragem. No rastreamento de aeronaves altamente manobráveis, é de se esperar que essa variância seja alta. Contudo, com um nível elevado de ruído, são produzidas estimativas imprecisas (BLAIR, 2008).

Para mitigar essa situação, duas alternativas são possíveis: a primeira, mais direcionada a uma solução por "hardware", é diminuir o período de amostragem do radar, conseqüentemente diminuindo a variância do ruído de processo do filtro. Este cenário é implementado nos radares com a tecnologia de arranjo de antenas em fase (*phased array*), que realizam varredura eletrônica. Nesses radares, quando é detectado um alvo, o radar entra em "modo de bloqueio" e ilumina o alvo constantemente, gerando várias observações em um curto espaço de tempo (STIMSON et al., 2014). A desvantagem dessa solução é o custo bastante elevado comparado a radares de vigilância que realizam varredura mecânica para cobrir a mesma área de vigilância.

A segunda opção, com menor custo por ser uma "solução por software", é incorporar as mudanças no modo de voo do alvo na definição do problema de rastreamento. Esta é a motivação para a definição da abordagem de rastreamento com múltiplos modelos (LI; JILKOV, 2005) e é o foco deste trabalho. Nessa abordagem, o alvo é suposto como um sistema que pode mudar seu modo de voo dentre vários modos conhecidos e cada modo é descrito por um modelo de equações de estado. Este tipo de modelo é conhecido na literatura como sistemas com saltos Markovianos (BAR-SHALOM; CHALLA; BLOM, 2005).

A obtenção da estimativa de estado sob o critério de mínimo erro quadrático médio (MEQM) para esses sistemas requer a computação da média condicional do estado, obtida a partir de uma função densidade de probabilidade (fdp) representada por uma mistura de Gaussianas na qual a quantidade de componentes cresce exponencialmente com o tempo, cujo tratamento é inviável

computacionalmente. Cada termo da mistura é condicionado a uma possível sequência de "hipóteses de modelo". Algoritmos práticos realizam diversas aproximações para esta fdp, combinando dois ou mais termos da mistura ou descartando termos improváveis (LI; JILKOV, 2005). Dentre os algoritmos propostos na literatura, o *Interacting Multiple Model* (IMM) (BLOM; BAR-SHALOM, 1988) é amplamente difundido em diversos sistemas de rastreamento reais (HOGENDOORN; REKKAS; NEVEN., 1999; HEIDGER; MATHIAS, 2008) e é aceito como sendo o algoritmo com melhor custo-benefício (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001).

O IMM possui no entanto uma séria desvantagem: como sua estimativa é produzida pela combinação de todos os modelos ("fusão" de termos da mistura Gaussiana), a contribuição de um modelo com um nível elevado de ruído (caso do rastreamento de aeronaves altamente manobráveis), apesar de ponderada, pode deteriorar a estimativa final do algoritmo (LI; BAR-SHALOM, 1996).

Outros algoritmos com múltiplos modelos foram propostos na literatura e são apresentados em (PITRE; JILKOV; LI, 2005) e (LI; JILKOV, 2005). Ao contrário da estratégia de fusão de hipóteses realizada pelo IMM, alguns desses algoritmos realizam propagação direta de hipóteses, descartando termos da mistura Gaussiana baseando-se em algum critério adequado (estratégia de "descarte") ou realizando combinações das duas estratégias. Os algoritmos *B*-best (LI; JILKOV, 2005), Viterbi (PITRE; JILKOV; LI, 2005) e MMMH (DRIESSEN; BOERS, 2001) são exemplos desses algoritmos, e podem produzir erros menores que o IMM em algumas situações (PITRE; JILKOV; LI, 2005). A maior dificuldade desses algoritmos é que um compromisso entre desempenho e custo computacional é difícil de ser atingido.

No rastreamento de aeronaves utilizando radares de vigilância, além do problema de estimação da trajetória do alvo (filtragem), se faz necessário selecionar, antes da filtragem, as observações correspondentes ao alvo de interesse dentre todas as observações geradas pelo radar. Isso ocorre porque podem ser geradas observações a partir de detecções espúrias, de outros alvos, havendo portanto uma incerteza a respeito da origem da observação. A necessidade dessa seleção leva ao problema da associação de dados.

Este problema tem sido abordado pela definição de eventos de associação ("hipóteses de associação") relativos às prováveis observações que podem ter sido originadas pelo alvo de interesse. Quando tratado isoladamente da abordagem com múltiplos modelos, o problema da associação de dados supõe um sistema com único modelo de estado, onde a fdp condicional do estado do alvo é dada por uma mistura de densidades Gaussianas contendo o histórico de todas as possíveis associações, o que, assim como a estimativa MEQM com múltiplos modelos, é inviável computacionalmente.

O filtro de associação probabilística de dados (PDA) (BAR-SHALOM; DAUM; HUANG, 2009), e sua extensão para múltiplos alvos, o JPDA, são algoritmos bastante difundidos na literatura que tratam das incertezas de associação. Nesses casos, todos os eventos de associação são combinados recursivamente por uma única fdp Gaussiana, tornando o algoritmo simples porém limitado. Por outro lado, o algoritmo MHT (*Multiple Hypotheses Tracking*) (BLACKMAN, 2004) propaga todo o histórico de associações em uma janela de tempo com profundidade N , onde a

árvore de hipóteses pode crescer muito rapidamente. Devido a limitações de recursos computacionais, o MHT utiliza estratégias de redução de hipóteses para manter o número de hipóteses de associação em limites viáveis (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011). Como a geração de hipóteses no MHT é similar à obtida com a aplicação do critério MEQM (sem considerar o problema com múltiplos modelos), o MHT é considerado o método preferido de associação de dados em sistemas complexos de rastreamento (BAR-SHALOM; DAUM; HUANG, 2009). Sua carga computacional é várias ordens de grandeza maior do que a do filtro PDA (BAR-SHALOM; DAUM; HUANG, 2009), apesar de gerar hipóteses levando em conta apenas eventos de associação.

Para abordar de forma mais completa o problema do rastreamento se faz necessário combinar as hipóteses de associação e as de modelo para tratar as duas incertezas simultaneamente. Porém, o custo computacional nesse caso é bastante alto por causa do crescimento acentuado do número de hipóteses em um curto espaço de tempo, mesmo em algoritmos sub-ótimos. Por exemplo, caso o MHT levasse em conta também as incertezas de modelo, sua árvore de hipóteses cresceria ainda mais rapidamente a níveis impraticáveis. Consequentemente, poucos algoritmos que tratam as duas incertezas de maneira sistemática têm sido propostos. O IMMPDAF (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011) é um exemplo de uma dessas contribuições, onde os filtros de Kalman no IMM são substituídos por filtros PDA. Nesse algoritmo, os filtros PDA condicionados a cada modelo combinam as hipóteses de associação em uma única fdp Gaussiana, enquanto a "parte" IMM do algoritmo propaga as hipóteses condicionadas a cada modelo. Não obstante, assim como o IMM, o IMMPDAF produz estimativas bastante imprecisas quando projetado para rastrear alvos ágeis.

Levando em consideração as dificuldades de rastreamento mencionadas acima e resumidas a seguir:

- Inviabilidade computacional do cálculo da estimativa MEQM para o rastreamento de alvos em manobras devido ao crescimento exponencial do número de hipóteses de modelo;
- Alto custo computacional no tratamento sistemático de hipóteses de modelo e de associação;
- e
- Deterioração da estimativa da solução clássica (algoritmos IMM, IMMPDAF) para o rastreamento de alvos altamente manobráveis,

este trabalho apresenta uma nova abordagem de propagação de hipóteses que contorna o crescimento exponencial de hipóteses utilizando ambas as estratégias de descarte e fusão. A ideia básica da estratégia proposta é propagar diretamente apenas hipóteses com alta massa de probabilidade (etapa de descarte), e combinar algumas hipóteses inicialmente descartadas em um único termo (etapa de fusão). Dessa maneira, um excelente compromisso entre desempenho e custo computacional é atingido, como mostram os resultados obtidos. Essa estratégia de propagação é denominada neste trabalho como "propagação eficiente de hipóteses". As contribuições deste trabalho são, portanto:

- propor um algoritmo que utiliza a propagação eficiente de hipóteses para o rastreamento de alvos ágeis, considerando apenas hipóteses de modelo (não considerando o problema de associação de dados); e
- generalizar a proposta do algoritmo anterior para tratar sistematicamente hipóteses de modelo e associação, sendo capaz de rastrear um alvo ágil utilizando múltiplas observações de radares de vigilância.

Este trabalho está dividido em 6 capítulos. No próximo capítulo são apresentados os fundamentos teóricos utilizados em rastreamento de aeronaves. No Capítulo 3, os algoritmos utilizados como referência são discutidos, e em seguida, no Capítulo 4, as propostas deste trabalho são detalhadas. No Capítulo 5, os resultados numéricos são apresentados e, logo após, as conclusões e propostas para trabalhos futuros são discutidas.

2 FUNDAMENTOS DE RASTREAMENTO

O processo de estimação do estado de um objeto em movimento a partir de observações realizadas por um sensor remoto é designado por rastreamento. A dinâmica desse objeto pode ser representada por um sistema estocástico cujo estado verdadeiro é desconhecido. As observações desse sistema são obtidas pelo sensor, as quais estão corrompidas pelo ruído de observação. Desse modo, se faz necessário o emprego de um estimador de estado com a finalidade de se reduzir o efeito do ruído, obtendo-se uma estimativa mais precisa do estado do sistema. O estimador de estado utiliza informações da dinâmica do sistema, modelagem da geração das observações, caracterização dos ruídos presentes e informações *a priori* para gerar as estimativas de estado. Em geral, é possível se obter uma medida de incerteza dessas estimativas (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001). Este processo é descrito graficamente na FIG. 2.1.

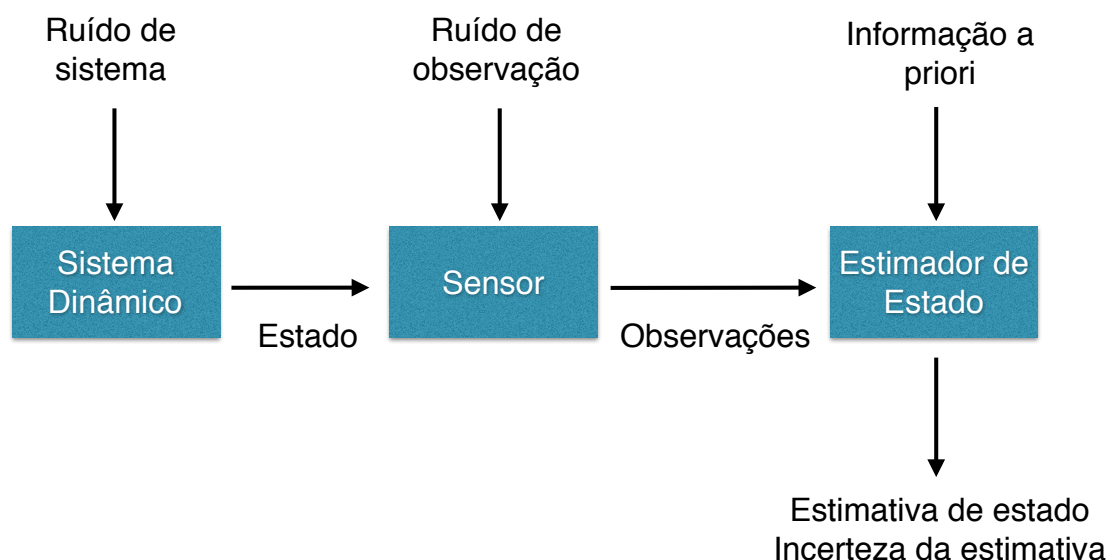


FIG. 2.1 – Estimação de Estado.

O rastreamento de alvos aéreos utilizando radares de vigilância é dividido em duas partes (BLACKMAN; POPOLI, 1999): a primeira é a estimação de estado, na qual o estado estimado do alvo é atualizado sequencialmente a partir de observações do alvo obtidas pelo radar. Em geral se supõe que nessa etapa não há incerteza sobre a origem das observações, de forma que cada observação utilizada para atualizar o estado do alvo é considerada como originada por este alvo. Esta etapa também é conhecida como "filtragem ou estimação da trajetória do alvo" (BAR-SHALOM; BLAIR, 2000). A segunda parte, denominada "associação de dados", trata o problema de associar

uma determinada observação a um alvo. O problema de associação de dados consiste em distinguir as observações que foram originadas pelo alvo de interesse de observações geradas por ruídos, interferências ou originada de outros alvos. É necessário também considerar que o alvo possui uma determinada probabilidade de detecção menor que 1. A associação de dados e a estimação da trajetória do alvo, quando tratados conjuntamente, são conhecidos na literatura como rastreamento em *clutter* (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

Este capítulo apresenta os conceitos básicos das duas partes do rastreamento, assim como as características dos radares de vigilância que são utilizados como sensores no rastreamento.

2.1 RADARES DE VIGILÂNCIA AÉREA

O radar de vigilância aérea funciona de acordo com o princípio do eco: o transmissor do radar emite um pulso eletromagnético de alta potência em uma determinada direção e, na presença de uma aeronave, é refletido de volta para a antena do radar uma parte do pulso que atinge a superfície dessa aeronave.

Os tipos de radares mais comuns empregados em vigilância aérea executam varredura mecânica ou eletrônica, dependendo do tipo da antena. Radares com varredura mecânica são mais baratos e são comumente empregados em controle de tráfego aéreo e vigilância aérea de grandes volumes de espaço aéreo. Esses radares cobrem 360° , mas, por limitações físicas, seu período de rotação tem duração em torno de 4 a 15 segundos, dependendo do radar. Por outro lado, nos radares que realizam varredura eletrônica, esta é executada por um arranjo de pequenas antenas em fase sem partes móveis, podendo gerar observações de um alvo com períodos de amostragem pequenos, da ordem de poucos segundos (STIMSON et al., 2014). Esses radares têm visibilidade limitada somente à região de abrangência do arranjo de antenas. Radares com varredura eletrônica podem ter uma cobertura de 360° com a combinação de vários arranjos de antenas que cubram todos os azimutes, a um custo bastante elevado. No Brasil, por exemplo, todos os radares de vigilância aérea realizam varredura mecânica, embora sejam utilizados radares de rotação mecânica que realizam varredura eletrônica para determinar a altitude do alvo, como o radar AN/TPS-77 (LOCKHEED MARTIN, 2013), denominado de TPS-B34 pela Força Aérea Brasileira (BRASIL, 2014).

A detecção de uma aeronave ocorre quando a amplitude do sinal retornado ao radar ultrapassa um limiar de detecção, cujo valor depende de modelagens probabilísticas do ruído de observação do sinal que é refletido pelo alvo e de testes estatísticos com base no critério de Neyman-Pearson (RICHARDS, 2005). Devido a diversos fatores, externos ou internos ao radar, podem ocorrer, por exemplo, detecções falsas. Fatores que podem gerar essas detecções correspondem às reflexões do solo, mar e formações meteorológicas, assim como ao ruído térmico e às interferências eletromagnéticas em geral. Essas detecções falsas são denominadas *clutter*.

Outro fator que influencia a detecção é a refletividade do alvo em relação às ondas eletromagnéticas. A uma determinada distância, quanto maior a superfície de reflexão do alvo, mais fácil para o radar detectá-lo. Essa superfície é conhecida na literatura por *radar cross section*, ou RCS (RICHARDS, 2005), e é medida em metros ao quadrado. O RCS não depende da área

física do alvo, mas da geometria e do seu material de fabricação. A frequência e polarização do pulso emitido pelo radar também influencia na refletividade do alvo. A TAB. 2.1 apresenta alguns valores representativos de RCS para alguns alvos.

TAB. 2.1 – RCS Médio de Alguns Alvos.

Alvo	RCS (m^2)
Míssil	0.5
Aeronave monomotor de pequeno porte	1
Aeronave de caça pequeno porte	2
Aeronave comercial	40
Aeronave jumbo	100

Fonte: (RICHARDS, 2005)

A RCS não é constante e, dependendo do ângulo do alvo em relação ao radar, este valor pode variar consideravelmente. O cálculo analítico da RCS de um alvo real é extremamente complexo e, ao invés do cálculo exato, são utilizadas distribuições de probabilidade para modelar as flutuações no seu valor. Dado que a RCS relaciona a energia do eco que é retornado para o radar, ela está diretamente ligado com a probabilidade de detecção do alvo. Uma consequência disso é que, para uma mesma distância, o alvo pode ou não ser detectado.

As considerações de que o alvo tem probabilidade de detecção menor que 1 e a ocorrência de clutter no processamento do radar dão origem à necessidade da etapa de associação de dados no rastreamento, onde é necessário distinguir as medições do alvo de interesse de detecções falsas, assim como supor que o alvo pode não ter sido detectado em um determinado instante (BLACK-MAN; POPOLI, 1999).

2.2 ESTIMAÇÃO DA TRAJETÓRIA DO ALVO

Ignorando o problema de associação de dados, que será abordado na Seção 2.3, o vetor aleatório x representa o estado do alvo e sua estimativa, \hat{x} , é obtida pelo critério de mínimo erro quadrático médio (MEQM). A estimativa \hat{x}^{MEQM} tem seu valor obtido pela média do vetor de estado condicionada às observações (média *a posteriori*) (TREES; BELL, 2013), ou seja,

$$\hat{x}^{MEQM} = E[x|z]. \quad (2.1)$$

Nos casos em que x e z são conjuntamente Gaussianos, \hat{x}^{MEQM} é dado por (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001)

$$\hat{x}^{MEQM} = \bar{x} + P_{xz}P_{zz}^{-1}(z - \bar{z}), \quad (2.2)$$

onde $\bar{x} = E[x]$, $\bar{z} = E[z]$, $P_{xz} = E[(x - \bar{x})(z - \bar{z})^T]$ e $P_{zz} = E[(z - \bar{z})(z - \bar{z})^T]$. A matriz de covariância da distribuição de x condicionada a z (ou distribuição *a posteriori*) é a matriz de covariância do erro de estimação e é obtida por

$$P_{xx|z} = E[(x - \hat{x}^{MEQM})(x - \hat{x}^{MEQM})^T] = P_{xx} - P_{xz}P_{zz}^{-1}P_{zx}. \quad (2.3)$$

As equações (2.2) e (2.3) são fundamentais na estrutura de estimação utilizada em rastreamento e definem a distribuição $p[x|z]$, que admite-se Gaussiana.

A ideia de recursividade surge naturalmente em rastreamento devido ao processamento sequencial da informação obtida com os radares de vigilância, onde a cada ciclo do radar é gerada uma nova observação do alvo. Seja z_k a observação do alvo gerada no instante k e

$$Z^k \triangleq \{z_i\}_{i=1}^k, \quad (2.4)$$

definida como a sequencia de observações geradas até k . A informação a priori em k corresponde a toda a informação processada até $k - 1$, ou seja, oriunda de Z^{k-1} . A média condicional de x_k a todas as observações até k é dada por

$$\hat{x}_{k|k} \triangleq E[x_k|Z^k] \quad (2.5)$$

e a média *a priori* de x_k é

$$\hat{x}_{k|k-1} \triangleq E[x_k|Z^{k-1}]. \quad (2.6)$$

De maneira semelhante,

$$P_{k|k} \triangleq E[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T|Z^k] \quad (2.7)$$

e

$$P_{k|k-1} \triangleq E[(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(x_k - \hat{x}_{k|k-1})^T|Z^{k-1}]. \quad (2.8)$$

Substituindo (2.5) e (2.7) em (2.2) e (2.3), obtém-se as equações recursivas para obtenção de \hat{x}_k^{MEQM} e a respectiva matriz de covariância, onde $\bar{x} = \hat{x}_{k|k-1}$ e $P_{xx} = P_{k|k-1}$ (TREES; BELL, 2013).

2.2.1 ESTIMAÇÃO DE ESTADO

Considera-se um modelo discreto no tempo, sendo o vetor de estado no instante k denotado por x_k .

A equação de estado do sistema é dada por:

$$x_{k+1} = F_k x_k + u_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.9)$$

onde F_k é a matriz de transição de estado e u_k é uma sequência aleatória Gaussiana e branca, de média nula e matriz de covariância Q_k . Esta sequência é denominada ruído de sistema ou ruído de processo. Admite-se que $E[u_k u_l^T] = Q_k \delta_{kl}$ sendo δ_{kl} a função delta de Kronecker. O estado inicial x_0 é modelado como um vetor aleatório Gaussiano de média e covariância conhecidas.

A equação de observação do sistema é:

$$z_k = H_k x_k + w_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.10)$$

onde H_k é a matriz de observação e a sequência w_k , similar a u_k , é um processo Gaussiano branco de média nula e matriz de covariância R_k . As matrizes F_k , H_k , Q_k e R_k são consideradas conhecidas, podendo ser variantes no tempo, e os processos u_k e w_k são independentes entre si, assim como independentes do estado inicial x_0 .

Sob essas condições, o estimador de estado recursivo de mínimo erro quadrático médio é dado pelo filtro de Kalman (KALMAN, 1960) e várias derivações das suas equações podem ser encontradas na literatura (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001; TREES; BELL, 2013; KAY, 1998; BROOKNER, 1998). Essas equações serão apresentadas no próximo capítulo.

Desde que foi proposto, o filtro de Kalman tem sido aplicado em diversas áreas (ZARCHAN; MUSOFF, 2005; CRASSIDIS; JUNKINS, 2011) e o rastreamento de alvos aéreos é uma dessas aplicações (TREES; BELL, 2013).

O alvo de interesse pode ser modelado por um sistema descrito pelas equações (2.9) e (2.10), sendo o vetor de estado composto pela posição do alvo e suas derivadas (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001). A matriz F_k está relacionada ao modelo de movimento de alvo, sendo comum utilizar equações de movimento uniforme ou uniformemente variado.

Na aplicação do filtro de Kalman em rastreamento de alvos aéreos, o movimento especificado por F_k é em geral limitado e não descreve as diferentes manobras que o alvo pode executar. Nesse caso, o processo u_k serve também para modelar movimentos não previstos por F_k na forma de perturbações aleatórias no estado do alvo, e as estatísticas de u_k devem refletir a natureza desses movimentos não previstos (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

2.2.2 MODELOS DE MOVIMENTO

A seguir, são apresentados dois modelos utilizados para descrever o movimento do alvo, onde, para fins de demonstração, é suposto que o rastreamento é realizado em uma coordenada cartesiana genérica. Esses e outros modelos são descritos com detalhes em (LI; JILKOV, 2003).

- Modelo de Segunda Ordem, Velocidade Quase-Constante ou de Aceleração como Ruído Branco

Nesse modelo, supõe-se que o alvo possui um movimento com velocidade constante. Para este modelo, o vetor de estado do alvo é composto por sua posição e velocidade e, dado que T é o período de amostragem, a matriz de transição de estado é igual a

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

que descreve o movimento do alvo em velocidade constante. A sequência u_k modela acelerações do alvo como ruído branco. Este modelo é também denominado de "segunda ordem" porque o ruído branco está na derivada de segunda ordem da posição (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001). Nesse modelo, u_k em (2.9) é definido como

$$u_k = \Gamma v_k, \quad \text{onde } \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 \\ T \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

onde v_k é um processo estocástico escalar estacionário. A variância de v_k é σ_v^2 e Γ é o ganho do ruído (aceleração) na posição e velocidade do alvo, de forma que a matriz de covariância Q_k pode

ser escrita como

$$Q_k = E[\Gamma v_k v_k \Gamma^T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T^4 & \frac{1}{2}T^3 \\ \frac{1}{2}T^3 & T^2 \end{bmatrix} \sigma_v^2. \quad (2.13)$$

O valor de σ_v é um parâmetro de projeto do filtro e deve ser inicializado de acordo com o perfil de aceleração do alvo a que se deseja rastrear. Uma regra geral é definir σ_v no intervalo $0.5a_{\max} \leq \sigma_v \leq a_{\max}$, sendo a_{\max} a aceleração máxima esperada do alvo no período de amostragem (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011). Um estudo mais detalhado de como inicializar σ_v pode ser encontrado em (BLAIR, 2008).

As equações do modelo de segunda ordem para o rastreamento em uma coordenada cartesiana genérica são, portanto:

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 \\ T \end{bmatrix} v_k \quad (2.14)$$

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + w_k \quad (2.15)$$

- Modelo de Terceira Ordem, Aceleração Quase-Constante ou de Aceleração como Processo de Wiener

O vetor de estado do modelo de aceleração quase-constante contém, além da posição e velocidade, a aceleração do alvo. Nesse caso, a arrancada (terceira derivada da posição) é modelada como ruído branco, e por isso o modelo é denominado de "terceira ordem". Contudo, é mais conveniente definir o ruído em termos da aceleração (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001), sendo a aceleração incrementada aleatoriamente, implicando na aceleração como um processo de Wiener.

A derivação do modelo é similar ao modelo de segunda ordem e as equações correspondentes são dadas a seguir:

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix} v_k \quad (2.16)$$

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + w_k \quad (2.17)$$

Vale ressaltar que nos dois modelos v_k representa a aceleração e que as diretrizes para definir σ_v são as mesmas. A obtenção da matriz Q_k no modelo de terceira ordem também é similar.

- Rastreamento no Plano 2-D ou no Espaço 3-D

O vetor de estado dos modelos de segunda e terceira ordens, apresentados nesta seção, representam a posição, a velocidade e, no caso do modelo de terceira ordem, também a aceleração do alvo em uma coordenada genérica. No rastreamento no plano 2-D ou no espaço 3-D, o vetor de estado é estendido de forma a conter todas as componentes do sistema de coordenadas em questão¹.

¹ É considerado o desacoplamento entre as coordenadas do plano ou espaço.

Por exemplo, supondo um modelo de terceira ordem no plano, o modelo do sistema é dado por

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2}T^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v_k \quad (2.18)$$

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + w_k, \quad (2.19)$$

representando a posição com suas derivadas no plano x-y e cujas sequencias de ruído v_k e w_k são vetores bidimensionais com componentes independentes entre si.

RASTREAMENTO UTILIZANDO OBSERVAÇÕES OBTIDAS COM RADARES

O vetor de estado é dado em coordenadas cartesianas porque o movimento mais comum da aeronave, o movimento uniforme, é linear nesse sistema de coordenadas (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

Contudo, o radar gera observações em coordenadas polares ou esféricas, conforme seja 2-D ou 3-D. Assumindo um radar 2-D, essas observações são dadas por

$$z_k^p = \begin{bmatrix} r_k \\ \alpha_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{r_k} \\ w_{\alpha_k} \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

onde r_k e α_k são respectivamente a distância e o azimuth verdadeiros do alvo em relação ao radar no instante k e w_{r_k} e w_{α_k} são suas correspondentes sequências de erro de observação. Estas sequências são supostas Gaussianas, brancas, com média zero e desvios padrão conhecidos. Os desvios padrão de w_{r_k} e w_{α_k} são σ_r e σ_α respectivamente, de forma que

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\alpha^2 \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Nesse caso, as equações de estado e observação são dadas por

$$x_{k+1} = F_k x_k + u_k \quad (2.22)$$

$$z_k = h[k, x_k] + w_k, \quad (2.23)$$

onde

$$h(k, x_k) = \begin{bmatrix} \sqrt{x_k(1) + x_k(2)} \\ \arctan\left(\frac{x_k(2)}{x_k(1)}\right) \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

e $x_k(1)$ e $x_k(2)$ identificam as componentes do vetor posição no plano cartesiano.

Devido às observações do radar terem uma relação não-linear com o estado do alvo, faz-se necessário um dos seguintes procedimentos:

- utilizar alguma versão do filtro de Kalman capaz de lidar com a não-linearidade em $h(k, x_k)$, como o filtro de Kalman estendido, ou outra técnica alternativa (STONE et al., 2013); ou
- realizar a conversão de coordenadas de polar/esférica para coordenadas cartesianas, onde a relação entre a observação e estado passa a ser linear, de modo que o filtro de Kalman pode ser empregado.

Ambas as soluções têm vantagens e desvantagens, e dependendo da situação específica uma pode ser mais indicada do que a outra. Por exemplo, para radares de longo alcance, com raio de cobertura da ordem de 1000 km ou mais, a primeira opção é mais indicada (TIAN; BAR-SHALOM, 2009).

Não obstante, para os radares considerados neste trabalho, com raio de cobertura de no máximo 400 km (250 NM), pode-se utilizar a conversão padrão para coordenadas cartesianas (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

A conversão padrão é dada por:

$$z_k^c = \begin{bmatrix} z_k^p(1) \cos[z_k^p(2)] \\ z_k^p(1) \sin[z_k^p(2)] \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Esta conversão pode levar a uma polarização do filtro, onde a posição prevista do alvo não coincide com a média das posições das observações. Isto ocorre quando

$$\frac{r_k \sigma_\alpha^2}{\sigma_r} > 0.4. \quad (2.26)$$

Nestes casos, a conversão despolarizada descrita em (LONGBIN et al., 1998) deve ser aplicada.

O emprego da conversão de coordenadas implica que os erros de observação do radar em distância e azimute, antes descorrelacionados, quando convertidos para o plano cartesiano ficam correlacionados. Isto deve ser considerado nas equações do filtro de Kalman, o que será visto no capítulo seguinte.

2.2.3 ESTIMAÇÃO EM SISTEMAS COM SALTOS MARKOVIANOS

Uma melhor maneira de rastrear alvos em manobras é realizar a estimação com múltiplos modelos, onde diferentes modelos capturam diferentes modos de voo do alvo e se supõe que o sistema pode mudar o modelo "em vigor" a qualquer instante (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001).

Formalmente, os alvos em manobras são modelados como sistemas lineares estocásticos com saltos Markovianos cujas equações de estado e de observação são dadas por

$$x_{k+1} = F[M_k]x_k + v[k, M_k], \quad k = 0, 1, \dots, \quad (2.27)$$

$$z_k = H[M_k]x_k + w[k, M_k], \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.28)$$

onde M_k representa o modelo em vigor no instante k e pertence ao conjunto de r modelos $\{m_n\}_{n=1}^r$. Os termos x_k , $F[M_k]$, z_k e $H[M_k]$ são respectivamente o vetor de estado, a matriz de transição de

estado, o vetor de observações e a matriz de observação. As sequências aleatórias $v[k, M_k]$ e $w[k, M_k]$ são Gaussianas, de média zero, brancas e independentes entre si, com matrizes de covariância $Q[M_k]$ e $R[M_k]$, respectivamente, correspondendo aos ruídos de processo e observação. Dado M_k , as matrizes $F[M_k]$, $H[M_k]$, $Q[M_k]$ e $R[M_k]$ são consideradas conhecidas, e o estado inicial x_0 é um vetor aleatório Gaussiano de média e matriz covariância conhecidos. A transição entre os modelos é modelada por uma cadeia de Markov com probabilidades de transição $P\{M_k = m_j | M_{k-1} = m_i\} \triangleq p_{ij}$. O conjunto de modelos e as probabilidades de transição são considerados conhecidos.

A estimativa MEQM do estado x_k é dada por (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001)

$$\hat{x}_k^{MEQM-MM} = E[x_k | Z^k] = \sum_{p=1}^{r^k} E[x_k | M^{k,p}, Z^k] P\{M^{k,p} | Z^k\} \quad (2.29)$$

onde $Z^k \triangleq \{z_i\}_{i=1}^k$ contém todas as observações até k e $M^{k,p}$ é a p -ésima sequência de hipóteses de modelo até o instante k e é dada por

$$M^{k,p} = \{M_1 = m_{i_{1,p}}, M_2 = m_{i_{2,p}}, \dots, M_k = m_{i_{k,p}}\}, \quad (2.30)$$

na qual $1 \leq i_{\kappa,p} \leq r$, para $\kappa = 1, \dots, k$. Um exemplo é apresentado na FIG. 2.2 com $r = 2$ e $k = 3$, onde pode-se observar claramente o crescimento exponencial do número de hipóteses.

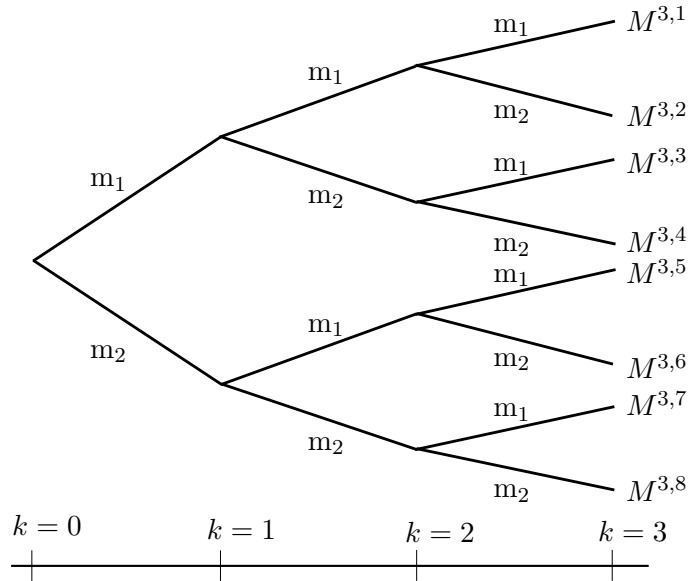


FIG. 2.2 – Exemplo com $r = 2$.

A sequência $M^{k,p}$ é formada recursivamente adicionando-se a hipótese de modelo $M_k = m_j$ a uma sequência antecessora $M^{k-1,t}$

$$M^{k,p} = \{M^{k-1,t}, M_k = m_j\}. \quad (2.31)$$

A seguinte recursão no cálculo da probabilidade *a posteriori* $P\{M^{k,p}|Z^k\}$ é obtida pelo teorema de Bayes:

$$\begin{aligned}
P\{M^{k,p}|Z^k\} &= P\{M^{k,p}|z_k, Z^{k-1}\} \\
&= \frac{1}{c} p[z_k|M^{k,p}, Z^{k-1}] P\{M^{k,p}|Z^{k-1}\} \\
&= \frac{1}{c} p[z_k|M^{k,p}, Z^{k-1}] P\{M_k = m_j, M^{k-1,t}|Z^{k-1}\} \\
&= \frac{1}{c} p[z_k|M^{k,p}, Z^{k-1}] P\{M_k = m_j|M^{k-1,t}, Z^{k-1}\} P\{M^{k-1,t}|Z^{k-1}\},
\end{aligned} \tag{2.32}$$

onde c é uma constante de normalização. A função de verossimilhança acima é dada por

$$p[z_k|M^{k,p}, Z^{k-1}] = \mathcal{N}[z_k; \hat{z}_{k|k-1}^p, S_k^p], \tag{2.33}$$

com $\hat{z}_{k|k-1}^p$ e S_k^p representando respectivamente a predição da observação e sua matriz de covariância condicionadas a sequência de hipóteses de modelo $M^{k,p}$. A probabilidade a priori do modelo em k é

$$P\{M_k = m_j|M^{k-1,t}, Z^{k-1}\} = p_{ij}, \tag{2.34}$$

na qual i identifica o último modelo na sequência $M^{k-1,t}$.

Para se calcular a estimativa em (2.29) no instante k , é necessário obter as estimativas individuais condicionadas a cada uma das r^k sequências $M^{k,p}$, onde $p = 1, \dots, r^k$. Isto implica em um crescimento exponencial do número de filtros de Kalman a cada incremento de k , o que torna essa estimativa MEQM inviável computacionalmente.

Aproximações da estimativa MEQM são realizadas iterativamente através da fusão ou descarte de hipóteses, mantendo-se um número limitado de hipóteses a cada instante (LI; JILKOV, 2005).

A fusão de duas ou mais hipóteses é realizada pela aproximação da mistura de Gaussianas por uma única fdp Gaussiana. Desta forma, se obtém (GUSTAFSSON, 2000):

$$\hat{x}^{merge} = \frac{1}{\alpha^{merge}} \sum_{i=1}^n \alpha^i \hat{x}^i \tag{2.35}$$

$$P^{merge} = \frac{1}{\alpha^{merge}} \sum_{i=1}^n \alpha^i [P^i + (\hat{x}^i - \hat{x}^{merge})(\hat{x}^i - \hat{x}^{merge})^T], \tag{2.36}$$

onde \hat{x}^i , P^i e α^i identificam o vetor média, a matriz de covariância e a probabilidade da i -ésima componente da mistura e \hat{x}^{merge} e P^{merge} são o vetor média e matriz de covariância da fdp Gaussiana resultante.

O descarte de uma hipótese é realizada simplesmente excluindo-se esta hipótese da mistura e normalizando as probabilidades dos termos restantes.

2.3 ASSOCIAÇÃO DE DADOS

Como foi comentado anteriormente, o problema da associação de dados surge da necessidade de selecionar as observações originadas de um determinado alvo de interesse dentre todas as outras observações produzidas pelo radar. É considerado neste trabalho o rastreamento de somente um

alvo, de forma que supõe-se que as observações geradas foram originadas ou pelo alvo de interesse ou por alarmes falsos (*clutter*).

O primeiro passo para enfrentar o problema da associação de dados é restringir o espaço de observação de forma a eliminar observações pouco prováveis de terem sido originadas pelo alvo de interesse. Para isso é utilizada uma "região de validação", ou do inglês, *gate*, e somente as observações dentro desta região são aceitas. A região de validação é obtida levando em consideração a observação prevista do alvo $\hat{z}_{k|k-1}$ e supondo que a observação verdadeira z_k é um vetor aleatório Gaussiano com a seguinte distribuição (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011):

$$p[z_k | Z^{k-1}] = \mathcal{N}[z_k; \hat{z}_{k|k-1}, S_k], \quad (2.37)$$

onde S_k é a matrix de covariância da predição da observação.

A região de validação é definida como

$$\mathcal{V}(k, \gamma) \triangleq \{z : d_k^2 \leq \gamma\}, \quad (2.38)$$

onde

$$d_k^2 = (z - \hat{z}_{k|k-1})^T (S_k)^{-1} (z - \hat{z}_{k|k-1}). \quad (2.39)$$

A distância d_k^2 é chamada de inovação normalizada quadrática, do inglês *normalized innovation squared* (NIS) e tem distribuição de probabilidade chi-quadrada com n_z graus de liberdade, onde n_z é a dimensão do vetor z . A região de validação $\mathcal{V}(k, \gamma)$, para $n_z = 2$, define uma elipse no espaço de observação. γ é denominado limiar da região de validação e tem seu valor obtido de acordo com um valor pré-estabelecido para a probabilidade da observação verdadeira do alvo z_k estar contida na região de validação, aqui denotado por

$$P_G \triangleq \{z_k \in \mathcal{V}(k, \gamma)\}, \quad (2.40)$$

também chamada de probabilidade do *gate*. A escolha de P_G é uma decisão de projeto, sendo comuns valores de 95% e 99%, que, para $n_z = 2$, levam aos valores $\gamma = 5.99$ e $\gamma = 9.2$, respectivamente.

O volume da região de validação é dado por (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011)

$$V_k = c_{n_z} g^{n_z} |S_k|^{1/2} \quad (2.41)$$

sendo

$$c_n = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2 + 1)},$$

$\Gamma(\cdot)$ a função gama e $g = \gamma^{0.5}$.

As observações contidas dentro da região de validação são denominadas "observações validadas" e definem o conjunto

$$Z_k \triangleq \{z_{k,i}\}_{i=1}^{m_k}, \quad (2.42)$$

onde $z_{k,i} \in \mathcal{V}(k, \gamma)$, $i = 1, \dots, m_k$, e m_k é o número de observações validadas.

Eventos de associação são definidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \theta_i &\triangleq \{ \text{a observação } z_{k,i} \text{ foi originada pelo alvo de interesse} \}, \quad i = 1, \dots, m_k \\ \theta_0 &\triangleq \{ \text{nenhuma observação validada foi originada pelo alvo de interesse} \} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Dessa forma, o total de eventos de associação é $m_k + 1$. A FIG. 2.3 apresenta um exemplo com $m_k = 2$. Nesse exemplo, a observação $z_{k,3}$ está fora da região de validação, a qual é descartada e não é considerada para associação. Tem-se então 3 eventos de associação:

- $\theta_1 \rightarrow z_{k,1}$ foi gerado pelo alvo de interesse e $z_{k,2}$ é uma observação espúria;
- $\theta_2 \rightarrow z_{k,2}$ foi gerado pelo alvo de interesse e $z_{k,1}$ é uma observação espúria;
- $\theta_0 \rightarrow$ O alvo não foi detectado ou sua observação está fora da região de validação e ambas observações $z_{k,1}$ e $z_{k,2}$ são espúrias.

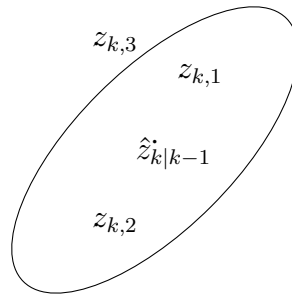


FIG. 2.3 – Exemplo da Região de Validação.

2.3.1 MODELAGEM DO *CLUTTER*

O *clutter*, conforme comentado na Seção 2.1, decorre de observações geradas por reflexões de objetos indesejados ou por ruídos ou interferências diversas. Existem dois tipos de *clutter*, o persistente e o aleatório (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011). O *clutter* persistente é detectado durante vários ciclos do radar devido às reflexões de solo, formações meteorológicas, entre outros, enquanto o *clutter* aleatório, como o próprio nome sugere, tem natureza aleatória. Este trabalho considera apenas o *clutter* aleatório, o qual é aqui referenciado apenas como *clutter*. Supõe-se que o *clutter* persistente pode ser identificado como tal e eliminado antes do rastreamento.

Considerando que o radar possui N células de resolução de mesmo volume, a probabilidade de alarme falso (detecção gerada por *clutter*) em cada uma delas é dado por P_{FA} , cujo valor, adotando o critério de Neyman-Pearson, é uma decisão de projeto. Valores típicos variam de 10^{-4} a 10^{-8} (RICHARDS, 2005). O evento de detecção em uma célula é considerado independente de outras células, de forma que o número de alarmes falsos n_{FA} na região de cobertura do radar segue uma distribuição binomial com valor esperado $N \times P_{FA}$:

$$P\{n_{FA} = a\} = \binom{N}{a} (P_{FA})^a (1 - P_{FA})^{N-a}. \quad (2.44)$$

Como em geral $P_{FA} \ll 1$ e $N \gg 1$, o número de alarmes falsos pode ser aproximado por uma distribuição de Poisson com parâmetro $N \times P_{FA}$ (MEYER, 1984)

$$P\{n_{FA} = a\} = e^{-N \times P_{FA}} \frac{(N \times P_{FA})^a}{a!}. \quad (2.45)$$

Outra possibilidade de modelagem do número de observações geradas por *clutter* é a definição de um processo de Poisson espacial (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011), tendo (2.45) como base. Nesse caso, o processo pode ser definido com média $\rho = P_{FA}/V_c$, onde V_c é o volume da célula de resolução.

As observações de alarme falso são consideradas uniformemente distribuídas no espaço de observação z , de forma que

$$p[z|z \text{ é alarme falso}] = \frac{1}{V_s}, \quad (2.46)$$

onde V_s é o volume de um determinado subespaço de z onde se supõe ocorrer alarme falso. Outras suposições usuais são (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011):

- Na hipótese de que o alvo foi detectado, no máximo uma observação foi originada pelo alvo de interesse, de forma que as demais observações na região de validação são necessariamente alarmes falsos;
- Tanto as observações geradas por alarme falso quanto a observação originada pelo alvo são independentes entre si;
- O alvo é detectado com probabilidade P_D , considerada constante e conhecida.

2.3.2 ESTIMATIVA MEQM DIANTE DE INCERTEZA SOBRE A ORIGEM DAS OBSERVAÇÕES

Seja

$$Z_k = \begin{cases} \{z_{k,j}\}_{j=1}^{m_k} & \text{se } m_k > 0 \\ \emptyset & \text{se } m_k = 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

definido como o conjunto de observações validadas no instante k , onde m_k é o número de elementos de Z_k e $z_{k,j}$ é uma determinada observação validada em k . O conjunto que contém todas as observações, do instante inicial até k , é definido como

$$Z^k = \{Z_i\}_{i=1}^k. \quad (2.48)$$

O histórico de associações é expresso recursivamente como

$$\theta^{k,q} = \{\theta^{k-1,u}, \Theta_k = \theta_i\}, \quad (2.49)$$

onde $\theta^{k,q}$ identifica uma determinada sequência de "hipóteses de associação". Esta sequência é gerada adicionando-se o evento de associação $\Theta_k = \theta_i$, conforme descrito em (2.43), à sequência antecessora $\theta^{k-1,u}$.

Com essas definições, a estimativa MEQM diante de *clutter* é dada por

$$\hat{x}_k^{MEQM_AD} = E[x_k | Z^k] = \sum_{p=1}^{L_k} E[x_k | \theta^{k,q}, Z^k] P\{\theta^{k,q} | Z^k\}, \quad (2.50)$$

onde

$$L_k = \prod_{i=1}^k (1 + m_i) \quad (2.51)$$

é o número total de sequências de hipóteses de associações geradas até o instante k . A probabilidade *a posteriori* da sequência de associação é calculada utilizando o teorema de Bayes:

$$P\{\theta^{k,q} | Z^k\} = \frac{1}{c} p[Z_k | \theta^{k,q}, Z^{k-1}] P\{\Theta_k = \theta_i | \theta^{k-1,u}, Z^{k-1}\} P\{\theta^{k-1,u} | Z^{k-1}\}. \quad (2.52)$$

A função de verossimilhança da hipótese de associação, seguindo a suposição de independência comentada anteriormente, é dada pelo produto das distribuições das observações individuais (equação (2.37), com valores não nulos apenas na região de validação, para a verossimilhança da observação do alvo e equação (2.46) para as dos alarmes falsos). A multiplicação dessas distribuições condicionada aos eventos de associação resulta em

$$\begin{aligned} p[Z_k | \Theta_k = \theta_i, \theta^{k-1,u}, Z^{k-1}] &= p[z_{k,1}, z_{k,2}, \dots, z_{k,m_k} | \Theta_k = \theta_i, \theta^{k-1,u}, Z^{k-1}] \\ &= \begin{cases} (V_k^{m_k-1} P_G)^{-1} \mathcal{N}^*[z_p; \hat{z}_{k|k-1}^u, S_k^u] & i = 1, \dots, m_k \\ V_k^{-m_k} & i = 0 \end{cases}, \end{aligned} \quad (2.53)$$

onde \mathcal{N}^* é uma fdp Gaussiana truncada, com valores não nulos somente na região de validação de probabilidade P_G .

A probabilidade condicional da hipótese de associação no instante k , dada uma sequência de associações e as observações até o instante anterior, considerando um modelo não-paramétrico para o número de alarmes falsos (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011), é expressa como

$$P\{\Theta_k = \theta_i | \theta^{k-1,u}, Z^{k-1}\} = \begin{cases} \frac{1}{m_k} P_D P_G & i = 1, \dots, m_k \\ 1 - P_D P_G & i = 0 \end{cases}. \quad (2.54)$$

A primeira linha de (2.54) corresponde à probabilidade de o alvo ter sido detectado e de sua observação $z_{k,i}$ estar dentro da região de validação, e a segunda linha indica a probabilidade do alvo não ter sido detectado ou de sua observação estar fora da região de validação.

Aqui também a estimativa MEQM requer uma quantidade de memória e de operações que cresce exponencialmente com k , sendo inviável computacionalmente. Implementações práticas, de forma similar ao caso da estimativa com múltiplos modelos, são em geral baseadas em técnicas de fusão e descarte dos termos da mistura Gaussiana que representa a fdp do estado do alvo. Alguns desses algoritmos serão apresentados no próximo capítulo.

3 ALGORITMOS DE RASTREAMENTO

Este capítulo apresenta detalhes dos principais algoritmos utilizados no rastreamento de aeronaves e é dividido em duas partes: na Seção 3.1, são apresentados os algoritmos que estimam o estado do alvo sem considerar o problema da associação de dados, enquanto que a Seção 3.2 aborda os algoritmos que incorporam esse problema no processo de estimação de estado.

3.1 FILTRAGEM SEM INCERTEZA NA ORIGEM DAS OBSERVAÇÕES

Alguns algoritmos utilizados no rastreamento de aeronaves se baseiam na sua modelagem como sistemas dinâmicos simples. Quando se trata de aeronaves em manobra é mais comum o emprego da modelagem de sistemas dinâmicos com saltos Markovianos, também denominados como sistemas com múltiplos modelos. A seguir são apresentados os algoritmos de filtragem mais empregados neste contexto, em conexão com estas duas alternativas de modelagem.

3.1.1 SISTEMA DINÂMICO SIMPLES

Quando se adota um modelo dinâmico linear simples, como o descrito pelas equações (2.9) e (2.10) e pelas condições detalhadas no capítulo anterior, o filtro de Kalman é o estimador recursivo de MEQM (TREES; BELL, 2013). Em cada iteração, o filtro de Kalman realiza duas etapas:

- Predição do estado; e
- Atualização da estimativa de estado dada a observação corrente.

As equações do algoritmo de filtragem de Kalman são brevemente revistas a seguir. Na etapa de predição, a estimativa do estado atual é calculada utilizando as observações passadas, que são aqui denotadas por Z^{k-1} . A predição de MEQM do estado é dada por

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k-1} &= E[x_k | Z^{k-1}] \\ &= F \hat{x}_{k-1|k-1},\end{aligned}\tag{3.1}$$

uma vez que o ruído de processo u_k tem média zero.

A matriz de covariância do erro de predição é dada por

$$\begin{aligned}P_{k|k-1} &= E[(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(x_k - \hat{x}_{k|k-1})^T | Z^{k-1}] \\ &= F P_{k-1|k-1} F^T + Q.\end{aligned}\tag{3.2}$$

De maneira semelhante, a predição da observação e respectiva matriz de covariância são expressas como

$$\begin{aligned}\hat{z}_{k|k-1} &= E[Hx_k + w_k | Z^{k-1}] \\ &= H \hat{x}_{k|k-1}\end{aligned}\tag{3.3}$$

e

$$\begin{aligned} S_k &= E[(z_k - \hat{z}_{k|k-1})(z_k - \hat{z}_{k|k-1})^T | Z^{k-1}] \\ &= HP_{k|k-1}H^T + R, \end{aligned} \quad (3.4)$$

respectivamente.

A atualização da estimativa de estado segue a forma das equações (2.2) e (2.3), sendo o ganho $P_{xz}P_{zz}^{-1}$ calculado por

$$\begin{aligned} W_k &= E[(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(z_k - \hat{z}_{k|k-1})^T | Z^{k-1}] \times \\ &\quad (E[(z_k - \hat{z}_{k|k-1})(z_k - \hat{z}_{k|k-1})^T | Z^{k-1}])^{-1} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$W_k = P_{k|k-1}H^T(S_k)^{-1}.$$

Por fim, as equações de atualização da estimativa de estado e da matriz de covariância do erro de estimação são dadas respectivamente por:

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + W_k[z_k - \hat{z}_{k|k-1}] \quad (3.6)$$

$$P_{k|k} = [I - W_kH]P_{k|k-1}. \quad (3.7)$$

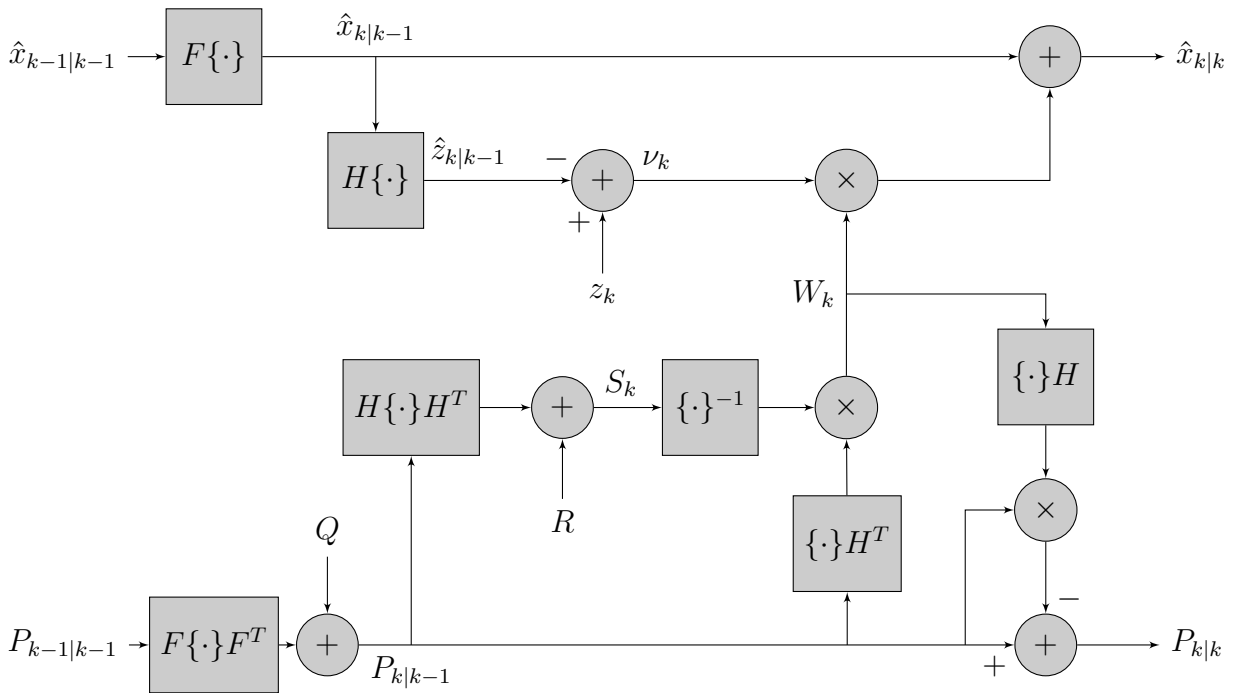


FIG. 3.1 – Fluxo de Dados no Filtro de Kalman.

O fluxo de dados durante a execução de um passo do filtro de Kalman é mostrado na FIG. 3.1, na qual a variável ν_k é definida como $\nu_k \triangleq z_k - \hat{z}_{k|k-1}$. Como referência, as equações do filtro são apresentadas na TAB. 3.1.

TAB. 3.1 – Equações do Filtro de Kalman.

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{k|k-1} &= F\hat{x}_{k-1|k-1} \\
 P_{k|k-1} &= FP_{k-1|k-1}F^T + Q \\
 \hat{z}_{k|k-1} &= H\hat{x}_{k|k-1} \\
 S_k &= HP_{k|k-1}H^T + R \\
 W_k &= P_{k|k-1}H^T(S_k)^{-1} \\
 \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + W_k[z_k - \hat{z}_{k|k-1}] \\
 P_{k|k} &= [I - W_kH]P_{k|k-1}
 \end{aligned}$$

RASTREAMENTO RADAR UTILIZANDO O FILTRO DE KALMAN

Foi visto na Seção 2.2.2 que o radar gera observações não-lineares em relação ao estado do sistema, e, por causa da necessidade de linearidade nas equações de estado e observação do filtro de Kalman, não é possível utilizá-lo diretamente com as observações obtidas dos radares. As modificações do filtro de Kalman que permitem o uso das observações do radar também foram apresentadas na mesma seção.

Neste trabalho, é empregada a conversão padrão de coordenadas. A modificação do filtro de Kalman para esse caso consiste na linearização dos erros obtidos durante conversão de coordenada. Esse procedimento produz uma matriz de covariância do ruído de observação R cheia ao invés de uma matriz diagonal (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

Considerando a observação do alvo na equação (2.20), a distância e azimute são definidos como $r_m \triangleq z_k^p(1)$ e $\alpha_m \triangleq z_k^p(2)$, respectivamente. A matriz de covariância do ruído de observação R após a linearização é expressa como

$$R_k^L = \begin{bmatrix} r_m^2 \sigma_\alpha^2 \cos^2 \alpha_m + \sigma_r^2 \cos^2 \alpha_m & (\sigma_r^2 - r_m^2 \sigma_\alpha^2) \sin \alpha_m \cos \alpha_m \\ (\sigma_r^2 - r_m^2 \sigma_\alpha^2) \sin \alpha_m \cos \alpha_m & r_m^2 \sigma_\alpha^2 \sin^2 \alpha_m + \sigma_r^2 \sin^2 \alpha_m \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Ao receber uma nova observação em coordenadas polares z_k^p , o filtro deve convertê-la para coordenadas cartesianas. Denotando z_k^c o resultado desta conversão, as equações de atualização da estimativa de estado e da matriz de covariância da predição da observação são modificadas para

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{k|k}^c &= \hat{x}_{k|k-1} + W_k[z_k^c - \hat{z}_{k|k-1}] \\
 S_k^c &= HP_{k|k-1}H^T + R_k^c,
 \end{aligned} \quad (3.9)$$

respectivamente, sendo a matriz R_k^c recalculada a cada iteração de acordo com (3.8).

3.1.2 SISTEMA DINÂMICO COM SALTOS MARKOVIANOS (MÚLTIPLOS MODELOS)

A obtenção da estimativa MEQM de um sistema descrito pelas equações (2.27) e (2.28) é inviável computacionalmente devido ao crescimento exponencial do número de hipóteses de modelo. Como foi comentado no final da Seção 2.2.3, estimadores de estado de sistemas lineares com saltos Markovianos, denominados *algoritmos com múltiplos modelos*, utilizam estratégias de redução de hipóteses de forma a manter esse número dentro de limites práticos. Essas estratégias

são baseadas na fusão e descarte de hipóteses, tendo dado origem a diversos algoritmos propostos na literatura e comentados em (LI; JILKOV, 2005; PITRE; JILKOV; LI, 2005).

Ambas as estratégias têm vantagens e desvantagens. Em linhas gerais, algoritmos que utilizam a estratégia de descarte produzem menor erro no estado estacionário comparados com algoritmos baseados em fusão, quando a aeronave mantém velocidade constante. Por outro lado, esses algoritmos são mais sensíveis ao descasamento de modelo¹ e produzem erro maior nas transições entre os diferentes modelos, para as quais a estratégia de fusão tende a ser mais robusta (LI; JILKOV, 2005).

Os principais algoritmos com múltiplos modelos são detalhados a seguir.

ALGORITMOS BASEADOS EM FUSÃO DE HIPÓTESES DE MODELO

Os algoritmos da família *Generalized Pseudo-Bayesian* (GPB- n) e o *Interacting Multiple-Model* (IMM) são os algoritmos mais conhecidos na literatura que empregam a estratégia de fusão de hipóteses de modelo (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001). Os algoritmos GPB- n foram propostos na década de 1970 (ACKERSON; FU, 1970), enquanto o IMM foi desenvolvido em meados da década de 1980 (BLOM, 1984; BLOM; BAR-SHALOM, 1988). O IMM é o algoritmo com múltiplos modelos mais difundido e utilizado em sistemas reais (HOGENDOORN; REKKAS; NEVEN., 1999; HEIDGER; MATHIAS, 2008).

Considerando um sistema com r modelos, a família dos algoritmos GPB- n utiliza uma mistura de Gaussianas com r^{n-1} termos para propagar as hipóteses de modelo, onde cada termo é condicionado a um dos r modelos em uma profundidade temporal de n iterações passadas. A cada ciclo de processamento, o GPB- n gera r^n novas hipóteses, onde as r hipóteses condicionadas ao mesmo modelo em uma profundidade de n são fundidas de forma similar à indicada pelas equações (2.35) e (2.36).

No IMM, a propagação de hipóteses é similar ao GPB-2, diferindo apenas pelo fato que a fusão é realizada antes da observação z_k ser processada, ou seja, condicionada a Z^{k-1} , enquanto no GPB-2 a fusão é realizada condicionada a Z^k . Essa característica do IMM possibilita a execução de somente r filtros de Kalman (comparado a r^2 do GPB-2), reduzindo drasticamente a carga computacional e mantendo um desempenho muito próximo ao do GPB-2. Por essa razão, é amplamente reconhecido na literatura que o IMM tem relação custo-benefício superior à do GPB-2 (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

Os detalhes do algoritmo IMM são apresentados a seguir.

Interacting Multiple-Model - IMM

A título de exemplo, a FIG. 3.2 apresenta um diagrama que ilustra a propagação de hipóteses no IMM num caso em que $r = 3$. Nesta figura, $\hat{x}_{k|k}^{m_j} \triangleq E[x_k | M_k = m_j, Z^k]$. As matrizes de

¹ Quando o modelo utilizando no algoritmo difere do utilizado no sistema verdadeiro, situação que pode ocorrer no rastreamento de aeronaves reais.

covariância $P_{k|k}^{m_j} \triangleq E[(x_k - \hat{x}_{k|k}^{m_j})(x_k - \hat{x}_{k|k}^{m_j})^T]$ e as probabilidades das hipóteses de modelo são omitidas do diagrama.

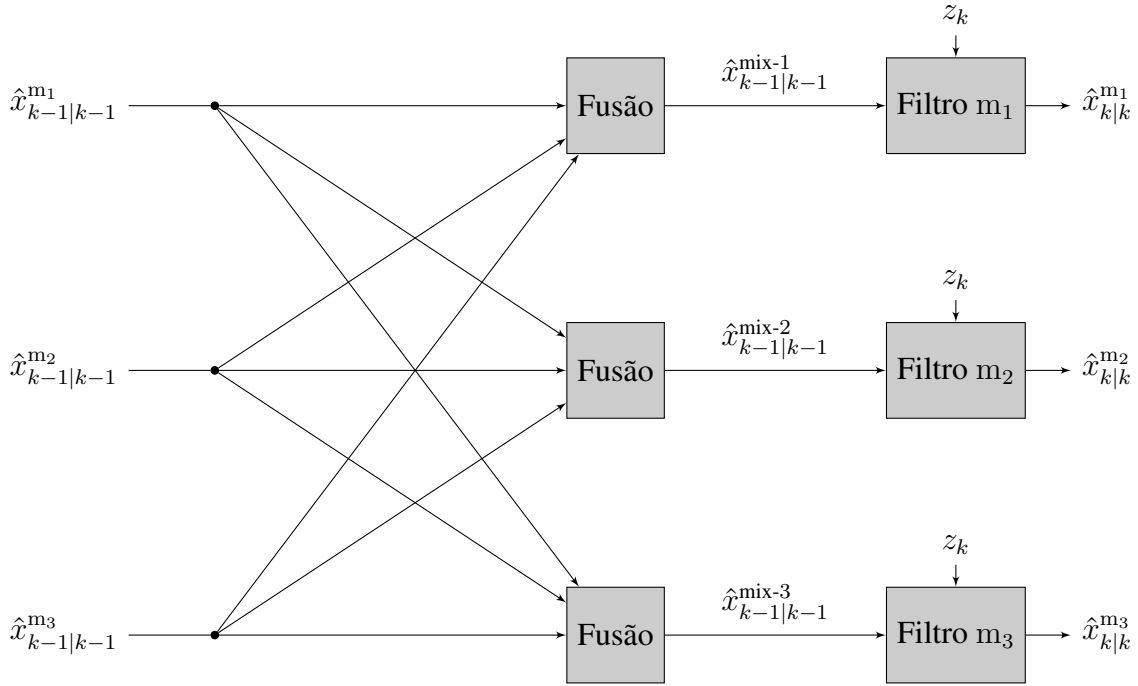


FIG. 3.2 – Propagação de Hipóteses no IMM.

Na FIG. 3.2, $\hat{x}_{k-1|k-1}^{\text{mix-}j}$ é denominada "estimativa misturada" e é utilizada como estimativa em $k - 1$ para o j -ésimo filtro de Kalman. Essa estimativa é obtida pelas seguintes aproximações (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001; BAR-SHALOM; CHALLA; BLOM, 2005). Por conveniência é definida a notação $Z_{\text{IMM}}^k \triangleq \{\hat{x}_{k|k}^{m_i}, P_{k|k}^{m_i}\}_{i=1}^r$:

$$\begin{aligned}
 p[x_{k-1}|M_k = m_j, Z^{k-1}] &= \sum_{i=1}^r p[x_{k-1}|M_{k-1} = m_i, M_k = m_j, Z^{k-1}] \times \\
 &\quad P\{M_{k-1} = m_i|M_k = m_j, Z^{k-1}\} \\
 &\approx \sum_{i=1}^r p[x_{k-1}|M_{k-1} = m_i, M_k = m_j, Z_{\text{IMM}}^{k-1}] \times \\
 &\quad P\{M_{k-1} = m_i|M_k = m_j, Z_{\text{IMM}}^{k-1}\} \\
 &\approx \mathcal{N}[x_{k-1}; \hat{x}_{k-1|k-1}^{\text{mix-}j}, P_{k-1|k-1}^{\text{mix-}j}].
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

A primeira aproximação em (3.10) "resume" todas as observações passadas Z^{k-1} nas r estimativas $\hat{x}_{k-1|k-1}^{m_i}$, enquanto a segunda combina a mistura de Gaussinas com r termos em apenas uma fdp Gaussiana.

O algoritmo IMM é descrito a seguir:

- Obtenção das probabilidades misturadoras:

O primeiro passo no IMM é obter as probabilidades correspondentes à primeira aproximação em (3.10):

$$P\{M_{k-1} = m_i | M_k = m_j, Z_{\text{IMM}}^{k-1}\} = \frac{1}{\bar{c}_j} P\{M_k = m_j | M_{k-1} = m_i, Z_{\text{IMM}}^{k-1}\} P\{M_{k-1} = m_i | Z_{\text{IMM}}^{k-1}\},$$

que resulta em

$$P\{M_{k-1} = m_i | M_k = m_j, Z_{\text{IMM}}^{k-1}\} = \frac{1}{\bar{c}_j} p_{ij} P\{M_{k-1} = m_i | Z_{\text{IMM}}^{k-1}\}, \quad (3.11)$$

onde p_{ij} é a probabilidade de transição entre os modelos i e j . $P\{M_{k-1} = m_i | Z_{\text{IMM}}^{k-1}\}$ é a probabilidade condicional da hipótese de modelo m_i no instante $k - 1$, e \bar{c}_j é uma constante de normalização expressa por (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001)

$$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^r p_{ij} P\{M_{k-1} = m_i | Z_{\text{IMM}}^{k-1}\}. \quad (3.12)$$

- Fusão da mistura:

Cada uma das $j = 1 \dots r$ estimativas $\hat{x}_k^{m_i | m_j}$ é obtida pela fusão da mistura

$$\sum_{i=1}^r p[x_k | M_{k-1} = m_i, M_k = m_j, Z_{\text{IMM}}^{k-1}] P\{M_{k-1} = m_i | M_k = m_j, Z_{\text{IMM}}^{k-1}\}$$

utilizando (2.35) e (2.36), onde $\hat{x}_{k-1|k-1}^{m_i}$ e $P_{k-1|k-1}^{m_i}$ são respectivamente a média e a matriz de covariância de $p[x_k | M_{k-1} = m_i, M_k = m_j, Z_{\text{IMM}}^{k-1}]$.

- Filtragem:

Os r filtros de Kalman são executados com estimativas iniciais $\hat{x}_{k-1|k-1}^{\text{mix-}j}$ e $P_{k-1|k-1}^{\text{mix-}j}$, $j = 1, \dots, r$ e utilizando z_k . Ao final da execução, são obtidos $\hat{x}_{k|k}^{m_j}$, $P_{k|k}^{m_j}$ e a função condicional de verossimilhança do modelo m_j no instante k , a qual é $\Lambda_k^{m_j}$ e dada por:

$$\Lambda_k^{m_j} = p[z_k | M_k = m_j, Z_{\text{IMM}}^{k-1}]. \quad (3.13)$$

- Atualização da probabilidade das hipóteses de modelo:

A probabilidade *a posteriori* de cada uma das $j = 1 \dots r$ hipóteses é atualizada por

$$\begin{aligned} P\{M_k = m_j | z_k, Z_{\text{IMM}}^{k-1}\} &= \frac{1}{c} p[z_k | M_k = m_j, Z_{\text{IMM}}^{k-1}] P\{M_k = m_j | Z_{\text{IMM}}^{k-1}\} \\ &= \frac{1}{c} \Lambda_k^{m_j} \sum_{i=1}^r p_{ij} P\{M_{k-1} = m_i | Z_{\text{IMM}}^{k-1}\} \\ &= \frac{1}{c} \Lambda_k^{m_j} \bar{c}_j, \end{aligned} \quad (3.14)$$

em que \bar{c}_j foi obtido no primeiro passo do IMM e c é uma constante de normalização.

- Composição da estimativa em k :

A estimativa de estado em k é obtida pela fusão da mistura

$$\left\{ \hat{x}_{k|k}^{m_j}, P_{k|k}^{m_j}, P\{M_k = m_j | z_k, Z_{\text{IMM}}^{k-1}\} \right\}, \quad j = 1 \dots r \quad (3.15)$$

de forma idêntica à dada pelas equações (2.35) e (2.36). Cabe notar que este cálculo não é necessário para a recursão do algoritmo IMM.

ALGORITMOS BASEADOS EM DESCARTE DE HIPÓTESES DE MODELO

A ideia básica dos algoritmos baseados em descarte é excluir uma ou mais hipóteses, utilizando um critério adequado. Conforme comentado anteriormente e mostrado em (PITRE; JILKOV; LI, 2005), algoritmos baseados em descarte têm a vantagem de produzir baixos erros de estimação em períodos de velocidade constante (estados estacionários). Não obstante, para manter o erro nas fases de início e término de manobras comparável com o obtido em algoritmos baseados em fusão, um número relativamente grande de hipóteses deve ser propagadas, elevando-se consideravelmente o custo computacional desses algoritmos. Por essa razão, poucos algoritmos baseados em descarte têm sido propostos na literatura (LI; JILKOV, 2005). Alguns exemplos serão comentados a seguir.

No algoritmo B-best (PITRE; JILKOV; LI, 2005), o descarte de hipóteses é realizado sistematicamente, de forma que apenas as B hipóteses com probabilidades *a posteriori* mais altas são propagadas para a próxima iteração. Fica claro que o parâmetro B define o compromisso entre desempenho e custo computacional. O algoritmo de Viterbi (PITRE; JILKOV; LI, 2005) retém a melhor hipótese associada a cada modelo, com um total de r hipóteses propagadas a cada iteração. Esses algoritmos são descritos em (PITRE; JILKOV; LI, 2005).

Outra possibilidade é definir um limiar de probabilidade λ , de modo que hipóteses com probabilidade *a posteriori* abaixo desse limiar são descartadas (DRIESSEN; BOERS, 2001).

O algoritmo B-best é detalhado a seguir.

B-BEST

No algoritmo B-best, a partir das B hipóteses sobreviventes do instante anterior, referenciadas por \hat{x}_{k-1}^i , $i = 1, \dots, B$, são geradas novas $B \times r$ hipóteses no instante k , denotadas \hat{x}_k^{i,m_j} , $i = 1, \dots, B$, $j = 1, \dots, r$. Após a atualização das probabilidades *a posteriori* da mistura com $B \times r$ termos, é propagada para a próxima iteração a mistura obtida a partir da seleção dos B termos mais prováveis.

Essa ideia é apresentada graficamente na FIG. 3.3 considerando $B = 4$ e $r = 3$. Para simplificação do diagrama, as matrizes de covariância e as probabilidades das hipóteses são omitidas.

Os passos do algoritmo B-best são:

- Filtragem:

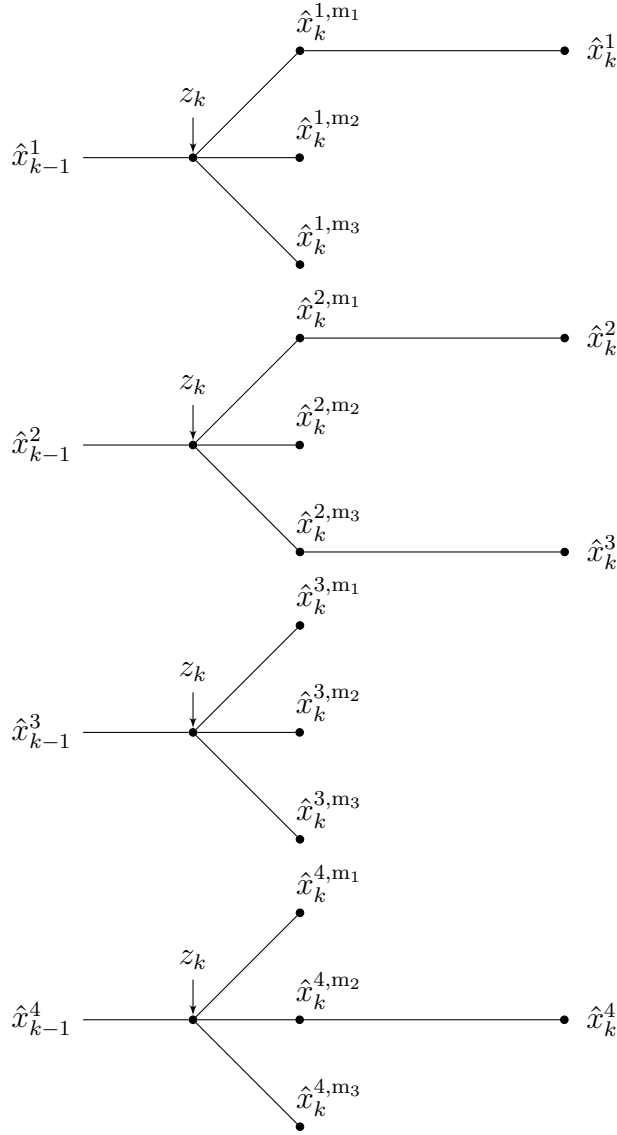


FIG. 3.3 – Exemplo de Propagação de Hipóteses no B -best ($B = 4, r = 3$).

Utilizando a observação z_k , são produzidas as estimativas condicionais \hat{x}_k^{i,m_j} , $i = 1, \dots, B$, $j = 1, \dots, r$, empregando $B \times r$ filtros de Kalman. Cada filtro ij tem estimativa inicial $\{\hat{x}_{k-1}^i, P_{k-1}^i\}$ e é condicionado ao modelo m_j , produzindo $\{\hat{x}_k^{i,m_j}, P_k^{i,m_j}\}$.

- Atualização da probabilidade *a posteriori*:

Considerando que a probabilidade da estimativa condicional $\{\hat{x}_{k-1}^i, P_{k-1}^i\}$ é $P\{B_{k-1} = i | Z^{k-1}\}$, a atualização da probabilidade *a posteriori* das $B \times r$ hipóteses geradas é dada por

$$P\{B_k^{i,j} | Z^k\} = \frac{1}{c} p[z_k | M_k = m_j, \{\hat{x}_{k-1}^i, P_{k-1}^i\}] p_{q(i)j} P\{B_{k-1} = i | Z^{k-1}\}, \quad (3.16)$$

onde $i = 1, \dots, B$, $j = 1, \dots, r$, $q(i)$ identifica o modelo que gerou a estimativa condicional $\{\hat{x}_{k-1}^i, P_{k-1}^i\}$ e c é uma constante de normalização.

- Seleção de hipóteses:

As B hipóteses $\{\hat{x}_k^{i,m_j}, P_k^{i,m_j}\}$ com maior probabilidade $P\{B_k^{i,j}|Z^k\}$ são selecionadas para serem propagadas para a próxima iteração. Esse conjunto de hipóteses é definido como $\{\hat{x}_k^{p(j)}, P_k^{p(j)}\}_{j=1}^B$, onde $p(j)$ identifica as estimativas a serem propagadas.

- Normalização da probabilidade das hipóteses selecionadas:

As probabilidades das hipóteses selecionadas são normalizadas e propagadas para a próxima iteração.

- Combinação da estimativa em k :

As B hipóteses podem ser fundidas de forma similar à dada nas equações (2.35) e (2.36).

3.2 FILTRAGEM COM ASSOCIAÇÃO DE DADOS

Os algoritmos implementados para associação de dados podem ser divididos em dois grupos: os que realizam apenas a associação de dados e os algoritmos que incorporam este problema na filtragem. Exemplos do primeiro grupo, que tratam o problema da associação de dados de maneira separada, são os algoritmos de "vizinhança mais próxima" e o *Multiple Hypothesis Tracker* (MHT) (BLACKMAN; POPOLI, 1999).

No algoritmo de vizinhança mais próxima é selecionada a observação z_k que mais se aproxima da predição $\hat{z}_{k|k-1}$, enquanto o MHT cria hipóteses de rastreamento para cada evento factível e evolui essas hipóteses ao longo do tempo. O MHT utiliza uma abordagem com profundidade temporal para decidir quais hipóteses de rastreamento são válidas e quais são espúrias. Em outras palavras, as hipóteses são criadas e mantidas até surjam novas observações que as neguem, ou até que alguma restrição computacional seja atingida (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011). Por esta razão, o MHT possui um custo computacional alto (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

Nestes algoritmos focados na associação de dados, a etapa de filtragem é vista como um processamento à parte e pode ser executada por um filtro de Kalman simples, pelo IMM, ou qualquer outro algoritmo de filtragem (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011; BLACKMAN et al., 1999).

O interesse do presente trabalho recai sobre os algoritmos que incorporam o problema da associação de dados no processo de filtragem, ou seja, em que as hipóteses de associação são tratadas durante a filtragem. Os algoritmos mais utilizados nesse caso são o *probabilistic data association filter* (PDAF) (BAR-SHALOM; MARCUS, 1980) e o IMM-PDAF (BAR-SHALOM, 1990).

Tanto o filtro PDA quanto o IMM-PDAF consideram que há apenas um alvo de interesse² e que o *clutter* é descrito pelo modelo da Seção 2.3.1.

Estes algoritmos são apresentados com mais detalhes em seguida.

² Uma extensão do filtro PDA para múltiplos alvos é o *joint* PDA (JPDA), apresentado em (FORTMANN; BAR-SHALOM; SCHEFFE, 1980)

3.2.1 FILTRO PDA

O filtro PDA evita o crescimento exponencial da mistura em (2.50) aproximando iterativamente toda a informação passada em apenas uma pdf Gaussiana (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011). Ou seja,

$$p[x_{k-1}|Z^{k-1}] \approx \mathcal{N}[x_{k-1}; \hat{x}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1}]. \quad (3.17)$$

Dessa forma, o filtro PDA propaga apenas uma hipótese, formada pela fusão de todas as hipóteses de associação no tempo k .

O algoritmo pode ser dividido em 4 etapas: predição, validação das observações, associação de dados e atualização de estado. A seguir cada etapa é apresentada em detalhes.

- **Predição:**

A predição do filtro PDA é similar à implementada no filtro de Kalman. A partir dos parâmetros do instante anterior, $\hat{x}_{k-1|k-1}$ e $P_{k-1|k-1}$, as equações de predição são:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k-1} &= F\hat{x}_{k-1|k-1} \\ \hat{z}_{k|k-1} &= H\hat{x}_{k|k-1} \\ P_{k|k-1} &= FP_{k-1|k-1}F^T + Q \\ S_k &= HP_{k|k-1}H^T + R. \end{aligned} \quad (3.18)$$

- **Validação das observações:**

Utilizando $\hat{z}_{k|k-1}$ e S_k , a região de validação é determinada por (2.38). As observações validadas no instante k são definidas por Z_k como em (2.42), sendo m_k o número de observações validadas.

- **Associação de dados:**

As probabilidades de associação no filtro PDA são dadas por (KIRUBARAJAN; BAR-SHALOM, 2004; BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011):

$$\beta_k^i = \begin{cases} \frac{\epsilon_k^i}{1 - P_D P_G + \sum_{j=1}^{m_k} \epsilon_k^j} & i = 1, \dots, m_k \\ \frac{1 - P_D P_G}{1 - P_D P_G + \sum_{j=1}^{m_k} \epsilon_k^j} & i = 0 \end{cases}, \quad (3.19)$$

cujo termo $\beta_k^i \triangleq P\{\Theta_k = \theta_i | Z^k\}$, o índice i corresponde aos eventos de associação em (2.43) e

$$\epsilon_k^i \triangleq (1/\rho) \cdot P_D \cdot \mathcal{N}[z_i; \hat{z}_{k|k-1}, S_k], \quad (3.20)$$

sendo ρ a densidade espacial de *clutter* apresentada na Seção 2.3.1. Em uma abordagem não-paramétrica, $\rho = m_k/V_k$, onde V_k é o volume da região de validação. P_D e P_G são respectivamente a probabilidade de detecção do alvo e a probabilidade de sua observação estar contida na região de validação.

- Atualização do estado e da matriz de covariância:

A equação de atualização de estado no filtro PDA é obtida pela forma recursiva da estimativa MEQM e aplicação da aproximação (3.17), que combina toda informação em uma única hipótese (BAR-SHALOM; DAUM; HUANG, 2009).

Considera-se a estimativa no instante k dada por

$$\hat{x}_{k|k} = \sum_{i=0}^{m_k} \hat{x}_{k|k}^i \beta_k^i, \quad (3.21)$$

onde $\hat{x}_{k|k}^i$ é a estimativa condicionada ao evento de associação i , calculada como

$$\hat{x}_{k|k}^i = \hat{x}_{k|k-1} + W_k(z_k^i - \hat{z}_{k|k-1}), \quad i = 1, \dots, m_k, \quad (3.22)$$

uma vez que o ganho de Kalman W_k não depende da hipótese de associação em k . Quando $i = 0$, $\hat{x}_{k|k}^0 = \hat{x}_{k|k-1}$.

A estimativa do filtro PDA é dada por

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k}^{PDA} &= \sum_{i=0}^{m_k} [\hat{x}_{k|k-1} + W_k(z_k^i - \hat{z}_{k|k-1})] \beta_k^i \\ &= \hat{x}_{k|k-1} + W_k \sum_{i=1}^{m_k} (z_k^i - \hat{z}_{k|k-1}) \beta_k^i \\ &= \hat{x}_{k|k-1} + W_k \sum_{i=1}^{m_k} \nu_k^i \beta_k^i \\ &= \hat{x}_{k|k-1} + W_k \nu_k, \end{aligned} \quad (3.23)$$

onde $\nu_k^i \triangleq (z_k^i - \hat{z}_{k|k-1})$ e

$$\nu_k \triangleq \sum_{i=1}^{m_k} \beta_k^i \nu_k^i.$$

Para $i = 0$, $z_k^0 \triangleq \hat{z}_{k|k-1}$, de modo que $\nu_k^0 = 0$.

A atualização matriz de covariância é obtida por

$$\begin{aligned} P_{k|k}^{PDA} &= E[(x_k - \hat{x}_{k|k}^{PDA})(x_k - \hat{x}_{k|k}^{PDA})^T | Z^k] \\ &= \sum_{i=0}^{m_k} E[(x_k - \hat{x}_{k|k}^{PDA})(x_k - \hat{x}_{k|k}^{PDA})^T | \theta_i Z^k] \beta_k^i \\ &= \sum_{i=0}^{m_k} [P_{k|k}^i + (\hat{x}_{k|k}^i - \hat{x}_{k|k}^{PDA})(\hat{x}_{k|k}^i - \hat{x}_{k|k}^{PDA})^T] \beta_k^i, \end{aligned} \quad (3.24)$$

onde a última linha de (3.24) é da mesma forma que a expressão (2.36). Após algumas simplificações, $P_{k|k}^{PDA}$ é calculada por (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011)

$$P_{k|k}^{PDA} = \beta_k^0 P_{k|k-1} + (1 - \beta_k^0) P_{k|k}^c + \tilde{P}_k, \quad (3.25)$$

onde

$$P_{k|k}^c = P_{k|k-1} - W_k S_k W_k^T$$

e

$$\tilde{P}_k = W_k \left[\sum_{i=1}^{m_k} \beta_k^i \nu_k^i (\nu_k^i)^T - \nu_k (\nu_k)^T \right] W_k^T.$$

3.2.2 IMMPDAF

O IMMPDAF combina a abordagem de múltiplos modelos do algoritmo IMM com a associação probabilística do filtro PDA. O objetivo é explorar as vantagens da abordagem dos algoritmos de múltiplos modelos para alvos manobráveis em um ambiente com *clutter*. O IMMDAF é similar ao IMM, como mostra o exemplo da FIG. 3.4 com 3 modelos.

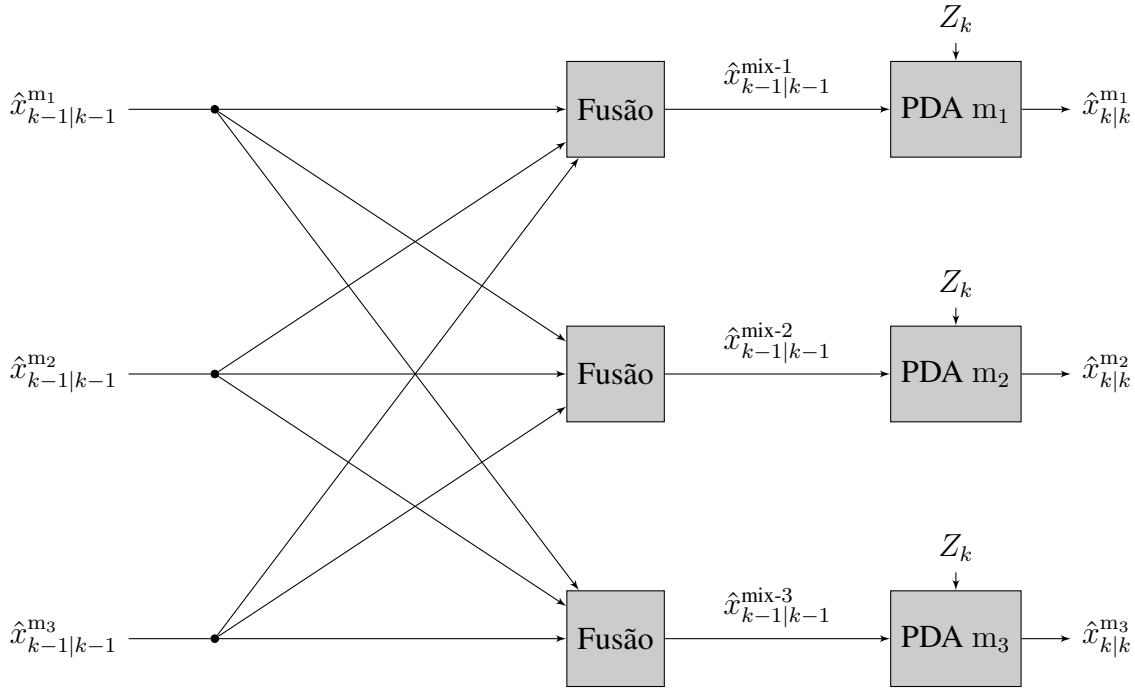


FIG. 3.4 – Propagação de Hipóteses no IMMPDAF.

As diferenças entre o IMM e o IMMPDAF são:

- Os filtros de Kalman no IMM são substituídos por filtros PDA condicionados aos modelos;
- As funções de verossimilhança utilizadas para atualizar as probabilidades das hipóteses de modelo são obtidas pelos filtros PDA.

Considerando r modelos e m_k observações validadas, a estimativa em k aproxima a média das estimativas condicionadas a todas as hipóteses de modelos e de associações (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011), a qual é dada por

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k} &= \sum_{j=1}^r \sum_{i=0}^{m_k} E[x_k | \Theta_k = \theta_i, M_k = m_j, Z^k] P\{\Theta_k = \theta_i, M_k = m_j | Z^k\} \\ &= \sum_{j=1}^r \left\{ \sum_{i=0}^{m_k} E[x_k | \Theta_k = \theta_i, M_k = m_j, Z^k] P\{\Theta_k = \theta_i | M_k = m_j, Z^k\} \right\} P\{M_k = m_j | Z^k\}, \end{aligned} \quad (3.26)$$

sendo a aproximação da estimativa dentro das chaves fornecida pelo filtro PDA condicionado ao modelo m_j .

A fim de assegurar a mesma dimensão de Z^k para todos os modelos, um conjunto comum de observações validadas Z_k deve ser utilizado em todos os filtros PDA. Em geral, a região de validação é construída tendo como base o modelo com maior incerteza (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

A função de verossimilhança condicional do modelo m_j é dada por

$$\begin{aligned}\Lambda_k^{m_j, \text{IMMPDAF}} &= p[Z_k | M_k = m_j, Z^{k-1}] \\ &= p[z_{k,1}, \dots, z_{k,m_k} | M_k = m_j, Z^{k-1}] \\ &= \sum_{i=0}^{m_k} p[z_{k,1}, \dots, z_{k,m_k} | \theta_i, M_k = m_j, Z^{k-1}] P\{\theta_i | M_k = m_j, Z^{k-1}\}.\end{aligned}$$

Levando em consideração a modelagem de *clutter* do capítulo anterior, esta função de verossimilhança condicional do modelo m_j pode ser expressa como

$$\begin{aligned}\Lambda_k^{m_j, \text{IMMPDAF}} &= \frac{1}{V_k^{m_k}} P\{\Theta_k = \theta_0 | M_k = m_j, Z^{k-1}\} + \\ &\quad \frac{1}{V_k^{m_k-1} P_G} \sum_{i=1}^{m_k} \mathcal{N}^*[z_i; \hat{z}_{k|k-1}^{m_j}, S_k^{m_j}] P\{\Theta_k = \theta_i | M_k = m_j, Z^{k-1}\}.\end{aligned}\quad (3.27)$$

A descrição do algoritmo do IMMPDAF é similar ao IMM, com a diferença de que a função de verossimilhança em (3.14) é substituída pela dada acima.

4 RASTREAMENTO UTILIZANDO PROPAGAÇÃO EFICIENTE DE HIPÓTESES

Neste capítulo são apresentados os algoritmos propostos neste trabalho para o rastreamento de aeronaves em manobras. Estes algoritmos visam a propagação judiciosa de um número muito pequeno de hipóteses obtidas através da combinação dos métodos de descarte e fusão, os quais têm sido usados de forma exclusiva na maioria dos trabalhos que lidam com esse tema. As contribuições obtidas foram as seguintes:

- Elaboração de um algoritmo de propagação eficiente de hipóteses relativas aos modelos, admitindo associação ideal das observações com o alvo;
- Elaboração de um algoritmo que propaga hipóteses modelo-associação de maneira criteriosa.

Estas contribuições são detalhadas nesse capítulo, no qual as equações de estado e de observação consideradas para o alvo são dadas por (2.27) e (2.28), respectivamente.

4.1 PROPAGAÇÃO EFICIENTE DE HIPÓTESES DE MODELO

As vantagens das estratégias de descarte e fusão de hipóteses de modelo, comentadas no capítulo anterior, são resumidas a seguir:

VANTAGENS

Fusão

Maior robustez durante a transição de modelos e no descasamento entre o modelo utilizado no filtro e o modo de voo real.

Descarte

Menor erro em períodos sem transição entre modelos.

O algoritmo proposto neste trabalho foi denominado *Efficient Propagation of Model Hypotheses* (LUCENA; GUIMARAES; PINTO, 2014), sendo referenciado como EPMH.

A ideia básica deste algoritmo é a definição de dois conjuntos de hipóteses, a serem atualizados a cada iteração:

- A : Conjunto formado por hipóteses com probabilidade *a posteriori* acima de um limiar λ_U ;
e
- B : Contém hipóteses com probabilidades *a posteriori* no intervalo $\lambda_L \leq \mu^{k,l} < \lambda_U$, onde $\mu^{k,l} \triangleq P\{M^{k,l}|Z^k\}$, e λ_U e λ_L são limiares a serem fixados.

O EPMH se baseia na seguinte aproximação da estimativa MEQM expressa na equação (2.29), onde as parcelas geradas pelos conjuntos A e B estão indicadas:

$$\hat{x}_k^{MEQM_MM} \approx \underbrace{\sum_{l=1}^{\delta_k} \hat{x}^{M^{k,l,p}} \mu^{k,l,p}}_A + \underbrace{\hat{x}_k^{merge} \mu_k^{merge}}_B. \quad (4.1)$$

O primeiro termo do lado direito da equação acima representa as contribuições das hipóteses de modelo propagadas diretamente, selecionadas no conjunto A . A parcela $\hat{x}_k^{merge} \mu_k^{merge}$ corresponde ao termo gerado pela fusão das hipóteses de modelo do conjunto B . Esta aproximação possui alguma semelhança da proposta apresentada em (DRIESSEN; BOERS, 2001), no sentido de empregar as estratégias de descarte e fusão de hipóteses. No entanto, o EPMH adota critérios bem diferentes para o uso destas estratégias.

No algoritmo proposto neste trabalho, o descarte é executado de forma a propagar diretamente as hipóteses de modelo que possuem probabilidade *a posteriori* acima de um dado limiar (hipóteses do conjunto A), o qual é inicializado com um valor elevado o suficiente para que apenas um pequeno número de hipóteses seja propagado diretamente, mantendo baixo o custo computacional.

Apesar da propagação direta de poucas hipóteses ser suficiente para produzir baixos erros de estimação no estado estacionário, são necessárias várias hipóteses para capturar satisfatoriamente as transições entre modelos. Para lidar de forma eficiente com esta situação, até L_{max} hipóteses mais prováveis pertencentes ao conjunto B são combinadas, formando um único termo. Este procedimento é importante para propagar informação de hipóteses que não estão ativas durante alguns períodos (por exemplo, durante movimento uniforme), mas possibilitarão ao algoritmo se adaptar rapidamente às mudanças de modo de voo no movimento do alvo. Os passos adicionais para realizar essa fusão não impactam de forma significativa o custo computacional do algoritmo.

A FIG. 4.1 mostra um exemplo da propagação de hipóteses do EPMH com 3 modelos. Em $k - 1$, foram propagadas 3 hipóteses, duas por propagação direta ($\hat{x}^{M^{k-1,1}}$ e $\hat{x}^{M^{k-1,2}}$) e a hipótese fundida \hat{x}_{k-1}^{merge} . A partir dessas, foram geradas 9 possíveis hipóteses, das quais 3 foram propagadas diretamente, 4 hipóteses foram fundidas em uma única hipótese e 2 hipóteses foram descartadas. Essas últimas podem ter sido descartadas porque não pertenciam ao conjunto B ou porque o número máximo L_{max} de hipóteses do conjunto B para fusão foi atingido.

A seguir, o algoritmo EPMH é apresentado com detalhes.

4.1.1 INICIALIZAÇÃO

Dado o sistema linear descrito em (2.27) e (2.28), com r modelos, é realizada a inicialização com $P\{M^{0,l}|Z^0\} = \mu^{0,l}$ ($\sum_{l=1}^r \mu^{0,l} = 1$), e $\{\hat{x}_{0|0}^l, P_{0|0}^l\}$, para $l = 1, \dots, r$, correspondendo às hipóteses iniciais relativas aos r modelos.

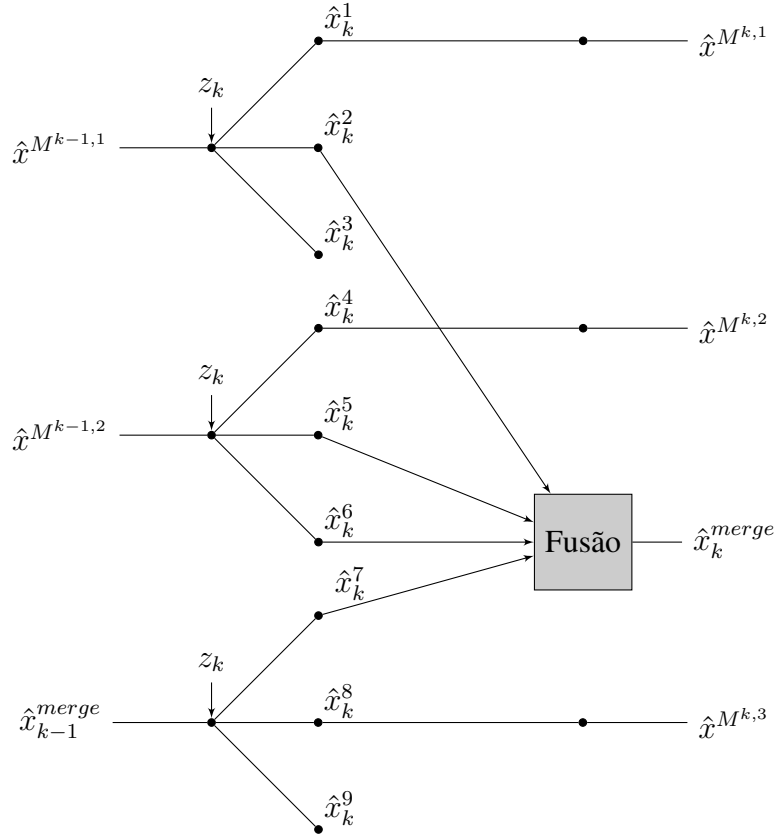


FIG. 4.1 – Exemplo de Propagação de Hipóteses no Algoritmo EPMH.

4.1.2 SELEÇÃO DE HIPÓTESES

No instante k , $k \geq 1$, admitindo que foram propagadas nr hipóteses na iteração passada, os seguintes passos são executados:

- calcular nr previsões de estado ($\hat{x}_{k|k-1}^l$) e suas respectivas matrizes de covariância ($P_{k|k-1}^l$), para $1 \leq l \leq nr$, correspondendo às nr extensões de hipótese;
- calcular as nr funções de verossimilhança

$$\Lambda_k^l = p[z_k | \hat{x}_{k|k-1}^l, P_{k|k-1}^l, M^{k,l}], \quad 1 \leq l \leq nr;$$

- computar nr probabilidades *a posteriori*. Se a hipótese tiver sido obtida pela extensão direta de um elemento do conjunto A , utiliza-se a equação (2.32) para obter

$$\mu^{k,l} = \frac{1}{c} \Lambda_k^l p_{ij} \mu^{k-1,t}.$$

Se a hipótese antecessora foi originada por fusão de elementos do conjunto B , a probabilidade correspondente é obtida pela ponderação utilizando o teorema da probabilidade total, obtendo-se

$$\mu^{k,l} = \frac{1}{c} \Lambda_k^l \sum_{i=1}^{L_{k-1}} p_{m(i)j} \mu^{k-1,t^{(i)}},$$

onde o inteiro $m^{(i)}$ ($1 \leq m^{(i)} \leq r$) identifica o modelo fundido na hipótese antecessora $t^{(i)}$ e L_{k-1} é o número total de hipóteses combinadas em $k - 1$;

- todas as hipóteses com $\mu^{k,l} \geq \lambda_U$ são selecionadas para formarem o novo conjunto A e serem propagadas diretamente ("etapa de descarte"). O número de hipóteses selecionadas nesta etapa é δ_k ;
- no máximo L_{max} hipóteses não selecionadas no passo anterior com probabilidades satisfazendo $\lambda_L \leq \mu^{k,l} < \lambda_L$ são selecionadas para formar o novo conjunto B . O limiar inferior λ_L é utilizado para desprezar hipóteses com probabilidade muito baixa. O número de hipóteses selecionadas nesta etapa é L_k , de forma que o número total de hipóteses propagadas é $\delta_k + L_k$.

4.1.3 PROPAGAÇÃO DE HIPÓTESES E ESTIMAÇÃO DE ESTADO

Após a seleção das $\delta_k + L_k$ hipóteses, os próximos passos são apresentados a seguir:

- normalização das probabilidades das hipóteses selecionadas nos conjuntos A e B ;
- filtragem de Kalman condicionada a cada hipótese, i.e., implementar os passos restantes do filtro de Kalman para atualizar a estimativa de estado e sua respectiva matriz de covariância:

$$\{\hat{x}_{k|k-1}^{s^{(j)}}, P_{k|k-1}^{s^{(j)}}\}_{j=1}^{\delta_k+L_k} \xrightarrow{z_k} \{\hat{x}_{k|k}^{s^{(j)}}, P_{k|k}^{s^{(j)}}\}_{j=1}^{\delta_k+L_k},$$

onde os inteiros $s^{(j)}$ identificam as hipóteses de modelo selecionadas;

- combinação das hipóteses do conjunto B (*etapa de fusão*):

$$\hat{x}_k^{merge} = \frac{1}{\mu_k^{merge}} \sum_{i=1}^{L_k} \mu^{k,q^{(i)}} \hat{x}_{k|k}^{q^{(i)}},$$

$$P_k^{merge} = \frac{1}{\mu_k^{merge}} \sum_{i=1}^{L_k} \mu^{k,q^{(i)}} [P_{k|k}^{q^{(i)}} + (\hat{x}_{k|k}^{q^{(i)}} - \hat{x}_k^{merge})(\hat{x}_{k|k}^{q^{(i)}} - \hat{x}_k^{merge})^T],$$

onde os inteiros $q^{(i)}$ identificam as hipóteses a serem combinadas e $\mu_k^{merge} = \sum_{i=1}^{L_k} \mu^{k,q^{(i)}}$.

- Note-se que, sempre que desejado, a estimativa de estado do alvo pode ser calculada usando a equação (4.1). Os parâmetros $\{\hat{x}_{k|k}^{p^{(r)}}, P_{k|k}^{p^{(r)}}\}_{r=1}^{\delta_k} \cup \{\hat{x}_k^{merge}, P_k^{merge}\}$, $\{\mu_k^{p^{(r)}}\}_{r=1}^{\delta_k} \cup \{\mu_k^{merge}\}$, L_k e $q^{(i)}$ ($1 \leq q^{(i)} \leq L_k$) são guardados para a próxima iteração, onde os inteiros $p^{(r)}$ identificam as hipóteses selecionadas na etapa de descarte (conjunto A).

4.2 FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES E ESTIMAÇÃO DE ESTADO DIANTE DE INCERTEZAS SOBRE MODELO E ASSOCIAÇÃO

Uma hipótese modelo-associação de dados é formada pela combinação das incertezas relativas ao modelo em vigor no sistema e à associação das observações validadas, atribuindo conjuntamente uma hipótese de modelo e um evento de associação.

A hipótese modelo-associação no instante k é definida por

$$H_k \triangleq \{M_k = m_p, \Theta_k = \theta_q\}, \quad (4.2)$$

cujos termos $M_k = m_p$ e $\Theta_k = \theta_q$ representam respectivamente a escolha no instante k do modelo m_p e do evento de associação θ_q . Uma sequência de hipóteses modelo-associação é escrita recursivamente como

$$H^{k,l} \triangleq \{H^{k-1,t}, H_k\} = \{H^{k-1,t}, \{M_k = m_p, \Theta_k = \theta_q\}\}, \quad (4.3)$$

cujo termo $H^{k-1,t}$ identifica a sequência antecessora de $H^{k,l}$.

A estimativa MEQM é calculada condicionando-se o vetor de estado a todas as sequências das hipóteses modelo-associação do instante inicial até k , e pode ser escrita como

$$\hat{x}_k^{MEQM} = \sum_{l=1}^{\eta_k} \hat{x}^{H^{k,l}} \mu^{k,l}, \quad (4.4)$$

onde $H^{k,l}$ é a l -ésima sequência de hipóteses, $\hat{x}^{H^{k,l}} \triangleq E[x_k | H^{k,l}, Z^k]$, $\mu^{k,l} \triangleq P\{H^{k,l} | Z^k\}$ e $\eta_k \triangleq r^k \prod_{j=1}^k (m_j + 1)$. A estimativa $\hat{x}^{H^{k,l}}$ é obtida pela filtragem de Kalman condicionada a sequência de hipóteses correspondente.

A probabilidade *a posteriori* de cada sequência de hipótese modelo-associação é dada por

$$P\{H^{k,l} | Z^k\} = \frac{1}{c} p[Z_k | H^{k,l}, Z^{k-1}] P\{H_k | H^{k-1,t}, Z^{k-1}\} P\{H^{k-1,t} | Z^{k-1}\}, \quad (4.5)$$

em que o argumento Z_k de $p[Z_k | H^{k,l}, Z^{k-1}]$ é o vetor de observações validadas no instante k .

Dada a modelagem de *clutter* apresentada na Seção 2.3.1, a função de verossimilhança da hipótese H_k é expressa como

$$\begin{aligned} p[Z_k | M_k = m_p, \Theta_k = \theta_q, H^{k-1,t}, Z^{k-1}] &= p[z_{k,1}, \dots, z_{k,m_k} | M_k = m_p, \Theta_k = \theta_q, H^{k-1,t}, Z^{k-1}] \\ &= \begin{cases} (V_k^{m_k-1} P_G)^{-1} \mathcal{N}^*[z_q; \hat{z}_{k|k-1}^{t,p}, S_k^{t,p}] & q = 1, \dots, m_k \\ V_k^{-m_k} & q = 0 \end{cases}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde V_k é o volume da região de validação, P_G é a probabilidade de a observação do alvo estar contida dentro da região de validação e \mathcal{N}^* é uma fdp Gaussiana truncada, com valores não nulos apenas na região de validação.

A probabilidade *a priori* de H_k é dada por

$$P\{H_k | H^{k-1,t}, Z^{k-1}\} = P\{\Theta_k = \theta_q | M_k = m_p, H^{k-1,t}, Z^{k-1}\} P\{M_k = m_p | H^{k-1,t}, Z^{k-1}\}, \quad (4.7)$$

onde $P\{\Theta_k = \theta_q | M_k = m_p, H^{k-1,t}, Z^{k-1}\}$ corresponde à probabilidade *a priori* da hipótese de associação, dado o modelo m_p , enquanto $P\{M_k = m_p | H^{k-1,t}, Z^{k-1}\}$ corresponde à probabilidade *a priori* do modelo m_p .

Até este ponto não foi suposta a independência probabilística entre Θ_k e M_k , pois um modelo de manobra pode, em princípio, influenciar a probabilidade de detecção do alvo, ou qualquer outra suposição que possa alterar a modelagem de *clutter*. Adotando a modelagem de *clutter* descrita na sub-seção 2.3.1, que é independente do modelo, a probabilidade *a priori* das hipóteses de associação fica dada por

$$P\{\Theta_k = \theta_q | M_k = m_p, H^{k-1,t}, Z^{k-1}\} = \begin{cases} \frac{1}{m_k} P_D P_G & q = 1, \dots, m_k \\ 1 - P_D P_G & q = 0 \end{cases}, \quad (4.8)$$

Note-se também que a probabilidade *a priori* da hipótese de modelo é

$$P\{M_k = m_p | H^{k-1,t}, Z^{k-1}\} = p_{ij}, \quad (4.9)$$

ou seja, é um valor de probabilidade de transição de modelo da cadeia de Markov, onde i e j identificam os modelos nas hipóteses antecessora $H^{k-1,t}$ e $H^{k,l}$, respectivamente.

4.3 PROPAGAÇÃO EFICIENTE DE HIPÓTESES MODELO-ASSOCIAÇÃO

A seguir é apresentada a proposta deste trabalho para a aproximação da equação (4.4), com o algoritmo *Efficient Propagation of Model-Association Hypotheses* (EPMAH). A ideia básica do EPMAH é estender o algoritmo EPMH apresentado na Seção 4.1 para lidar com hipóteses modelo-associação.

Assim sendo, a propagação de hipóteses a ser implementada no EPMAH visa produzir baixos erros de estimação tanto em períodos de velocidade constante (estado estacionário) quanto no início e término de manobras. Devido à inclusão do problema da associação de dados, o algoritmo também deve ter uma baixa taxa de perda de pistas. A perda de uma pista ocorre quando a observação originada pelo alvo deixa de ser associada à sua pista, ocasionando divergência no rastreamento (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

O rastreamento de alvos em manobras sob a incidência de *clutter* é difícil porque observações espúrias podem ser facilmente confundidas com manobras do alvo, ou ainda os alarmes falsos podem contribuir para manter o "*status quo*" da pista, mesmo quando o alvo inicia uma manobra. Essas situações podem ocasionar perda de rastreamento.

Consequentemente, a propagação direta de mais hipóteses, benéfica para reduzir erros de estimação, não necessariamente implica menos perdas de pista, e, em alguns casos, pode contribuir para divergência do rastreamento. Portanto, em algoritmos sem janela de tempo¹, como o IMMPDF e o EPMAH, a propagação direta de menos hipóteses durante períodos de manobras pode ocasionar em menos perdas de pistas.

¹ Estratégia utilizada pelo algoritmo MHT (BLACKMAN; POPOLI, 1999).

Levando em conta estas características do problema, no algoritmo EPMAH a estimativa MEQM da equação (4.4) é aproximada iterativamente por uma combinação convexa de duas parcelas, da seguinte forma:

$$\hat{x}_k^{MEQM} \approx \hat{x}^{H^{k,l_{\max}}} \mu_k + \hat{x}_k^{merge} (1 - \mu_k), \quad (4.10)$$

onde o termo $\hat{x}^{H^{k,l_{\max}}}$ representa a hipótese de maior probabilidade *a posteriori* e \hat{x}_k^{merge} é um termo obtido pela fusão de algumas hipóteses restantes da mistura de fdp Gaussianas, conforme detalhado abaixo.

O valor μ_k é obtido da seguinte forma:

$$\mu_k = \begin{cases} 1 & \text{se } \mu^{k,l_{\max}} > (1 - \lambda_L) \\ \mu^{k,D} & \text{se } \mu^{k,l_{\max}} \geq \lambda_U \text{ e } \mu^{k,l_{\max}} \leq (1 - \lambda_L), \\ 0 & \text{se } \mu^{k,l_{\max}} < \lambda_U \end{cases}, \quad (4.11)$$

sendo $\mu^{k,l_{\max}}$ o valor de probabilidade *a posteriori* da hipótese $\hat{x}^{H^{k,l_{\max}}}$ e, como será apresentado mais adiante, $\mu^{k,D}$ é o maior valor de probabilidade após a etapa de normalização do algoritmo. Os valores λ_U e λ_L são limiares de probabilidade e satisfazem as inequações $\lambda_U > 0.5$ e $(1 - \lambda_L) > \lambda_U$.

Para manter um compromisso entre redução do erro de estimação e da taxa de perdas de pistas, o algoritmo EPMAH propaga uma hipótese diretamente somente quando esta tem uma probabilidade muito alta (acima de λ_U). Esta hipótese é referenciada como o "termo dominante". Algumas hipóteses restantes são combinadas em um único termo \hat{x}_k^{merge} , obtido pela fusão das hipóteses com probabilidades *a posteriori* entre λ_U e λ_L . Esta situação é similar ao EPMH, apresentado na Seção 4.1. Foi mostrado em (LUCENA; GUIMARAES; PINTO, 2014) que esta estratégia produz baixos erros de estimação no estado estacionário.

Durante as manobras, é possível verificar experimentalmente que nenhum termo da mistura de Gaussianas correspondente à fdp do estado do alvo possui probabilidade acentuadamente elevada (ou seja, não há termo dominante), uma vez que o algoritmo está se adaptando à mudança no modo de voo. Nessas situações, o algoritmo EPMAH combina todas as hipóteses em um único termo (nesse caso, $\mu_k = 0$ na equação (4.11)), reduzindo o risco de perda de pista, até que uma hipótese com probabilidade alta seja produzida e propagada diretamente.

Verifica-se também que hipóteses com probabilidades *a posteriori* muito baixas podem ser descartadas sem impacto significativo no desempenho do algoritmo, economizando assim recursos computacionais. Esse descarte é feito desconsiderando todas as hipóteses com probabilidade abaixo de λ_L .

Os limiares λ_U e λ_L são parâmetros de projeto e têm impacto no desempenho e custo computacional do algoritmo EPMAH. Se λ_U for inicializado com valores baixos, este algoritmo propaga diretamente mais hipóteses, aumentando o custo computacional e as chances de perda de pista, apresentando porém maior capacidade de redução do erro de estimação. De maneira similar, se λ_L for muito baixo, mais hipóteses serão selecionadas para serem fundidas, aumentando a carga computacional.

A FIG. 4.2 mostra um exemplo da propagação de hipóteses do EPMAH com o número de modelos $r = 3$ e uma observação validada ($m_k = 1$). Neste exemplo, duas hipóteses haviam sido propagadas em $k - 1$ e, após a geração e seleção de hipóteses no instante k , duas hipóteses também são propagadas. Este é um exemplo do segundo caso na expressão (4.11). Observa-se que, mesmo com a propagação de duas hipóteses e apenas uma observação validada, com $r = 3$ o número de hipóteses modelo-associação geradas é 12, e aumentaria rapidamente caso o número de hipóteses propagadas fosse maior. Por esta razão, e considerando a possibilidade de perdas de pistas, o EPMAH propaga no máximo duas hipóteses, em contraste com o algoritmo EPMH, que pode propagar um número maior.

Os detalhes do algoritmo EPMAH são apresentados a seguir.

4.3.1 INICIALIZAÇÃO

Em $k = 0$, é considerado que uma pista para o alvo de interesse já foi inicializada por algum método descrito em (BLACKMAN; POPOLI, 1999) ou (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011). Para $k \geq 1$, a pista é atualizada pelo algoritmo EPMAH.

As hipóteses modelo-associação para essa pista são inicializadas a partir do recebimento de novas observações, sendo o número de hipóteses dado por $r(m_0 + 1)$, onde r é o número de modelos e m_0 é a quantidade de observações dentro da região de validação gerada pela estimativa inicial.

4.3.2 ATUALIZAÇÃO DA ESTIMATIVA DE ESTADO

A cada instante k ($k \geq 1$) e considerando que foram propagadas n hipóteses no instante anterior, a estimativa de estado do alvo é atualizada da seguinte forma:

GERAÇÃO E SELEÇÃO DE HIPÓTESES

Para a realização desta etapa é necessário:

- calcular a região de validação utilizando $\hat{z}_{k|k-1}^u$ e S_k^u , onde u corresponde ao modelo com maiores incertezas, i.e., o modelo de início/término de manobra, e determinar o conjunto de observações validadas Z_k definido como

$$Z_k = \{z : [z - \hat{z}_{k|k-1}^u]^T (S_k^u)^{-1} [z - \hat{z}_{k|k-1}^u] \leq \gamma\},$$

onde γ é o limiar da região de validação. Neste passo é obtido o valor de m_k , e o volume da região de validação V_k é calculado usando a equação (2.41);

- computar nr previsões de estado $\hat{x}_{k|k-1}^i$ e suas respectivas matrizes de covariância $P_{k|k-1}^i$, $1 \leq i \leq nr$;
- avaliar $nr(m_k + 1)$ funções de verossimilhança $\Lambda_k^l = p[Z_k | M_k = m_p, \Theta_k = \theta_q, H^{k-1,t}]$ cujos índices estão nos intervalos $1 \leq p \leq r$, $1 \leq q \leq (m_k + 1)$ e $1 \leq t \leq n$, utilizando a equação (4.6);

- para calcular a probabilidade *a posteriori* de cada hipótese, deve-se verificar se a hipótese antecessora $H^{k-1,t}$ foi originada por fusão ou por uma hipótese simples. Caso seja simples, e.g., um modelo de velocidade constante, $\mu^{k,l}$ é calculada como

$$\mu^{k,l} = \frac{1}{c} \Lambda_k^l P\{\Theta_k = \theta_q | M_k = m_p, H^{k-1,t}\} p_{ij} \mu^{k-1,t},$$

onde o inteiro i identifica o modelo em $H^{k-1,t}$ e j o modelo em m_p . Caso contrário, a probabilidade *a priori* do modelo é calculada pelo teorema da probabilidade total levando em consideração todos os modelos fundidos na hipótese antecessora, ou seja,

$$\mu^{k,l} = \frac{1}{c} \Lambda_k^l P\{\Theta_k = \theta_q | M_k = m_p, H^{k-1,t}\} \sum_{i=1}^{L_{k-1}} p_{m(i)j} \mu^{k-1,t},$$

onde os valores $m_{(i)}$ ($1 \leq m_{(i)} \leq r$) identificam as hipóteses fundidas em $H^{k-1,t}$ e L_{k-1} é o número de hipóteses fundidas. A probabilidade de associação *a priori* $P\{\Theta_k = \theta_q | M_k = m_p, H^{k-1,t}\}$ é calculada utilizando (4.8);

- a hipótese com maior valor de probabilidade *a posteriori* ($\mu^{k,l_{\max}} \triangleq \max \mu^{k,l}, 1 \leq l \leq nr(m_k + 1)$) é referenciada como $\hat{x}^{H^{k,l_{\max}}}$ e se $\mu^{k,l_{\max}} \geq \lambda_U$, esta hipótese é selecionada para propagação direta;
- todas as hipóteses com probabilidades no intervalo $\lambda_L < \mu^{k,l} < \lambda_U$ são selecionadas para fusão. O número de hipóteses selecionadas nesse passo é L_k ;
- as hipóteses não selecionadas nos passos anteriores são descartadas e as probabilidades das hipóteses restantes são normalizadas. O valor normalizado da maior probabilidade é denotado por $\mu^{k,D}$.

PROPAGAÇÃO DAS HIPÓTESES E ESTIMAÇÃO DE ESTADO

Esta etapa do processamento compreende:

- realizar os passos restantes da filtragem de Kalman para cada hipótese selecionada nos passos anteriores:

$$\{\hat{x}_{k|k-1}^{s^{(i)}}, P_{k|k-1}^{s^{(i)}} | H^{k,s^{(i)}}\}_{i=1}^{\delta_k} \xrightarrow{Z_k} \{\hat{x}_{k|k}^{s^{(i)}}, P_{k|k}^{s^{(i)}} | H^{k,s^{(i)}}\}_{i=1}^{\delta_k},$$

onde os inteiros $s^{(i)}$ identificam as hipóteses selecionadas e δ_k é o número de hipóteses selecionadas;

- as hipóteses selecionadas para fusão são combinadas em um único termo,

$$\{\hat{x}_{k|k}^{w^{(i)}}, P_{k|k}^{w^{(i)}}\}_{i=1}^{L_k} \rightarrow \{\hat{x}_k^{merge}, P_k^{merge}\},$$

onde

$$\hat{x}_k^{merge} = \frac{1}{\mu_k^{merge}} \sum_{i=1}^{L_k} \mu^{k,w^{(i)}} \hat{x}_{k|k}^{w^{(i)}},$$

$$P_k^{merge} = \frac{1}{\mu_k^{merge}} \sum_{i=1}^{L_k} \mu^{k,w^{(i)}} [P_{k|k}^{w^{(i)}} + (\hat{x}_{k|k}^{w^{(i)}} - \hat{x}_k^{merge})(\hat{x}_{k|k}^{w^{(i)}} - \hat{x}_k^{merge})^T],$$

com $\mu_k^{merge} = \sum_{i=1}^{L_k} \mu^{k,w^{(i)}}$ e os índices $w^{(i)}$ identificam as hipóteses selecionadas para serem fundidas;

- Finalmente, a estimativa de estado é calculada utilizando a equação (4.10) e as informações necessárias são guardadas para a próxima iteração.

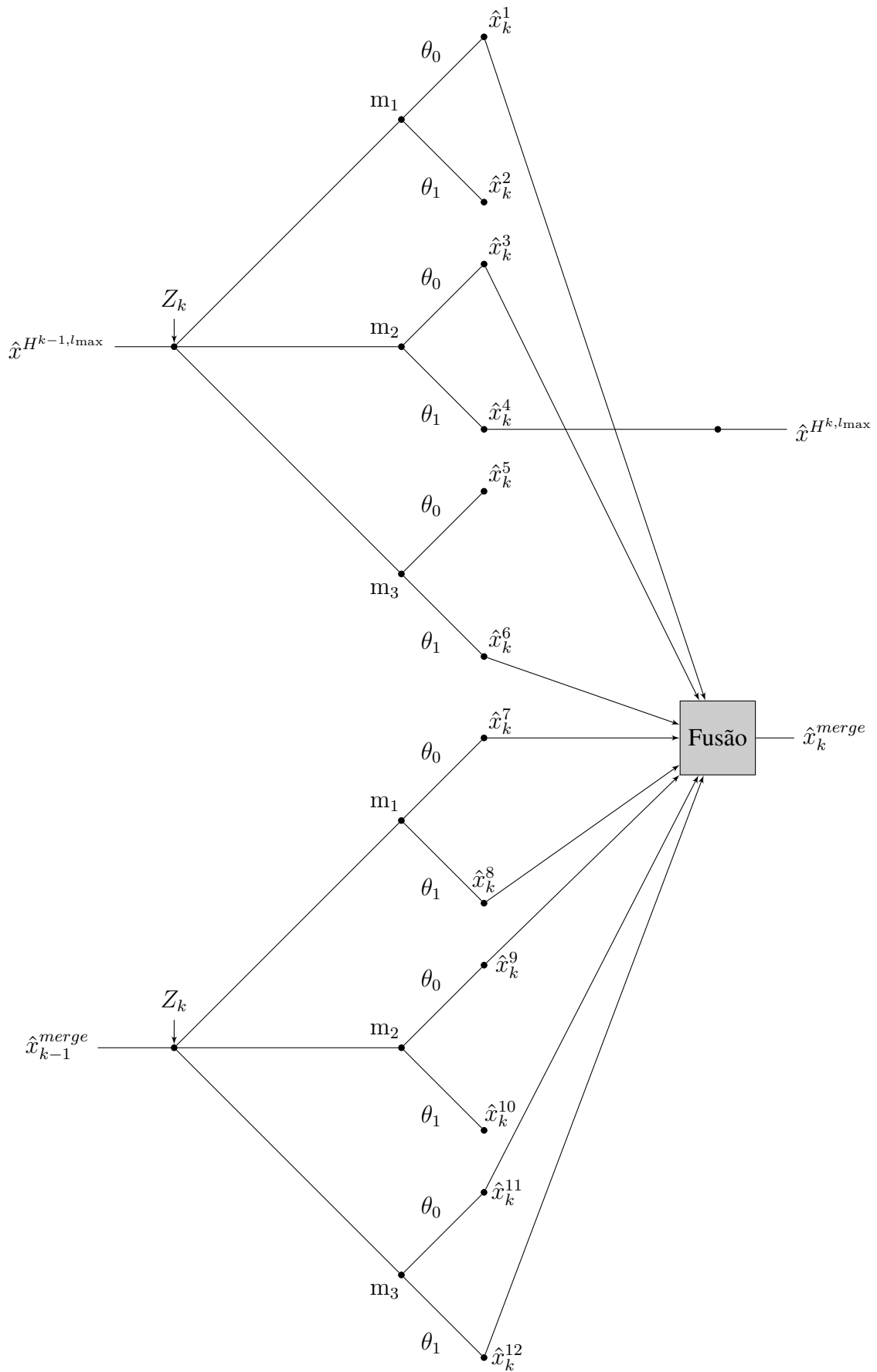


FIG. 4.2 – Exemplo de Propagação de Hipóteses no Algoritmo EPMAH ($r = 3, m_k = 1$).

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo são apresentados resultados de avaliação de desempenho dos algoritmos EPMH e EPMAH, obtidos a partir de simulações no MATLAB[®]. O capítulo é dividido em três partes: Na primeira são apresentadas as trajetórias utilizadas como referência na geração das observações do alvo. Na Seção 5.2, é realizada uma comparação de desempenho entre o EPMH e os algoritmos IMM e *B*-best. Em seguida, na Seção 5.3, são apresentados resultados comparativos entre os algoritmos IMMPDAF e o EPMAH.

5.1 TRAJETÓRIAS

As trajetórias utilizadas na simulação dos algoritmos se baseiam em perfis de voo de aeronaves de alta manobrabilidade, com acelerações de $7g^1$ (SHAW, 1985), podendo chegar até $10g$. O seu uso tem como objetivo capturar diferentes cenários de rastreamento que podem ser observados em situações reais.

Foram utilizados dois modelos para a geração das trajetórias:

- Nas fases sem manobras:
 - Um modelo de velocidade constante²;
- Durante as manobras:
 - Um modelo de curva coordenada (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001) com velocidade angular constante dada por

$$\omega = \frac{a_c}{v_t}, \quad (5.1)$$

cujos termos ω , a_c e v_t são respectivamente a velocidade angular, a aceleração centrípeta e v_t a velocidade tangencial. Em todas as trajetórias foi admitido $v_t = 200 \text{ m/s} = 720 \text{ km/h}$ e a_c dada pelo perfil de curva considerado em cada trajetória.

A cada período de amostragem da simulação do radar, coordenadas da trajetória são calculadas e, para cada coordenada, é adicionada uma variável aleatória correspondente ao ruído de observação, de acordo com a modelagem estatística de erro do radar. O vetor assim obtido é utilizado como observação instantânea do alvo de interesse. Nas simulações realizadas, o período de amostragem foi de 5 segundos. Todas as trajetórias utilizadas são bidimensionais e se iniciam na coordenada $(0, 0)$, destacada na cor cinza nas figuras desta seção. Os resultados apresentados nas seções a seguir foram obtidos utilizando-se o método de Monte Carlo com 1000 realizações.

As trajetórias utilizadas foram:

¹ O valor de g corresponde à aceleração da gravidade, considerada como $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

² Na trajetória T5 também foi utilizado um modelo com aceleração constante.

- Trajetória T1

Inclui curvas de longa e pequena duração, com acelerações de $2g$, $3g$ e $5g$. Cada manobra é seguida por um período de movimento uniforme. Esta trajetória é apresentada na FIG. 5.1.

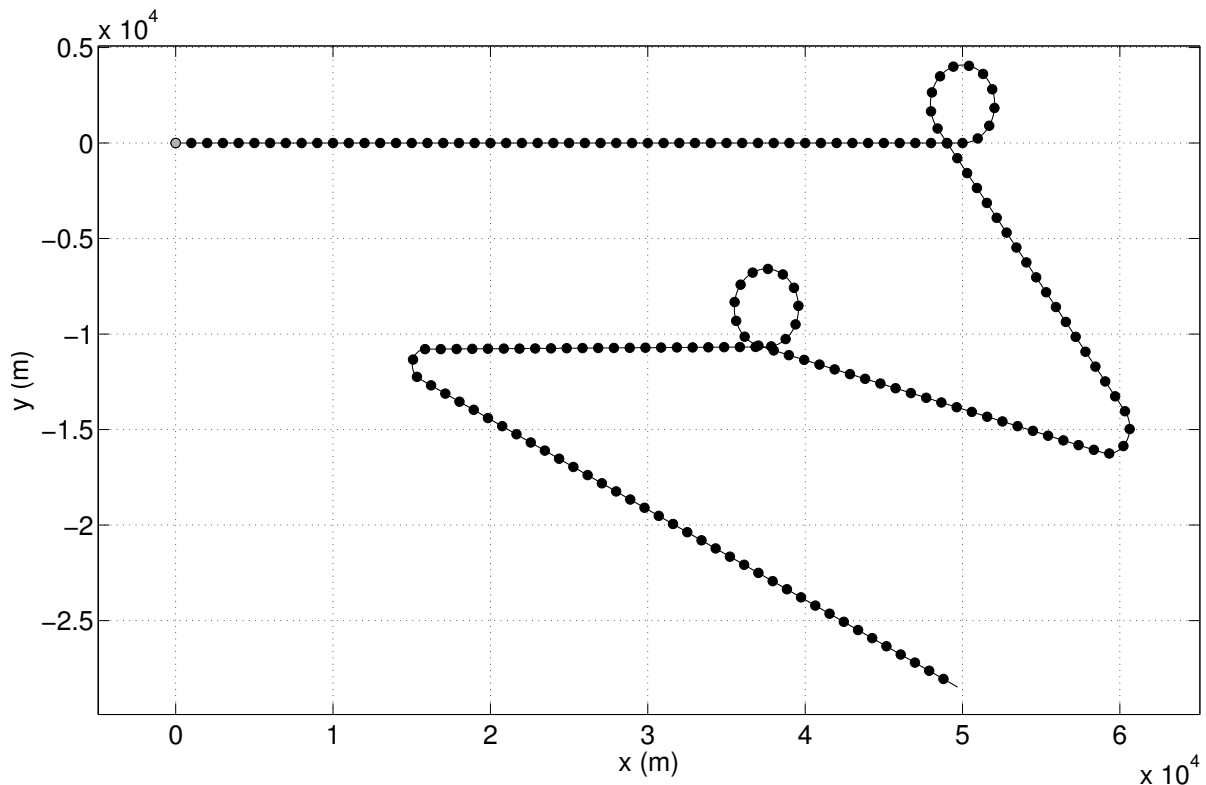


FIG. 5.1 – Trajetória T1.

- Trajetória T2

Esta trajetória, ilustrada na FIG. 5.2, contém diversas manobras de pequena e média duração, com acelerações de $2g$ a $7g$.

- Trajetória T3

Nesta trajetória um longo período de movimento uniforme é seguido por uma manobra brusca de $10g$, apresentada em detalhes na FIG. 5.3.

- Trajetória T4

Consiste apenas de movimento uniforme, e é ilustrada na FIG. 5.4. A simulação desta trajetória tem como objetivo observar o desempenho dos algoritmos de rastreamento no estado estacionário.

- Trajetória T5

Apresenta curvas de pequena duração e desaceleração longitudinal de 0.3 m/s^2 no último trecho da trajetória, como mostra a FIG. 5.5.

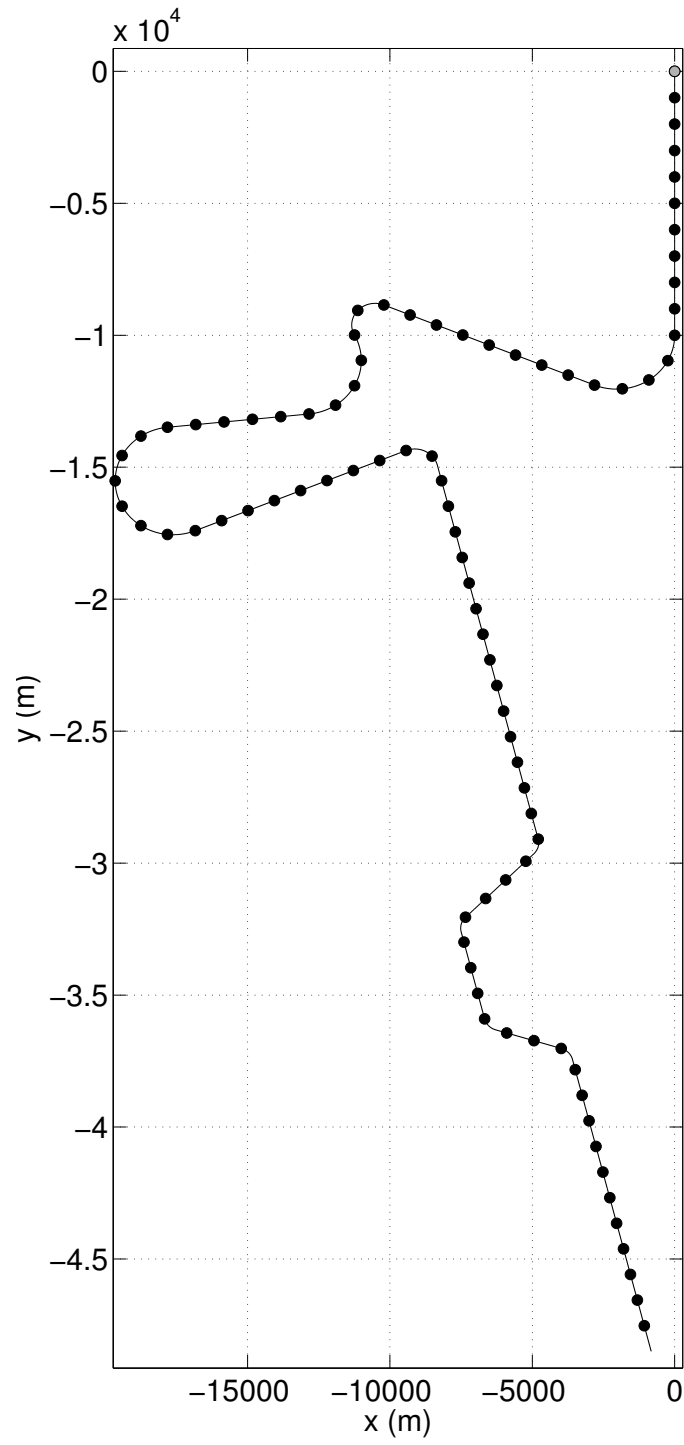


FIG. 5.2 – Trajetória T2.

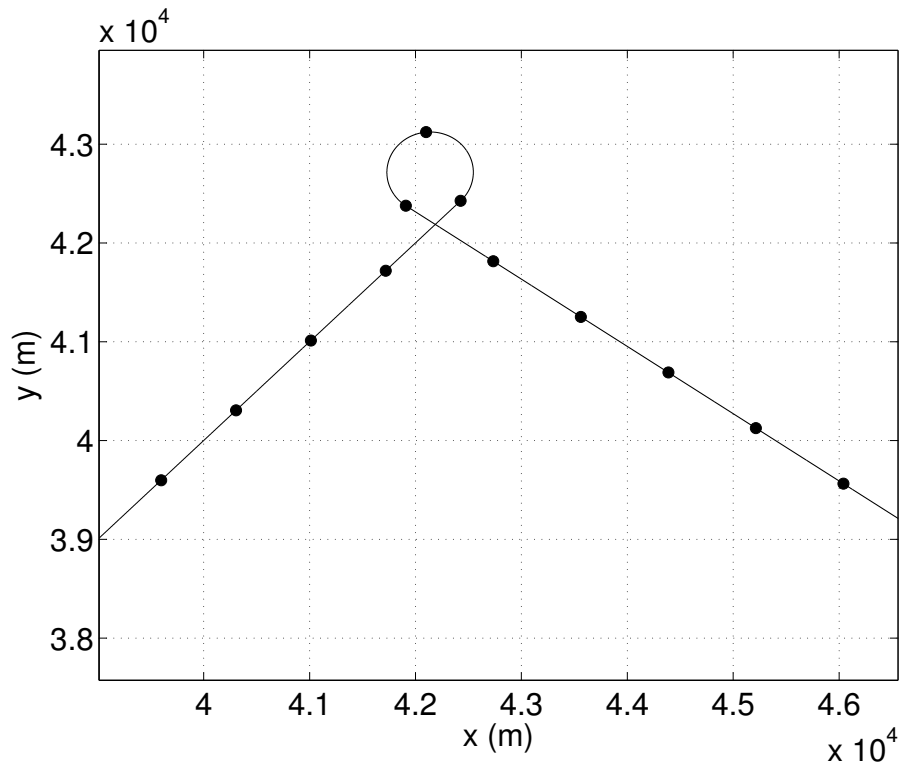


FIG. 5.3 – Detalhe da Trajetória T3.

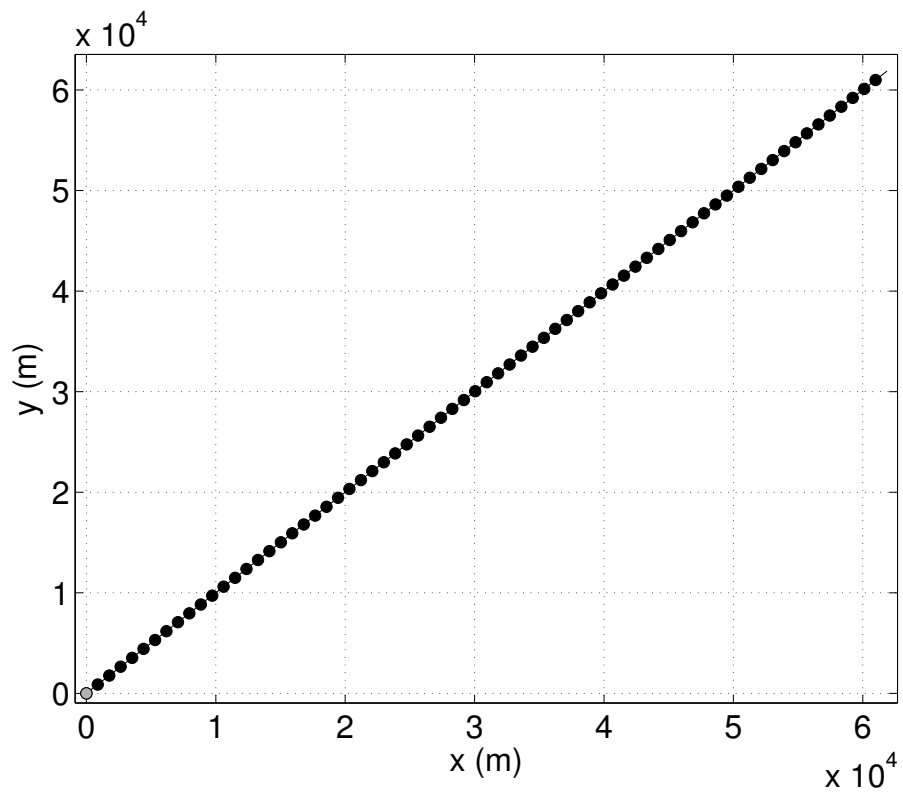


FIG. 5.4 – Trajetória T4.

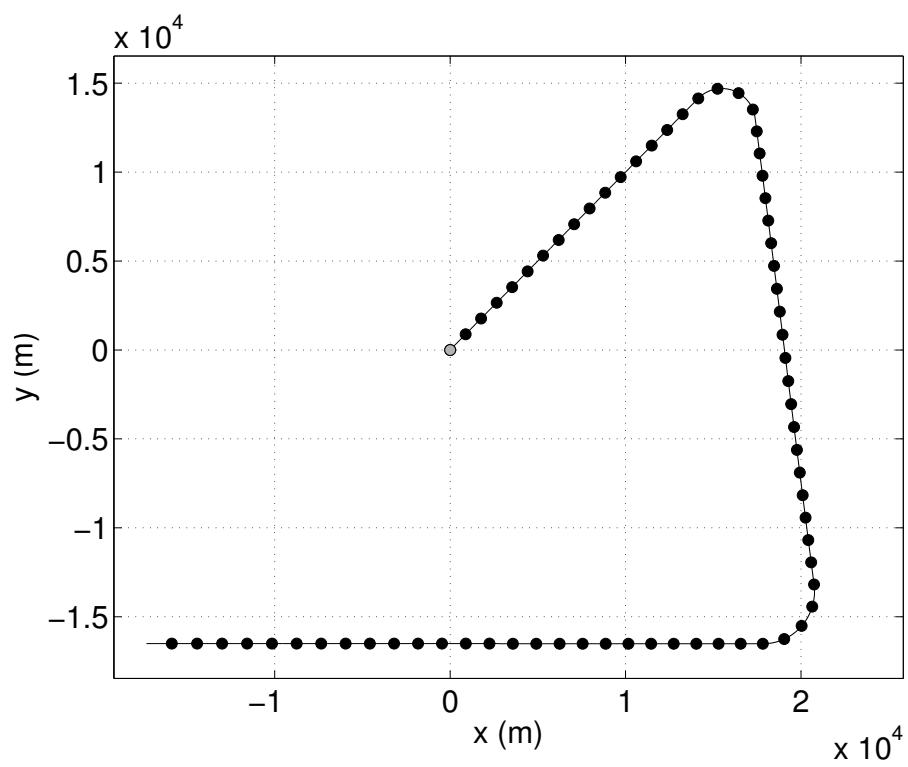


FIG. 5.5 – Trajetória T5.

5.2 RASTREAMENTO COM ASSOCIAÇÃO DE DADOS IDEAL

Os algoritmos IMM e B-best são comparados com o algoritmo EPMH em relação ao erro RMS (de posição e velocidade) e ao custo computacional. A avaliação do custo computacional é realizado com base no número de operações de multiplicação e divisão executados em uma iteração do algoritmo avaliado.

O ruído de observação é Gaussiano e branco, com média nula e desvio padrão $\sigma_w = 150$ m para cada coordenada do plano x-y. Admite-se que os ruídos nas coordenadas x e y são estatisticamente independentes, diferente do que foi descrito na Seção 2.2.2. Esse modelo de ruído de observação, embora idealizado, é comumente empregado para comparação de desempenho de algoritmos de rastreamento (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001). Na Seção 5.3, um modelo mais completo é utilizado.

Os algoritmos de rastreamento (IMM, B-best e o EPMH) foram implementados com 3 modelos para o movimento do alvo:

- um modelo de velocidade constante, descrito pelas equações (2.14) e (2.15), com $\sigma_v = 0$;
- um modelo com aceleração como um processo de Wiener, descrito pelas equações (2.18) e (2.17) com $\sigma_v = 98 \text{ m/s}^2$; e
- um modelo com aceleração constante, descrito pelas mesmas equações do modelo anterior, porém com $\sigma_v = 0$.

O modelo de aceleração constante captura manobras com acelerações constantes e pequenas perturbações na aceleração do alvo, enquanto o modelo de aceleração como um processo de Wiener tem um ruído de processo com componentes de variância elevada, visando modelar início e término das manobras bruscas. Conforme descrito em (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011), o desvio padrão desse ruído deve ter a mesma magnitude do incremento máximo de aceleração do alvo esperada em um período de amostragem ($10g$, neste caso).

Estes modelos são similares aos adotados em (HEIDGER; MATHIAS, 2008), (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001), (KIRUBARAJAN et al., 1998) e (BLACKMAN; POPOLI, 1999).

Na implementação do algoritmo IMM, foi utilizada a mistura despolarizada descrita em (GLASS; BLAIR; BAR-SHALOM, 2013), de modo a evitar a redução da componente da aceleração no vetor de estado na geração da estimativa misturada.

A matriz de probabilidade de transição entre modelos adotada foi a seguinte: matriz (BLACKMAN; POPOLI, 1999)

$$\begin{bmatrix} 0.85 & 0.10 & 0.05 \\ 0.10 & 0.60 & 0.30 \\ 0.15 & 0.05 & 0.80 \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

cujas linhas contêm respectivamente as probabilidades de transição originadas pelos modelos de velocidade constante, aceleração como um processo de Wiener e aceleração constante.

Os valores dos parâmetros no algoritmo EPMH foram $\lambda_U = 0.2$ (limiar de probabilidade *a posteriori*), $L_{max} = 10$ (número máximo de hipóteses fundidas) e $\lambda_L = 10^{-4}$ (limiar inferior de probabilidade *a posteriori* para o descarte de hipóteses). Estes valores foram obtidos experimentalmente, de forma a se conseguir um bom compromisso entre desempenho e custo computacional. O valor de B no algoritmo B -best foi fixado em 10, e também foi obtido experimentalmente, de forma que esse algoritmo tivesse desempenho próximo do IMM no início e término de manobras.

A seguir são apresentados alguns resultados de erro de estimação e custo computacional obtidos com os algoritmos avaliados.

5.2.1 ERRO DE ESTIMAÇÃO

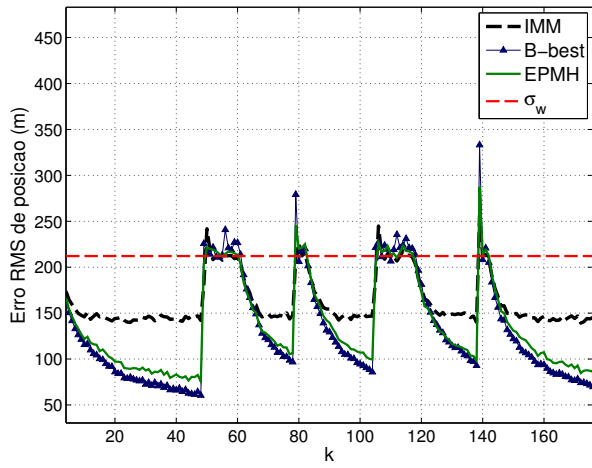
Os gráficos de erro RMS de posição e velocidade para cada trajetória são apresentados nas FIG. 5.6 e 5.7, respectivamente. Um resumo comparativo é mostrado na TAB. 5.1.

TAB. 5.1 – Síntese dos Resultados de Erro RMS.

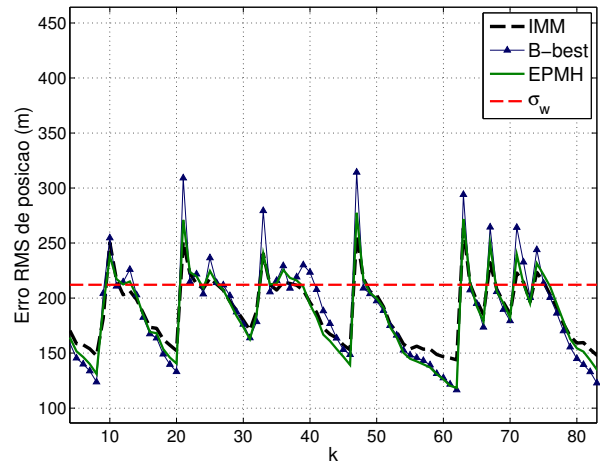
Erro RMS de posição (m)	T1	T2	T3	T4	T5
IMM - média	164.02	187.49	150.89	148.41	164.78
B-best - média	132.49	187.33	92.18	83.79	170.61
EPMH - média	138.95	184.40	105.39	98.07	159.89
IMM - máximo	255.99	259.21	233.68	199.04	241.31
B-best - máximo	338.56	305.92	219.45	197.49	302.09
EPMH - máximo	287.94	270.66	224.15	198.01	264.34
Erro RMS de velocidade (m/s)	T1	T2	T3	T4	T5
IMM - média	37.55	63.84	24.95	18.64	36.10
B-best - média	35.18	66.96	16.45	9.92	42.45
EPMH - média	32.74	59.01	18.28	11.50	33.75
IMM - máximo	228.65	227.21	323.46	52.09	184.29
B-best - máximo	221.35	244.47	314.81	49.33	221.73
EPMH - máximo	228.67	237.79	326.36	50.42	193.55

Os gráficos na FIG. 5.6 mostram que durante as manobras os três algoritmos produziram erros semelhantes, com o B -best apresentando maiores erros de pico. Em contrapartida, em períodos de velocidade constante do alvo (nos trechos em que os erros produzidos pelos 3 algoritmos são menores), pode-se observar que os algoritmos B -best e EPMH produziram erros RMS de posição significativamente menores do que o IMM. Este comportamento fica evidenciado principalmente nas figuras 5.6c e 5.6d, quando há longos períodos sem manobras. Na TAB. 5.1, os valores médios obtidos com o B -best e com o EPMH, que ficam abaixo dos obtidos com o IMM, são influenciados principalmente pelos períodos em que o alvo não realiza manobras.

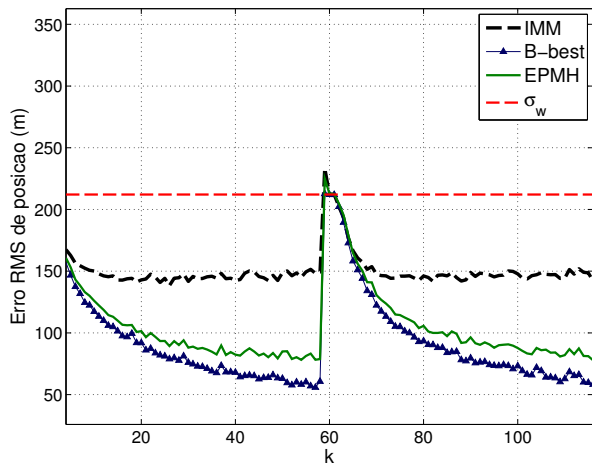
Na FIG. 5.6e observa-se um aumento do erro RMS nos algoritmos B -best e EPMH, quando há uma suave desaceleração longitudinal do alvo. O melhor desempenho do IMM nesse caso se deve à maior capacidade de adaptação dos algoritmos baseados em fusão ao descasamento de modelo. Esse comportamento será discutido ao final desta seção.



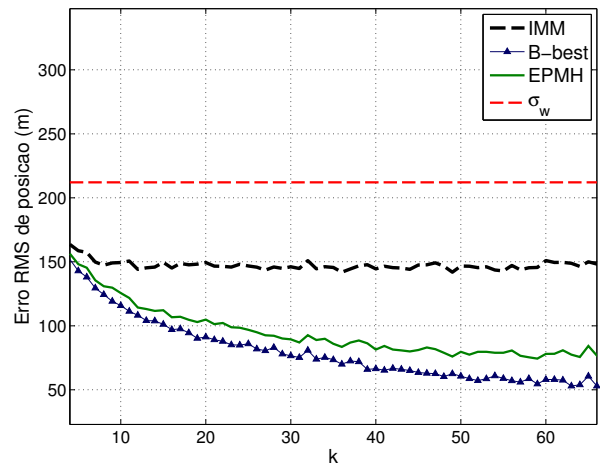
(a) Trajetória T1



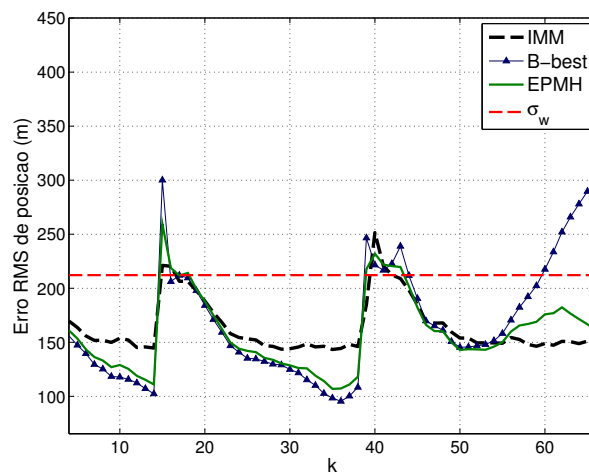
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3

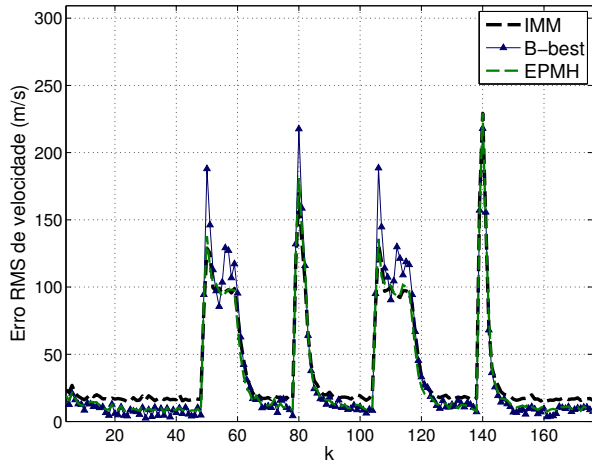


(d) Trajetória T4

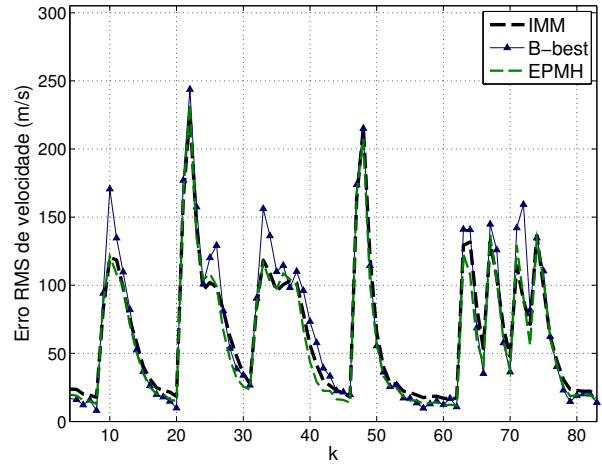


(e) Trajetória T5

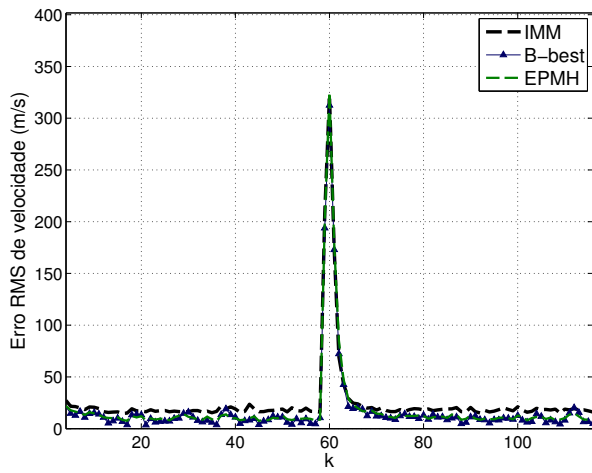
FIG. 5.6 – Erro RMS de Posição.



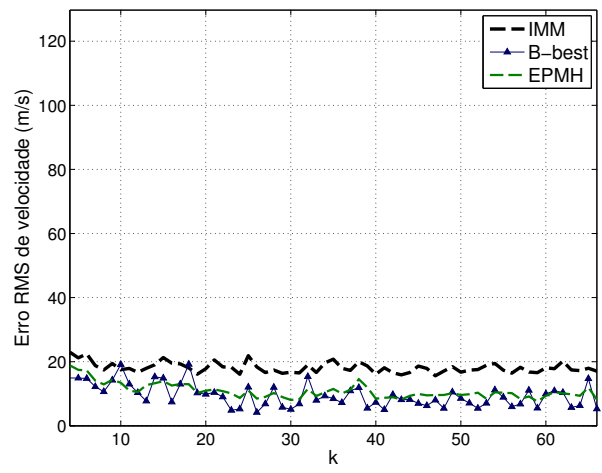
(a) Trajetória T1



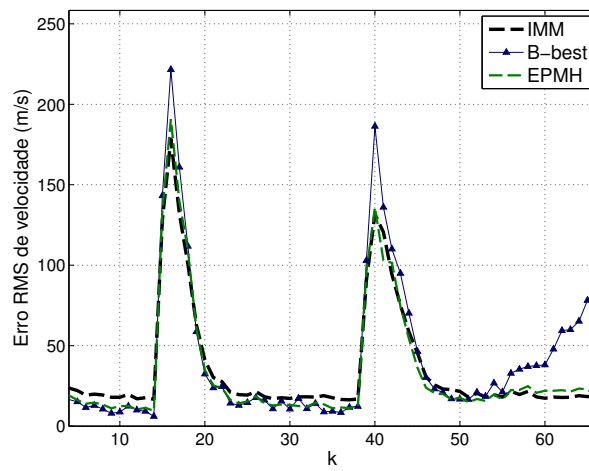
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3



(d) Trajetória T4



(e) Trajetória T5

FIG. 5.7 – Erro RMS de Velocidade.

A FIG. 5.7 apresenta os resultados de erro RMS de velocidade obtidos com as diferentes trajetórias, e nela se nota que o algoritmo *B*-best produziu picos de erro acentuados durante as manobras, enquanto que no estado estacionário este algoritmo produziu erros menores do que o IMM. Este comportamento é similar ao observado em (PITRE; JILKOV; LI, 2005).

Nas curvas de erro RMS de posição e de velocidade acima obtidas observou-se portanto que o algoritmo EPMH apresentou desempenho próximo do IMM nas fases transição entre os modos de voo e próximo do *B*-best nos períodos de velocidade constante.

5.2.2 CUSTO COMPUTACIONAL

Os números de operações de multiplicação e divisão executadas ao se usar os algoritmos *B*-best e EPMH com as 5 trajetórias aqui consideradas são apresentados na TAB. 5.2, onde estão normalizados pelos seus correspondentes obtidos com a aplicação do algoritmo IMM. No caso do algoritmo EPMH, o número de hipóteses que são propagadas com o tempo é variável, implicando um custo computacional também variável. Os valores apresentados na TAB. 5.2 correspondem à média do número de multiplicações/divisões em cada trajetória.

TAB. 5.2 – Comparação do Número de Operações de Multiplicação/Divisão.

Algoritmo	T1	T2	T3	T4	T5
IMM	1	1	1	1	1
B-best	6.65	6.65	6.65	6.65	6.65
EPMH	2.03	2.20	1.92	1.92	2.08

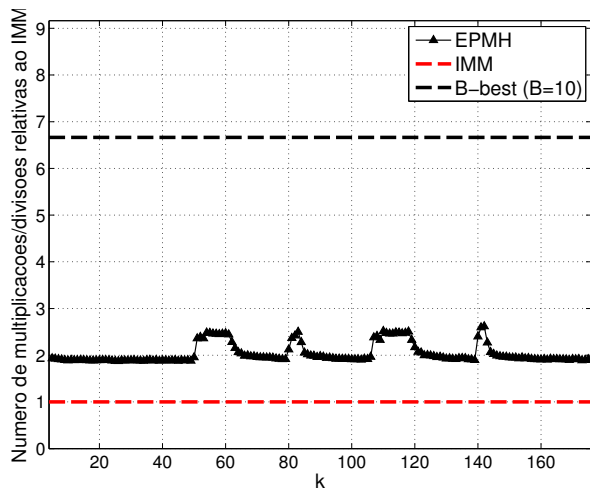
A FIG. 5.8 apresenta o número de operações de multiplicação/divisão em função do tempo para todas as referidas trajetórias. Observa-se que o EPMH mantém valores mínimos em intervalos sem manobras que, quando ocorre mudança no modo de voo do alvo, há um aumento neste número de operações, uma vez que o número de hipóteses propagadas nesses casos é maior.

Desses resultados, observa-se que o *B*-best apresenta um custo computacional significativamente elevado quando comparado ao EPMH, e que este último tem custo computacional mais próximo do IMM.

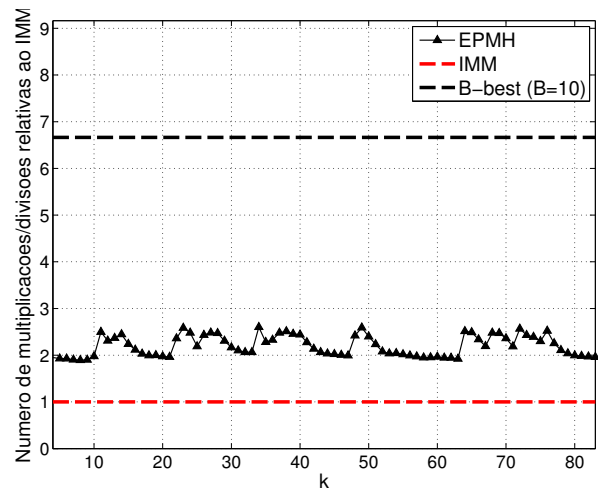
A FIG. 5.9 mostra o número de hipóteses propagadas e fundidas no EPMH em função do tempo. Observa-se de forma direta que o número de hipóteses propagadas cresce em períodos de manobras, elevando o custo computacional. Contudo, mesmo com esse aumento, o custo computacional do algoritmo EPMH se mantém consideravelmente menor do que o do *B*-best com $B = 10$.

5.2.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

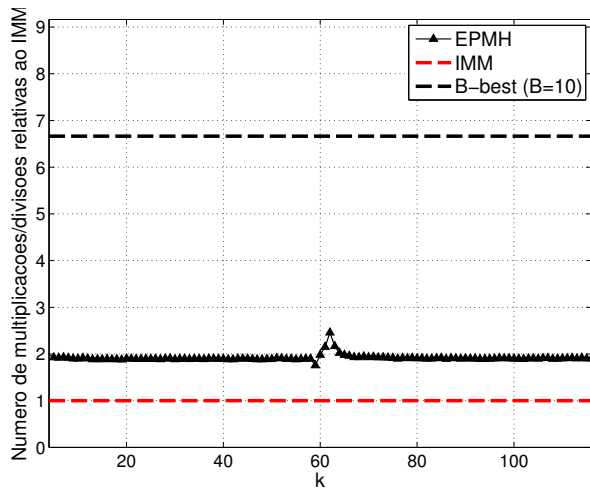
Tendo em vista os resultados numéricos apresentados nesta seção, conclui-se que o algoritmo EPMH proporciona o melhor compromisso entre desempenho e custo computacional para os cenários considerados, quando comparado com os algoritmos *B*-best e IMM.



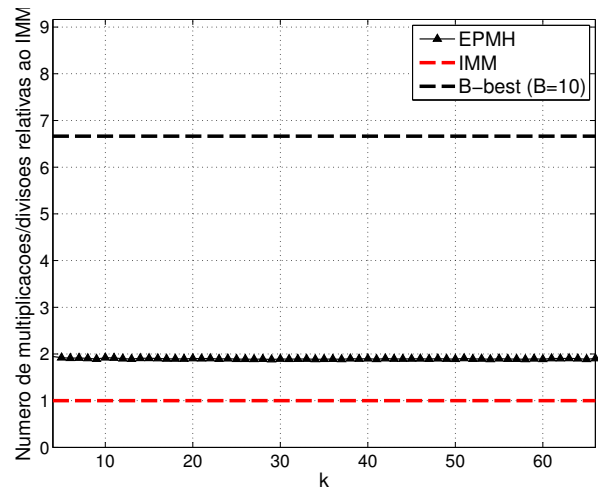
(a) Trajetória T1



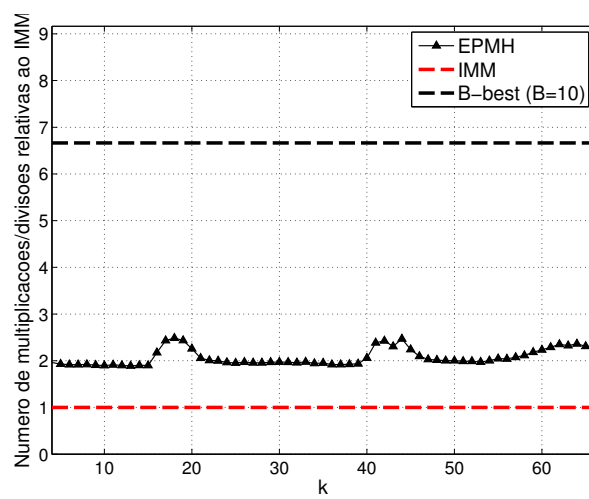
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3

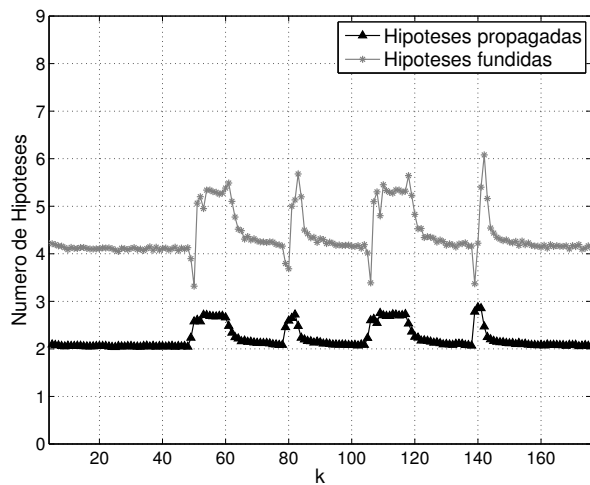


(d) Trajetória T4

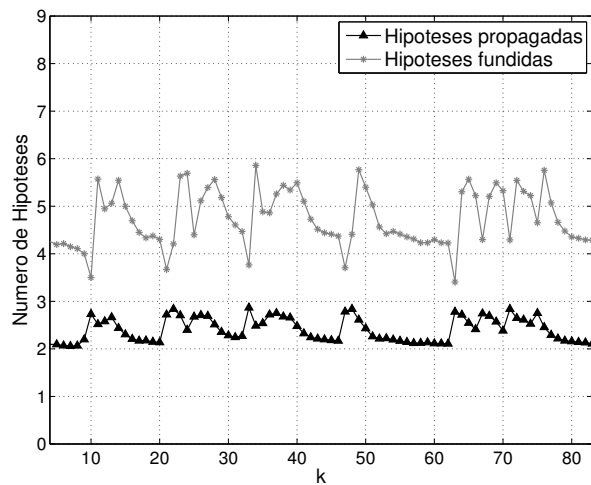


(e) Trajetória T5

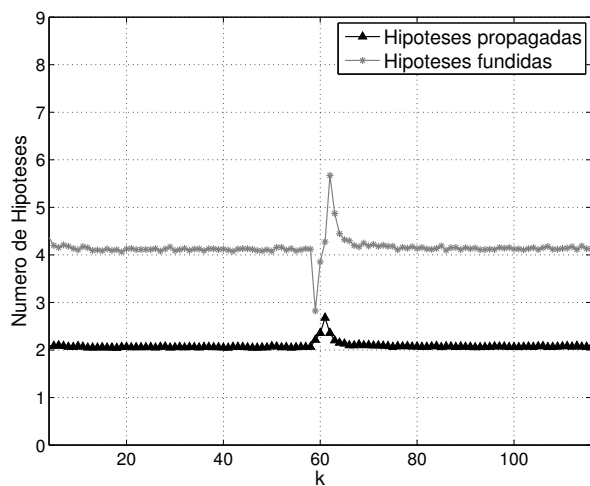
FIG. 5.8 – Quantidade de Operações de Multiplicação/Divisão entre o IMM, EPMH e B -best.



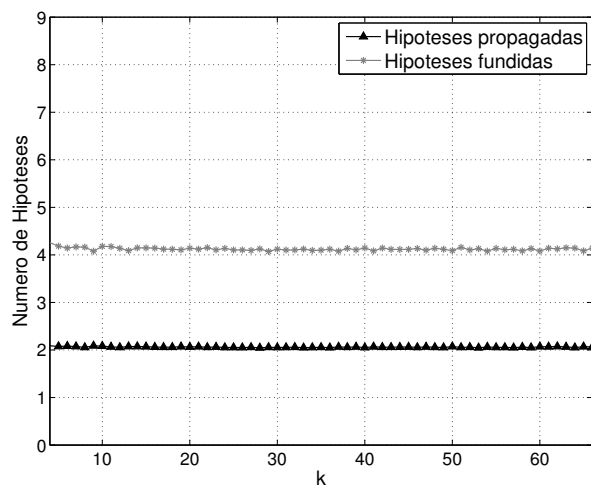
(a) Trajetória T1



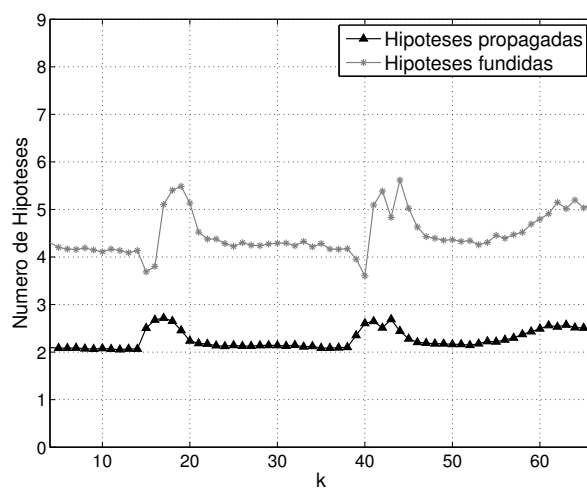
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3



(d) Trajetória T4



(e) Trajetória T5

FIG. 5.9 – Número de Hipóteses Propagadas pelo Algoritmo EPMH.

O desempenho do EPMH, próximo do B -best (com valor de parâmetro B elevado) e melhor do que o do IMM (principalmente em períodos sem manobras), obtido com custo computacional próximo ao do IMM, se deve ao esquema de propagação de hipóteses aqui proposto, que se beneficia das vantagens das estratégias de descarte e fusão, processando mais hipóteses somente quando necessário (nos períodos de mudança no modo de voo).

O descasamento de modelos é uma questão que deve ser considerada na especificação do algoritmo EPMH, visando uma particular aplicação. Como foi discutido na Seção 3.1.2, os algoritmos baseados em descarte são mais sensíveis ao descasamento de modelo do que algoritmos que combinam hipóteses sistematicamente. Este comportamento fica claro na simulação da trajetória T5, quando, após a última curva, se inicia uma desaceleração de $0.3m/s^2$. Nas FIG.s 5.6e e 5.7e, observa-se um crescimento acentuado do erro de estimação nesse período, principalmente no algoritmo B -best, que é puramente baseado em descarte. No algoritmo EPMH, esse erro é consideravelmente menor do que no B -best, mas ainda é maior do que o IMM. O EPMH, nesse caso, chega a um meio termo entre o B -best e o IMM graças à hipótese obtida por fusão, que pode propagar informação dos modelos de aceleração mesmo em períodos de velocidade constante. Um forma de diminuir o erro produzido pelo EPMH é utilizar um modelo de velocidade quase-constante (com valor σ_v pequeno), a fim de modelar pequenas perturbações no movimento do alvo. O uso deste modelo irá elevar o erro RMS do EPMH, mas o mesmo pode ficar ainda abaixo do nível de erro RMS do estado estacionário do IMM.

Outra possibilidade para mitigar essa situação é aumentar a probabilidade de transição na matriz (5.2) entre o modelo de velocidade constante e o de aceleração constante, fazendo com que hipóteses com pequenas acelerações tenham maior peso na propagação. Contudo, o aumento desta probabilidade pode gerar maiores picos de erro no início e término de manobras, visto que a probabilidade do modelo com aceleração alta será reduzida.

O algoritmo IMM não apresenta muita sensibilidade aos valores dos elementos da matriz de probabilidade de transição entre modelos. Este comportamento é visto pelos autores de (BLACKMAN; POPOLI, 1999) e (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001) como uma vantagem do IMM. Embora essa robustez possa ser benéfica em alguns casos, perde-se com ela um recurso para ajustar o algoritmo a necessidades específicas que podem surgir em ambientes reais. Os algoritmos EPMH e B -best são mais sensíveis aos valores definidos na matriz de probabilidade de transição (5.2) porque esses valores influenciam diretamente as probabilidades *a posteriori* (equação (2.32)), que são usadas para seleção de hipóteses.

Dessa forma, o EPMH, quando projetado cuidadosamente, tem seu desempenho superior em termos de erro de estimação para alvos altamente manobráveis comparado ao IMM, conforme atestam os resultados apresentados nesta seção.

5.3 RASTREAMENTO DIANTE DE INCERTEZA SOBRE A ORIGEM DAS OBSERVAÇÕES

A seguir, o algoritmo EPMAH é comparado com o IMM PDAF. Esses algoritmos são indicados para rastreamento de alvos em manobras quando há a necessidade de associação de dados (*clutter*)

e são analisados em termos de erro RMS, perda de pistas e custo computacional.

Todos os algoritmos foram implementados com os mesmos modelos apresentados na Seção 5.2 e com a matriz de transição de probabilidade

$$\begin{bmatrix} 0.90 & 0.10 & 0 \\ 0.10 & 0.60 & 0.30 \\ 0.15 & 0.05 & 0.80 \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

cujas linhas estão associadas aos modelos de forma similar às da matriz apresentada na expressão (5.2). A probabilidade de transição entre o modelo de velocidade constante e o de aceleração constante foi igualado a zero em relação àquela matriz para se diminuir ainda mais os erros de pico do EPMAH. Como foi comentado na Seção 5.2.3, o desempenho do IMM é próximo para diferentes valores de probabilidade de transição e é suposto que seu desempenho não é afetado por esta mudança.

Parâmetros adicionais utilizados nos algoritmos foram $P_G = 0.99$ (como consequência o limiar da região de validação dado é por $\gamma = 9.2$) e $P_D = 0.8$. Para o algoritmo EPMAH, $\lambda_U = 0.8$ e $\lambda_L = 0.001$.

A estimativa inicial do alvo correspondendo às trajetórias simuladas foi iniciada pelo método de inicialização em dois pontos (BAR-SHALOM; LI; KIRUBARAJAN, 2001). Todas as observações geradas pelo modelo do radar foram processadas pelos algoritmos, que criaram suas regiões de validação e selecionaram as observações individualmente.

Uma região retangular foi utilizada em cada algoritmo para pré-validar as observações antes que as mesmas fossem selecionadas utilizando a sua região de validação. Essa pré-validação descarta observações com probabilidades muito baixas de terem sido originadas pelo alvo de interesse, evitando-se um crescimento descontrolado da região de validação (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011). Essa região de pré-validação é construída com base na posição prevista do alvo e em valores de velocidades factíveis para uma aeronave de alta manobrabilidade.

Uma pista foi considerada perdida (perda de rastreamento) quando a diferença de posição entre a estimativa de posição e a trajetória verdadeira do alvo diferiu em 15 km . Foi escolhido um valor suficientemente grande de forma que se tenha certeza de que houve realmente uma perda de pista e não um desvio momentâneo entre a posição verdadeira do alvo e posição estimada pela pista. Não há uma definição única na literatura para perda de pista e nem consenso sobre a preferência de uma definição pela outra (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011).

Na ocasião de uma perda de pista, todas as informações da execução da simulação foram desprezadas, sendo apenas registrada a quantidade de ocorrência de perda de pistas, para a avaliação da taxa de ocorrência deste evento. Desta forma, os gráficos e informações relativos aos erros de estimação foram obtidos de resultados de rastreamento sem perda de pista.

5.3.1 MODELO DO RADAR

Com o intuito de se ter simulações mais realistas, com perdas de detecções do alvo e presença de alarmes falsos, um modelo de radar foi considerado para a geração das observações utilizadas

como entrada para os algoritmos.

O modelo do radar utilizado foi baseado em modelos descritos em (BLACKMAN; POPOLI, 1999) e (MAHAFZA, 2013), nos quais se calcula a relação sinal-ruído (SNR) para um alvo a uma distância R de acordo com

$$\text{SNR} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^4, \quad (5.4)$$

onde R_0 é a distância nominal de $\text{SNR} = 0$ dB para um alvo com uma determinada seção transversal radar (*radar cross section*, RCS). R_0 resume a figura de mérito do radar em relação a esse alvo, de acordo com a equação de alcance do radar. Uma descrição detalhada de como se obter R_0 pode ser encontrada em (BLACKMAN; POPOLI, 1999).

O valor de SNR, juntamente com valores de probabilidade de alarme falso (P_{FA}) e do número de pulsos integrados (n_p), são utilizados para se obter a probabilidade de detecção (P_D) do alvo, assumindo integração coerente dos pulsos e o modelo Swerling I para a flutuação de RCS do alvo (MAHAFZA, 2013). A geração dos alarmes falsos baseia-se nas considerações feitas na Seção 2.3.1, onde o *clutter* é uniformemente distribuído na cobertura do radar e o número de alarmes falsos segue uma distribuição de Poisson com média $P_{FA} \times n_c$, onde n_c é o número de células de resolução do radar.

Os parâmetros do modelo do radar utilizados nas simulações foram definidos considerando-se um radar de vigilância aérea de longo alcance, com função *track-while-scan* de Banda-L e antena de rotação mecânica. O alvo é assumido como sendo uma aeronave de combate e com RCS pequeno (RICHARDS, 2005). Os valores destes parâmetros estão apresentados na TAB. 5.3, e foram estabelecidos com base no radar TPS-B34 (LOCKHEED MARTIN, 2013), atualmente empregado pela Força Aérea Brasileira para controle de tráfego aéreo e defesa aérea.

TAB. 5.3 – Parâmetros do Modelo de Simulação do Radar.

Parâmetro	Valor
Período de rotação	5s
Alcance máximo	180 NM
σ_r	75m
σ_θ	0.2°
P_{FA}	10^{-4}
n_p	16 to 46
n_c	1728000
RCS do alvo	1 m ²

O modelo do radar adotado gera observações 2-D em coordenadas polares a partir das trajetórias apresentadas na Seção 5.1. A essas coordenadas são adicionadas as componentes do ruído de observação em distância e azimuth, cujos desvios padrão são σ_r e σ_θ . Os algoritmos de rastreamento implementados executam a conversão de coordenadas padrão, conforme discutido na Seção 3.1.1.

Cada trajetória foi simulada assumindo duas posições iniciais diferentes, sendo uma próxima do radar, referenciada como "cenário 1", e outra distante, referenciada como "cenário 2". Quando o alvo está próximo do radar, as observações são mais precisas e a probabilidade de detecção é maior, e quando distante do radar, o alvo tem menor probabilidade de detecção e as observações são mais ruidosas. As coordenadas iniciais do alvo em cada cenário foram definidas em (-20 NM, 20 NM) e (-120 NM, 120 NM) para os cenários 1 e 2, respectivamente, sendo NM a abreviação de milhas náuticas.

5.3.2 ERRO DE ESTIMAÇÃO

As TAB. 5.4 e 5.5 resumem os resultados comparativos do IMMPDAF e EPMAH em termos de erro de estimação para os dois cenários.

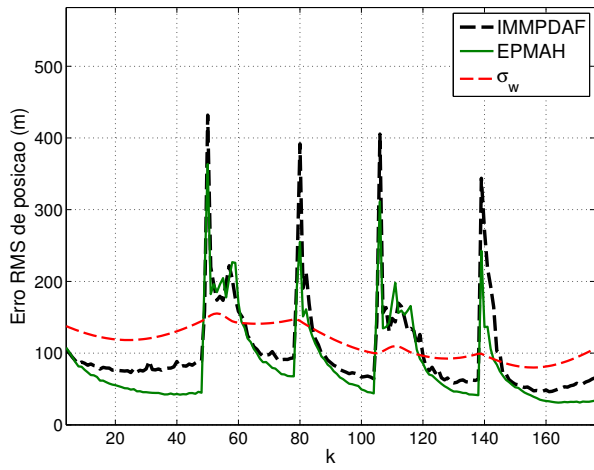
No cenário 1, o algoritmo EPMAH apresentou desempenho de estimação da posição do alvo significativamente superior ao do IMMPDAF. O desempenho de erro RMS de velocidade do EPMAH foi um pouco melhor do que o IMMPDAF. No cenário 2, o IMMPDAF foi melhor para o erro de posição durante a trajetória T2, enquanto que o EPMAH obteve menor erro RMS máximo. Nas trajetórias T1 e T3, o EPMAH produziu erros RMS consideravelmente menores, tanto médios como máximos.

TAB. 5.4 – Síntese da Avaliação de Erro RMS - Cenário 1.

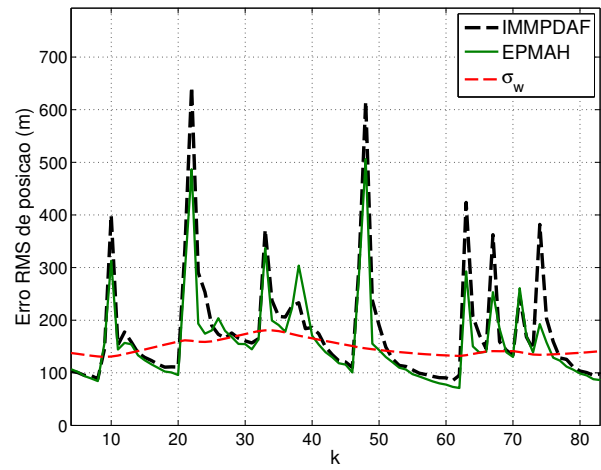
Erro RMS de posição (m)	T1	T2	T3	T4	T5
IMMPDAF - média	103.87	176.16	153.20	139.71	113.88
EPMAH - média	85.29	156.85	109.66	88.03	108.31
IMMPDAF - máximo	434.91	650.94	706.64	211.63	435.55
EPMAH - máximo	367.02	500.08	537.79	131.20	256.12
Erro RMS de velocidade (m/s)	T1	T2	T3	T4	T5
IMMPDAF - média	22.67	48.29	20.00	12.20	21.17
EPMAH - média	18.20	41.25	16.06	8.59	19.94
IMMPDAF - máximo	141.89	174.83	304.58	26.10	118.45
EPMAH - máximo	137.71	150.12	369.38	28.57	107.28

TAB. 5.5 – Síntese da Avaliação de Erro RMS - Cenário 2.

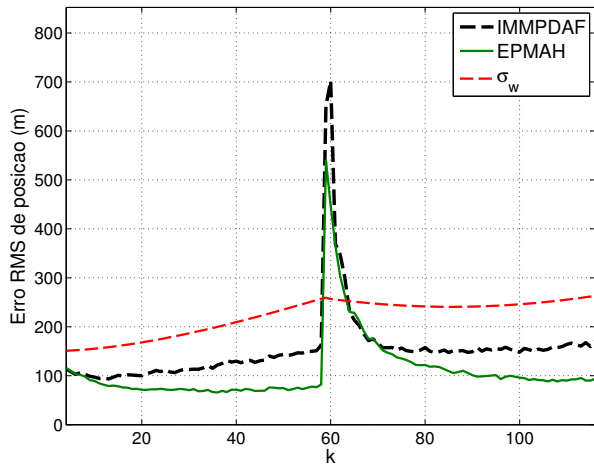
Erro RMS de posição (m)	T1	T2	T3	T4	T5
IMMPDAF - média	480.78	616.96	478.29	495.05	516.32
EPMAH - média	446.00	626.93	413.10	400.29	522.70
IMMPDAF - máximo	1114.34	892.73	1060.23	752.80	761.92
EPMAH - máximo	844.27	815.36	878.75	707.46	753.83
Erro RMS de velocidade (m/s)	T1	T2	T3	T4	T5
IMMPDAF - média	57.51	91.37	40.35	35.28	55.16
EPMAH - média	53.80	94.68	39.84	32.47	61.83
IMMPDAF - máximo	211.29	213.91	327.68	139.41	189.11
EPMAH - máximo	216.56	199.85	326.31	164.65	180.57



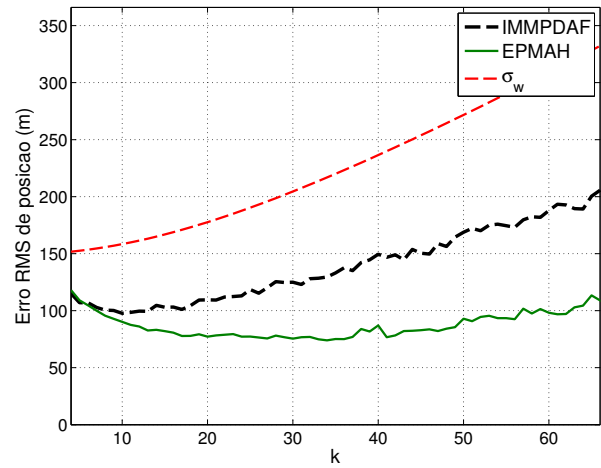
(a) Trajetória T1



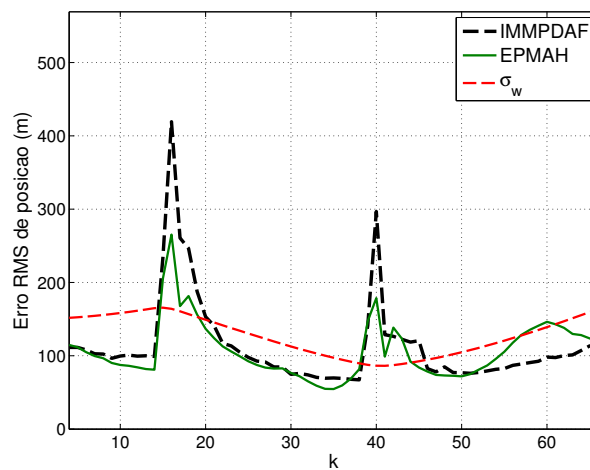
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3

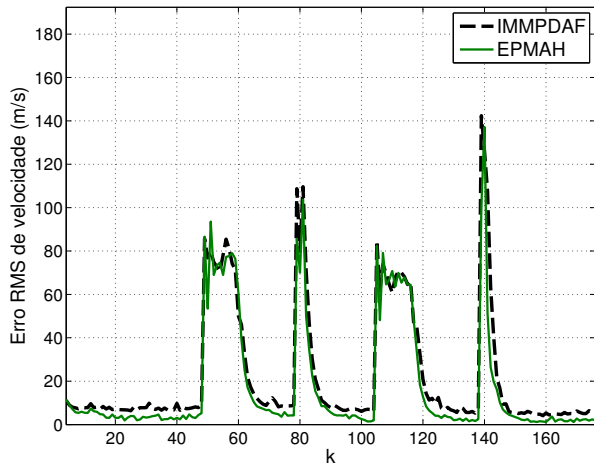


(d) Trajetória T4

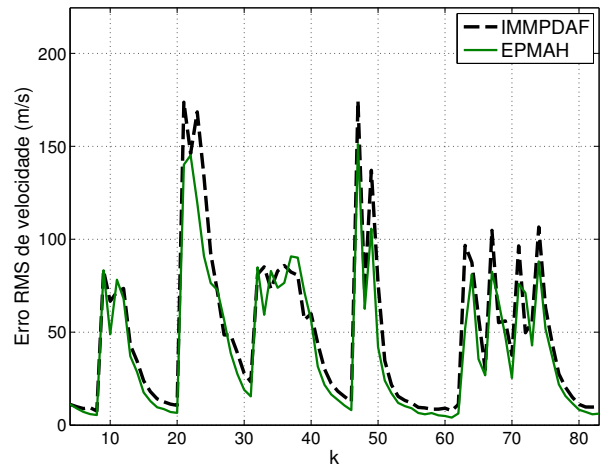


(e) Trajetória T5

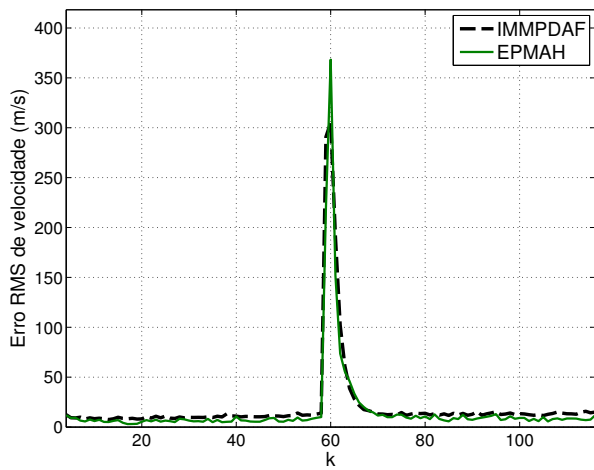
FIG. 5.10 – Erro RMS de Posição no Cenário 1.



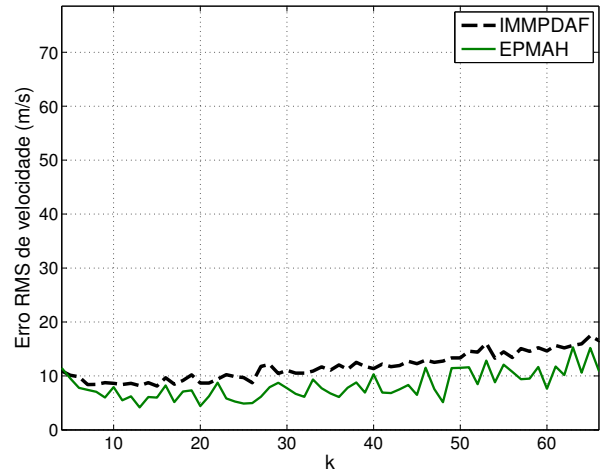
(a) Trajetória T1



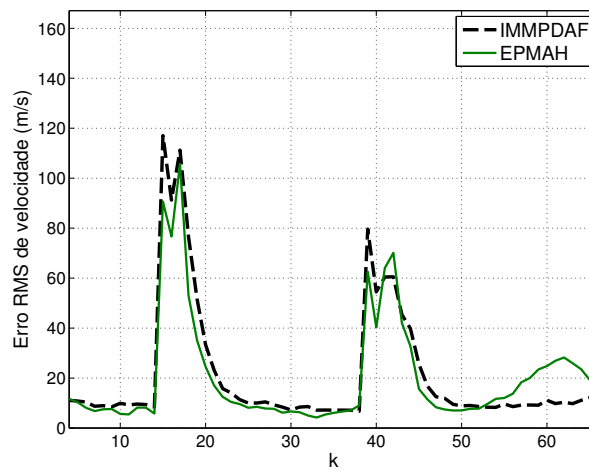
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3

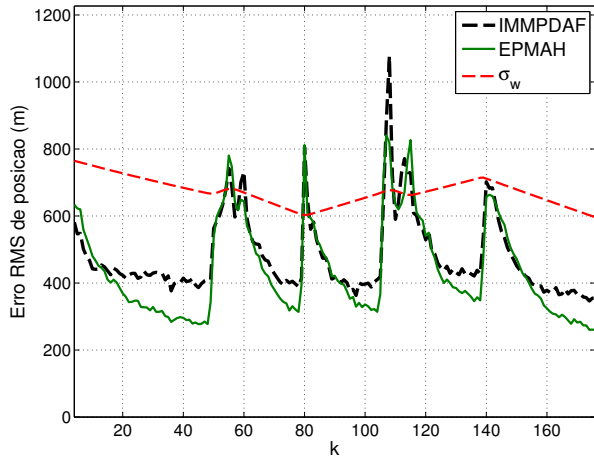


(d) Trajetória T4

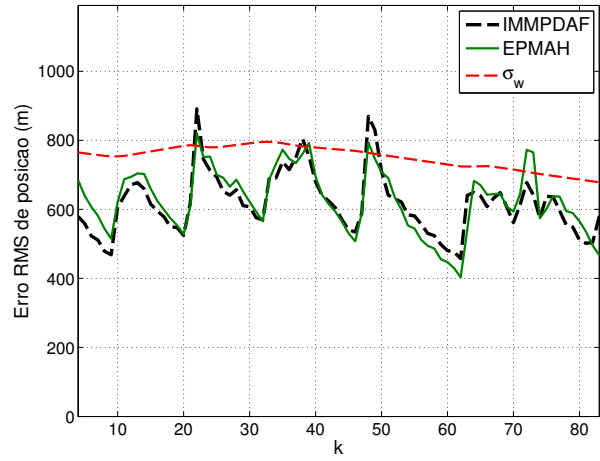


(e) Trajetória T5

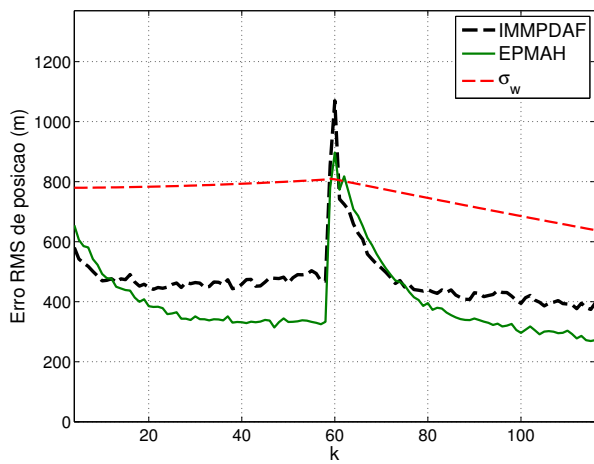
FIG. 5.11 – Erro RMS de Velocidade no Cenário 1.



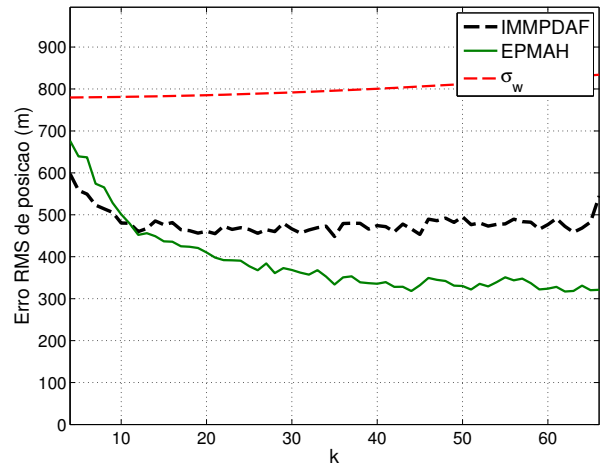
(a) Trajetória T1



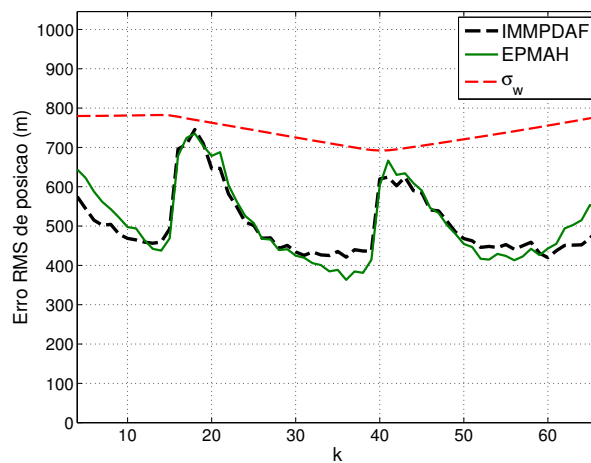
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3

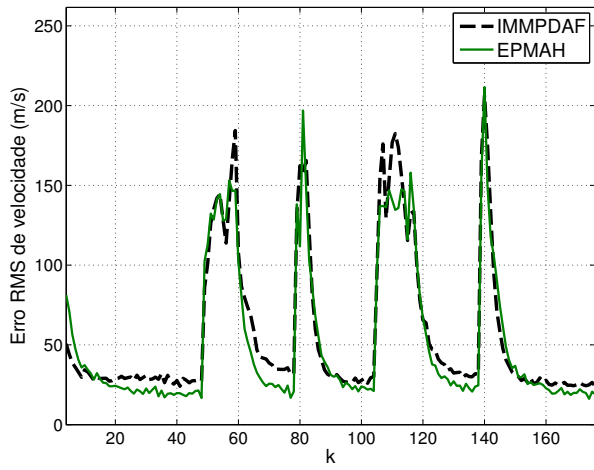


(d) Trajetória T4

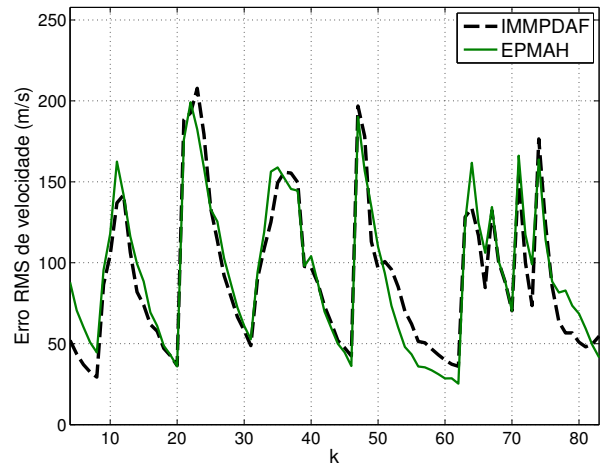


(e) Trajetória T5

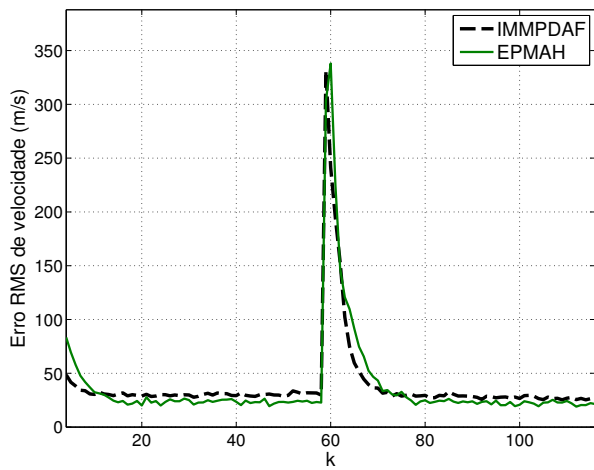
FIG. 5.12 – Erro RMS de Posição no Cenário 2.



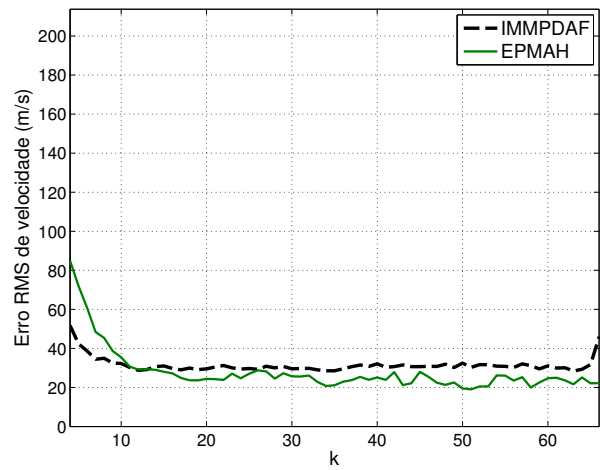
(a) Trajetória T1



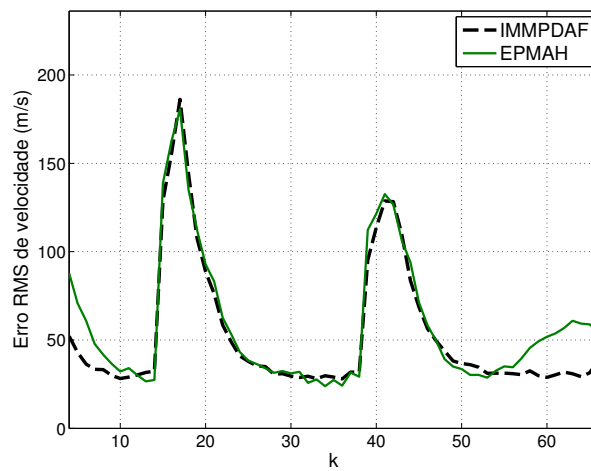
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3



(d) Trajetória T4



(e) Trajetória T5

FIG. 5.13 – Erro RMS de Velocidade no Cenário 2.

5.3.3 PERDA DE PISTAS

Os resultados da comparação das taxas de perda de pistas entre os algoritmos IMMPDAF e EPMAH são apresentados a seguir. As TAB. 5.6 e 5.7 mostram a síntese destes resultados nos cenários 1 e 2, respectivamente, para todas as trajetórias.

TAB. 5.6 – Taxa de Perda de Pistas no Cenário 1.

Algoritmo	T1	T2	T3	T4	T5
IMMPDAF	0.00%	1.10%	2.10%	0.20%	0.10%
EPMAH	0.00%	0.00%	0.60%	0.00%	0.00%

TAB. 5.7 – Taxa de Perda de Pistas no Cenário 2.

Algoritmo	T1	T2	T3	T4	T5
IMMPDAF	17.20%	19.60%	13.70%	5.20%	9.30%
EPMAH	3.40%	4.40%	3.70%	0.40%	2.00%

No cenário 1, os dois algoritmos obtiveram desempenho semelhante, sendo o EPMAH levemente superior, principalmente na trajetória T3. Este resultado sugere que o algoritmo EPMAH é um pouco melhor para rastrear a manobra muito brusca presente nessa trajetória, mesmo em regiões próximas do radar.

Já no cenário 2, quando a probabilidade de detecção é menor e as observações são menos precisas, o EPMAH foi substancialmente melhor que o IMMPDAF em todas as trajetórias, .

Esses resultados indicam que a estratégia de propagação de hipóteses do EPMAH é superior à do IMMPDAF quando se avalia a perda de pistas.

5.3.4 CUSTO COMPUTACIONAL

A comparação de custo computacional entre os algoritmos IMMPDAF e EPMAH foi semelhante à realizada na Seção 5.2.2, quando as quantidades de operações de multiplicação e divisão foram computadas. Os resultados apresentados nesta seção foram normalizados em relação aos do IMMPDAF.

O número de operações realizadas pelos algoritmos foram computados *online* durante as simulações, visto que em ambos este número é variável. No caso do IMMPDAF, embora um número fixo de hipóteses seja propagado, a quantidade de operações depende do número de observações validadas (mais observações acarretam acréscimo de operações). O EPMAH, por outro lado, não propaga um número fixo de hipóteses, de forma que sua carga computacional depende fortemente do número de hipóteses modelo-associação criadas e propagadas.

As TAB. 5.8 e 5.9 apresentam os valores médio da quantidade de operações nas cinco trajetórias, coletados durante as simulações e indicam que, na média, o EPMAH teve custo computacional inferior ao IMMPDAF.

As FIG. 5.14 e 5.16 mostram a quantidade de operações de multiplicação/divisão ao longo do tempo para os dois algoritmos.

TAB. 5.8 – Comparação do Número de Operações de Multiplicação/Divisão no Cenário 1.

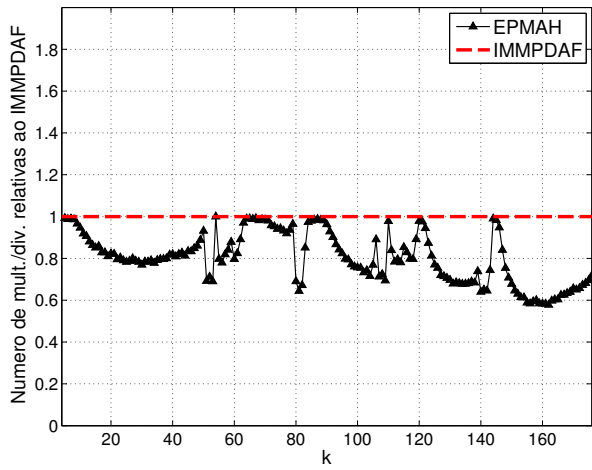
Algoritmo	T1	T2	T3	T4	T5
IMMPDAF	1	1	1	1	1
EPMAH	0.80	0.88	0.96	0.97	0.88

TAB. 5.9 – Comparação do Número de Operações de Multiplicação/Divisão no Cenário 2.

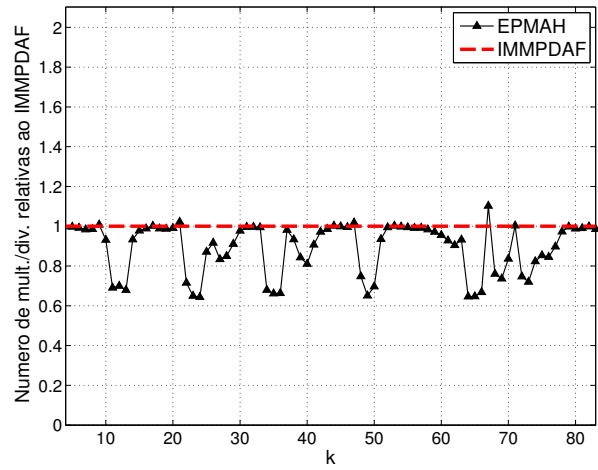
Algoritmo	T1	T2	T3	T4	T5
IMMPDAF	1	1	1	1	1
EPMAH	0.93	0.85	0.95	0.96	0.91

Quando o alvo permanece em velocidade constante e próximo do radar, o número médio de hipóteses no EPMAH é menor do que 2, como mostra a FIG. 5.15a. A propagação de uma única hipótese faz com que o custo computacional do EPMAH fique abaixo do IMMPDAF. Tal comportamento ocorre porque neste caso a hipótese dominante tem probabilidade muito alta, maior do que $1 - \lambda_L$, sendo a única hipótese propagada. Nas fases de manobras, não há hipótese dominante e a única hipótese propagada é o termo gerado pela fusão. Nessa situação o EPMAH também possui carga computacional menor do que a do IMMPDAF.

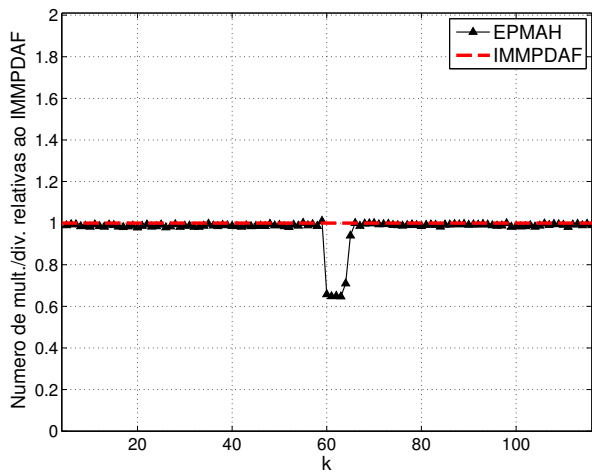
Estando o alvo afastado do radar, por causa do aumento do nível de erro de observação, a hipótese dominante não chega a ser tão alta, de modo que o número médio de hipóteses propagadas é 2 (a hipótese dominante e a hipótese combinada são propagadas). Nesses casos, observa-se que os custos computacionais dos algoritmos EPMAH e IMMPDAF são aproximadamente os mesmos.



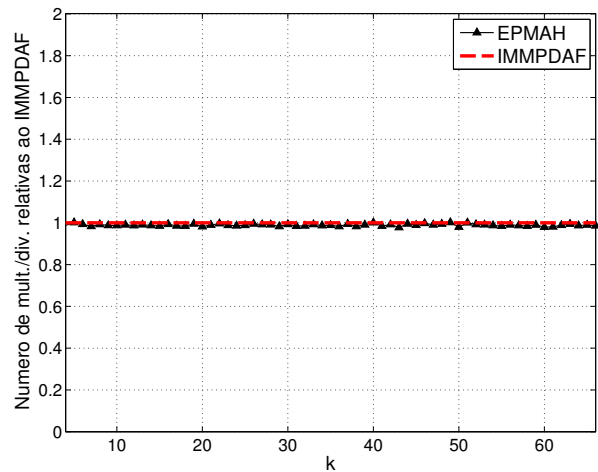
(a) Trajetória T1



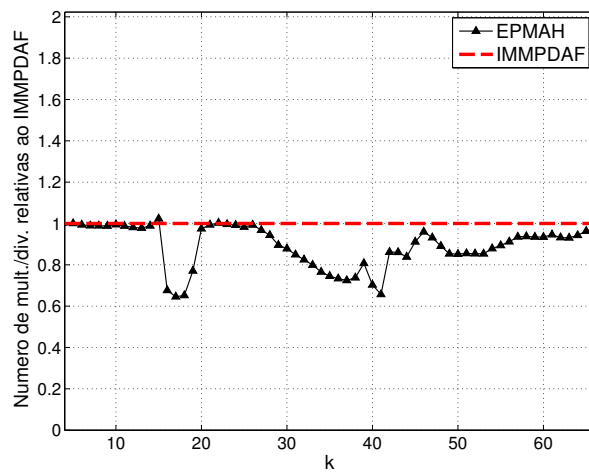
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3

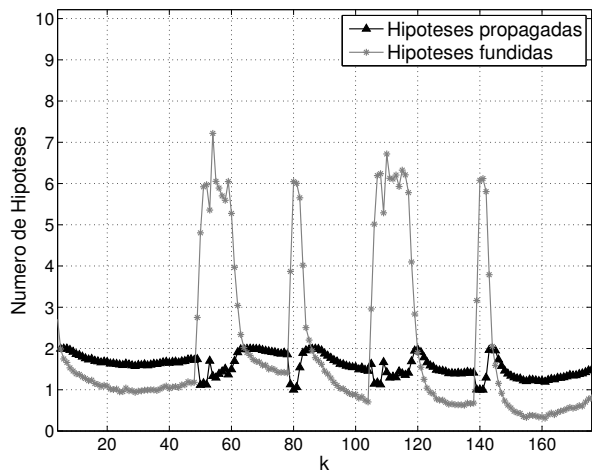


(d) Trajetória T4

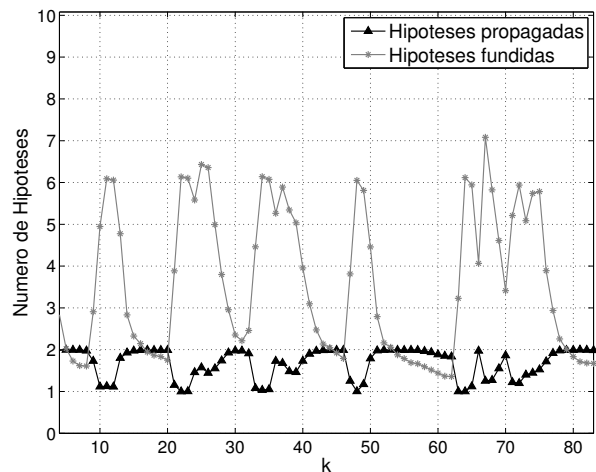


(e) Trajetória T5

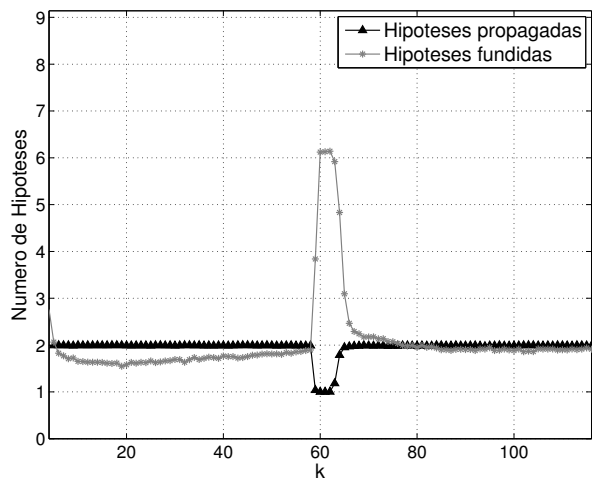
FIG. 5.14 – Número de Operações de Multiplicação/Divisão no Cenário 1.



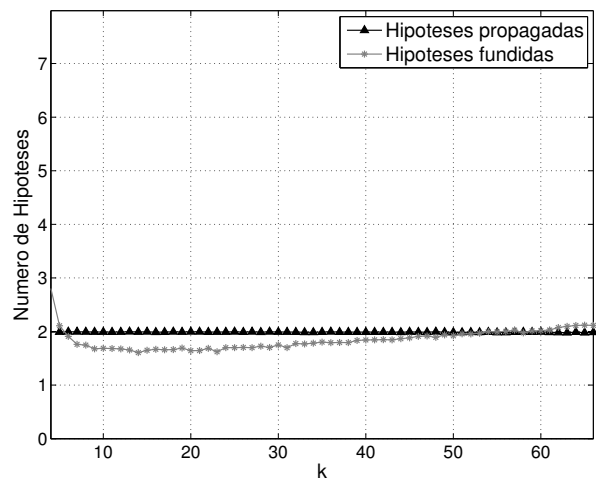
(a) Trajetória T1



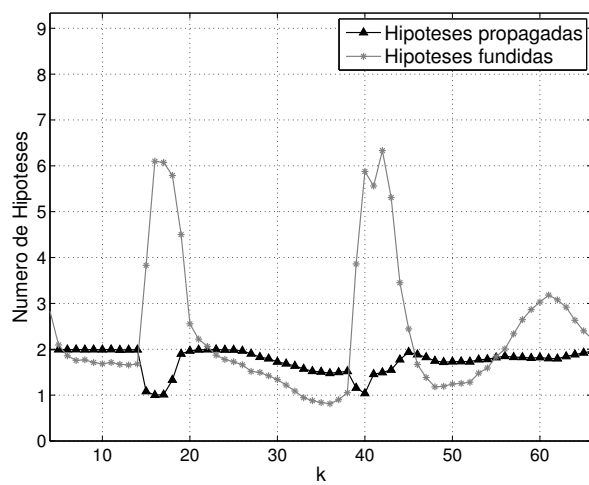
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3

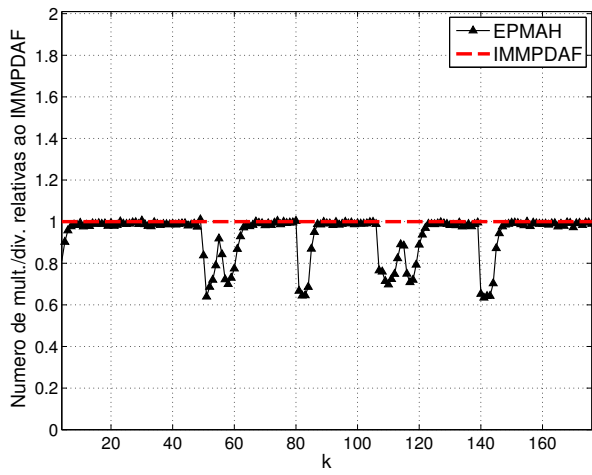


(d) Trajetória T4

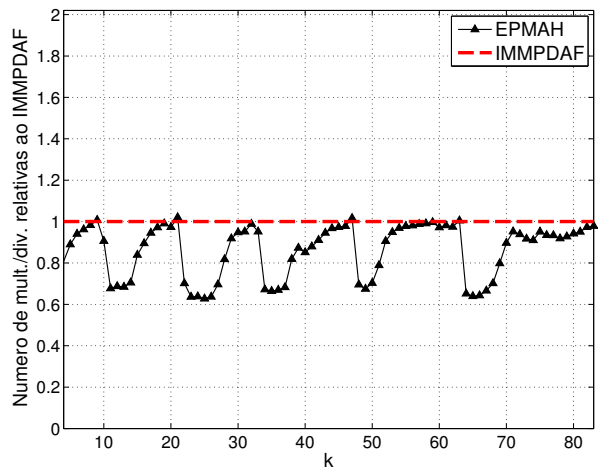


(e) Trajetória T5

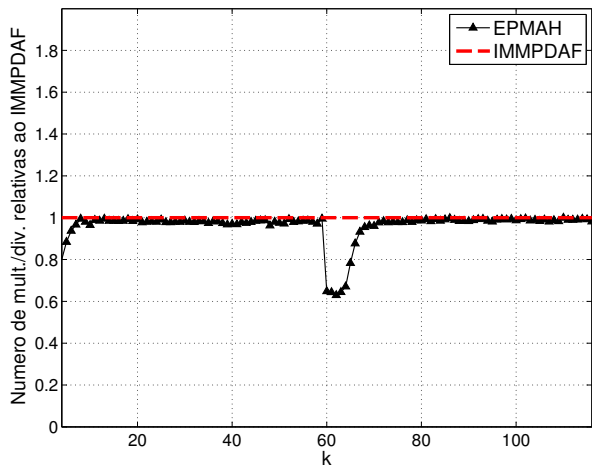
FIG. 5.15 – Número de Hipóteses Propagadas pelo EPMAH no Cenário 1.



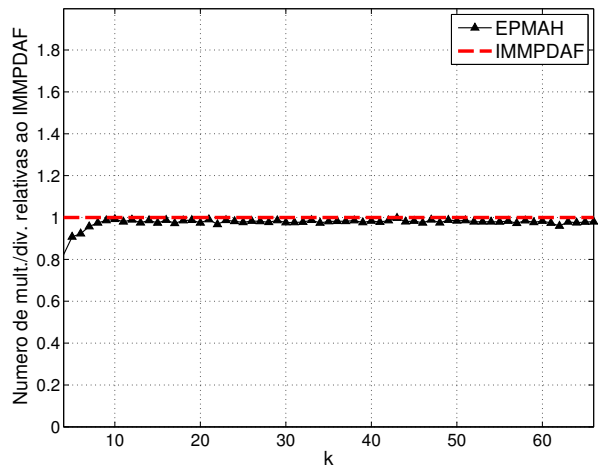
(a) Trajetória T1



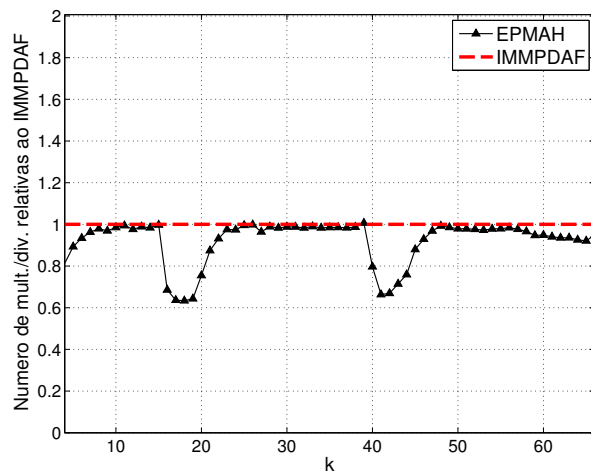
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3

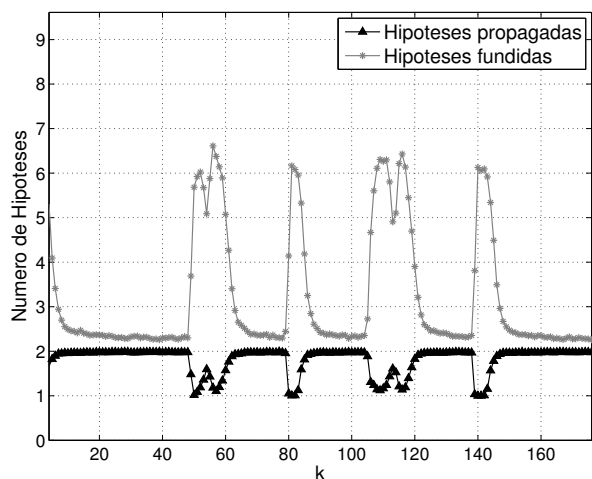


(d) Trajetória T4

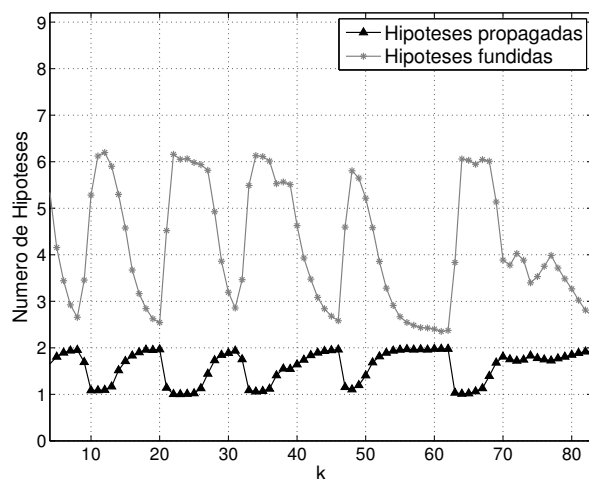


(e) Trajetória T5

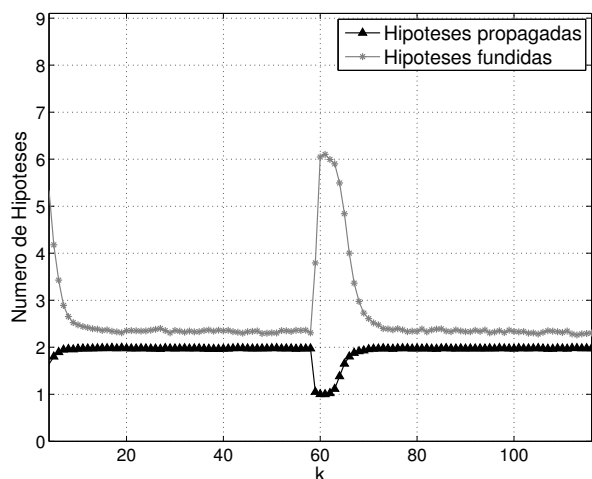
FIG. 5.16 – Número de Operações de Multiplicação/Divisão no Cenário 2.



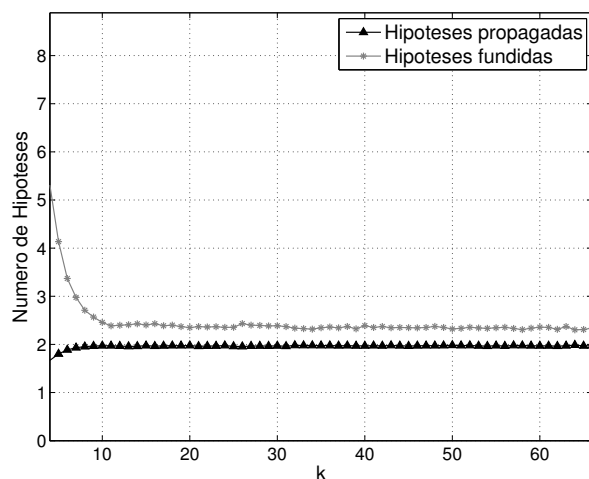
(a) Trajetória T1



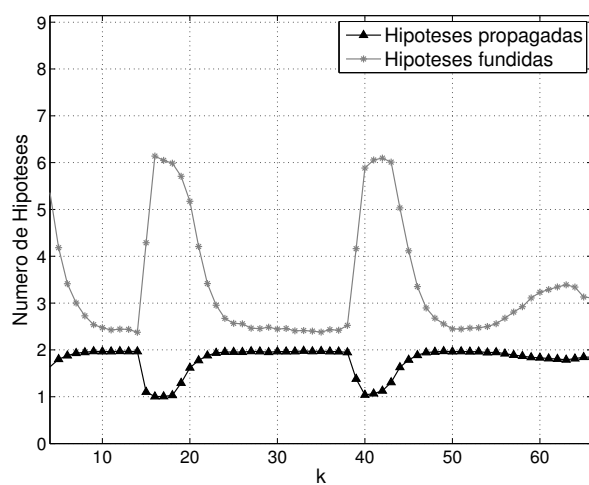
(b) Trajetória T2



(c) Trajetória T3



(d) Trajetória T4



(e) Trajetória T5

FIG. 5.17 – Número de Hipóteses Propagadas pelo EPMAH no Cenário 2.

5.3.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O desempenho superior do EPMAH em relação ao IMMPPDAF pode ser explicado pela aproximação (4.10), que possibilita o algoritmo propagar diretamente uma hipótese de alta probabilidade (caso exista) junto com um termo obtido pela fusão de hipóteses. Esta última contém informações das hipóteses não dominantes (possivelmente geradas por modelos de aceleração) que serão importantes durante as mudanças de modo de voo. Isso permite ao algoritmo EPMAH produzir baixos erros de estimação com um custo computacional relativamente baixo.

Durante as manobras, e considerando que o limiar λ_U foi inicializado com um valor de probabilidade alto, o algoritmo funde todas as hipóteses em uma única fdp Gaussiana. Foi observado nos resultados que essa estratégia é mais robusta para evitar perda de pistas, visto que nenhum termo da mistura de Gaussianas é dominante quando o algoritmo está se adaptando a uma mudança do modo de voo, como foi discutido na Seção 4.3.

O IMMPPDAF, com 3 modelos, sempre propaga 3 hipóteses, cada uma condicionada a um modelo do filtro PDA. Considerando que um de seus filtros PDA possui um nível de ruído elevado³ e que a saída deste filtro é combinada com as demais, a cada iteração, o IMMPPDAF é mais sensível a detecções espúrias originadas por alarmes falsos. Essa sensibilidade ocasionou mais perdas de pistas nesse algoritmo, especialmente no cenário 2, onde a precisão das observações é menor.

Quando configurado para rastrear alvos com menor capacidade de manobra, o nível (desvio padrão) de ruído no modelo que considera a aceleração como um processo de Wiener é menor, e o desempenho dos dois algoritmos é similar. Em contrapartida, na medida em que o nível de ruído do modelo aumenta, o desempenho do EPMAH torna-se cada vez melhor. Por exemplo, em simulações com nível de ruído de $20g$, a taxa de perda de pista do IMMPPDAF pode chegar a 30%, mesmo em alvos próximos do radar, enquanto que o EPMAH produz taxas de perdas de pistas abaixo de 5% para o mesmo cenário.

³ De forma a rastrear alvos altamente manobráveis.

6 CONCLUSÕES

O rastreamento de aeronaves em manobras é um problema difícil de ser tratado devido às mudanças imprevisíveis na dinâmica de voo do alvo e à incerteza sobre a origem das observações produzidas pelo sensor. Um recurso comumente adotado para se estimar a trajetória de alvos manobráveis é a utilização de múltiplos modelos de movimento (modos de voo) e de um modelo Markoviano para caracterizar as mudanças no modo de voo do alvo.

Nesta modelagem, a obtenção da estimativa de estado do alvo sob o critério de mínimo erro quadrático médio (MEQM) é inviável computacionalmente, devido ao crescimento exponencial do número de sequências de hipóteses de modelo de movimento, mesmo sem supor incertezas quanto à origem das observações. Quando esta suposição é incluída na formulação do problema, o número de sequências de hipóteses modelo-associação cresce ainda mais rapidamente.

Foi mostrado que formas de se lidar com a inviabilidade do cálculo da estimativa MEQM consistem na obtenção de estimativas aproximadas via os métodos de descarte e fusão de hipóteses.

A apresentação dos principais algoritmos de rastreamento existentes na literatura foi dividida em dois grupos: no primeiro foram detalhados os algoritmos que não supõem incerteza sobre a origem das observações, entre os quais foi destacado o *Interacting Multiple-Model* (IMM), que é um dos algoritmos mais utilizados na indústria e emprega o método de fusão de hipóteses de modelo. Apesar de seu uso difundido, foi apontado que este algoritmo produz estimativas imprecisas quando utilizado em rastreamento de alvos com grande capacidade de manobra. Além do IMM, o algoritmo *B-best* também foi apresentado em detalhes. Foi mostrado que o método de descarte utilizado por este algoritmo requer um custo computacional alto para capturar mudanças nos modos de voo do alvo, embora produza estimativas precisas no estado estacionário e quando não há descasamento de modelos.

No segundo grupo foram apresentados algoritmos que, além de estimar a trajetória do alvo, lidam com a incerteza quanto à origem das observações. Em particular, foram apresentados os algoritmos *Probabilistic Data Association* (PDA) e o *IMMPDAF*, este último sendo indicado para rastrear alvos manobráveis, pois implementa a modelagem com múltiplos modelos de movimento.

Devido à inviabilidade do cálculo da estimativa MEQM e da deterioração das estimativas das soluções clássicas de rastreamento (algoritmos IMM e *IMMPDAF*) quando usados no rastreamento de alvos com grande capacidade de manobra, foram propostos neste trabalho dois algoritmos de rastreamento utilizando estratégias para propagação eficiente de hipóteses. Estas estratégias têm em comum a combinação criteriosa dos métodos de fusão e descarte de hipóteses com o objetivo de reduzir o erro de estimação de posição e a perda de pista, mantendo o custo computacional dentro de limites viáveis para implementação.

No algoritmo *EPMH* (*Efficient Propagation of Model Hypotheses*), foram consideradas apenas as hipóteses relativas aos modelos de movimento do alvo, não sendo supostas incertezas na origem das observações dos radares.

Foi verificado, com base nas simulações realizadas, que o algoritmo EPMH apresentou um melhor compromisso entre desempenho e custo computacional, produzindo erros de estimação no estado estacionário próximos aos do algoritmo *B*-best e com baixos picos de erro nas mudanças dos modos, de maneira similar ao do algoritmo IMM. Também foi mostrado que o EPMH demanda uma carga computacional mais próxima da do IMM e significativamente menor que a do *B*-best.

O conceito de propagação eficiente de hipóteses foi generalizado para tratar as incertezas relacionadas à origem das observações dos radares durante o rastreamento de um único alvo. A hipótese modelo-associação foi definida a partir da junção das hipóteses de modelo e de associação, que em geral são apresentadas isoladamente na literatura. Utilizando-se esta abordagem, o algoritmo EPMAH (*Efficient Propagation of Model-Association Hypotheses*) foi proposto. Os resultados numéricos mostraram que, para os cenários considerados, o EPMAH obteve excelente desempenho quando comparado ao IMM, com menores erros de estimação, menor taxa de perda de pista e menor custo computacional médio.

Conforme comentado na Seção 5.2.3, a estratégia de propagação eficiente de hipóteses proposta neste trabalho para cenários em que se admite associação perfeita das observações é mais sensível ao descasamento de modelos do que a abordagem de fusão sistemática empregada pelo algoritmo IMM. Contudo, foi visto que essa sensibilidade é significativamente menor do que em algoritmos puramente baseados em descarte, como é o caso do *B*-best.

Os algoritmos propostos também se mostraram sensíveis à matriz de probabilidade de transição da cadeia de Markov utilizada para modelar as mudanças nos modos de deslocamento da aeronave. Essa sensibilidade foi justificada pelo fato de que a probabilidade de transição influencia o cálculo das probabilidades *a posteriori*, que são usadas para seleção de hipóteses nas etapas de descarte destes algoritmos. O IMM é menos sensível neste aspecto, assim como é em relação ao descasamento de modelos, por não incluir uma etapa de descarte. As sensibilidades observadas nos algoritmos propostos mostram a necessidade de ajustar seus parâmetros para aplicação em sistemas reais de rastreamento.

Como foi verificado nos resultados desse trabalho, os algoritmos propostos têm potencial para melhorar o desempenho dos sistemas que utilizam o algoritmo IMM para o rastreamento de alvos ágeis, principalmente nos casos em que radares com rotação mecânica são utilizados, uma vez que nestes radares o período de rotação é longo quando comparado com radares com arranjo de antenas em fase.

Este trabalho deu origem a um artigo publicado em um dos principais congressos internacionais da área, a *Radar Conference* do IEEE, na edição de 2014, ocasião em que foi apresentado o algoritmo EPMH (LUCENA; GUIMARAES; PINTO, 2014). Um segundo artigo no qual será abordado o algoritmo EPMAH encontra-se em fase de preparação para ser submetido a um periódico internacional.

Alguns aspectos do problema de rastreamento de aeronaves em manobras não foram investigados neste trabalho e são deixados como sugestões para trabalhos futuros. Os mais importantes são comentados sucintamente a seguir:

- Rastreamento simultâneo de múltiplos alvos. Os eventos de associação considerados no EPMAH não levaram em consideração a existência de outros alvos, de modo que, na versão atual, o algoritmo não é adequado para rastrear múltiplos alvos em manobras. Contudo, a extensão do algoritmo EPMAH para tratar múltiplos alvos é direta, bastando apenas incluir as hipóteses de associação considerando outros alvos, como foi feito na derivação dos algoritmos JPDA e MHT (BAR-SHALOM; WILLET; TIAN, 2011);
- Investigação da sensibilidade em relação à definição da matriz de probabilidade de transição da cadeia de Markov e ao descasamento de modelo;
- Utilização de dados reais provenientes de radares de vigilância nos algoritmos EPMH e EPMAH. Nesse estudo, seria possível investigar o desempenho dos algoritmos propostos em situações reais de rastreamento, avaliando-se a eficiência da propagação de hipóteses apresentada neste trabalho com radares e trajetórias reais; e
- Inclusão de resultados recentes na literatura para a aproximação de fdp representada por mistura de Gaussianas. Na referência (CROUSE et al., 2011), são apresentadas técnicas para redução de misturas de Gaussianas que visam propagar o máximo de informação através de uma mistura com poucos termos, seguindo alguma métrica de teoria da informação, como o divergente de Kullback-Leibler (RUNNALLS, 2007) ou a integral de erro quadrático (*Integral Squared Error*) (WILLIAMS, 2003). Algumas dessas técnicas podem ser incorporadas aos algoritmos propostos nesse trabalho visando obter melhoras adicionais de desempenho.

Os arquivos de simulação produzidos neste trabalho podem ser utilizados como base para trabalhos futuros e consistem em *scripts* do MATLAB[®] com implementações do filtro de Kalman, dos algoritmos IMM, *B*-best, PDA e IMMPPDAF, assim como dos algoritmos propostos neste trabalho (EPMH e EPMAH). Outros arquivos constituem a estrutura de simulação utilizada no trabalho, com *scripts* para geração de trajetórias, para geração de observações com o modelo do radar TPS-B34 e rotinas para coleta de métricas de desempenho e seus respectivos gráficos.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACKERSON, G.; FU, K. On state estimation in switching environments. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 15, n. 1, p. 10–17, Feb 1970. ISSN 0018-9286.
- BAR-SHALOM, Y. **Multitarget-multisensor Tracking: Advanced Applications I**. [S.l.]: Artech House, 1990. ISBN 9780890063774.
- BAR-SHALOM, Y.; BLAIR, W. **Multitarget-Multisensor Tracking: Applications and Advances**. [S.l.]: Artech House, 2000. (Artech House Radar Library, v. 3). ISBN 9781580530910.
- BAR-SHALOM, Y.; CHALLA, S.; BLOM, H. IMM estimator versus optimal estimator for hybrid systems. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, v. 41, n. 3, p. 986–991, July 2005. ISSN 0018-9251.
- BAR-SHALOM, Y.; DAUM, F.; HUANG, J. The probabilistic data association filter. **Control Systems, IEEE**, v. 29, n. 6, p. 82–100, Dec 2009. ISSN 1066-033X.
- BAR-SHALOM, Y.; LI, X.; KIRUBARAJAN, T. **Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms and Software**. [S.l.]: Wiley, 2001. (A Wiley-Interscience publication). ISBN 9780471416555.
- BAR-SHALOM, Y.; MARCUS, G. Tracking with measurements of uncertain origin and random arrival times. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 25, n. 4, p. 802–807, Aug 1980. ISSN 0018-9286.
- BAR-SHALOM, Y.; WILLET, P.; TIAN, X. **Tracking and Data Fusion: A Handbook of Algorithms**. [S.l.]: YBS Publishing, 2011.
- BLACKMAN, S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking. **Aerospace and Electronic Systems Magazine, IEEE**, v. 19, n. 1, p. 5–18, Jan 2004. ISSN 0885-8985.
- BLACKMAN, S. et al. IMM/MHT solution to radar benchmark tracking problem. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, v. 35, n. 2, p. 730–738, April 1999. ISSN 0018-9251.
- BLACKMAN, S.; POPOLI, R. **Design and Analysis of Modern Tracking Systems**. [S.l.]: Artech House, 1999. (Artech House radar library). ISBN 9781580530064.
- BLAIR, W. Design of nearly constant velocity track filters for tracking maneuvering targets. In: **Information Fusion, 2008 11th International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–7.
- BLOM, H. An efficient filter for abruptly changing systems. In: **Decision and Control, 1984. The 23rd IEEE Conference on**. [S.l.: s.n.], 1984. p. 656–658.
- BLOM, H. A. P.; BAR-SHALOM, Y. The interacting multiple model algorithm for systems with markovian switching coefficients. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 33, n. 8, p. 780–783, 1988. ISSN 0018-9286.
- BRASIL. **PAME-RJ celebra contratação de modernização dos radares TPS B34 com a Lockheed Martin**. 2014. Acessado em: 12-04-2015. Disponível em: <<http://www.decea.gov.br/pame-rj-celebra-contratacao-de-modernizacao-dos-radares-tps-b34-com-a-lockheed-martin>>.

- BROOKNER, E. **Tracking and Kalman filtering made easy**. [S.l.]: Wiley, 1998. (A Wiley-Interscience publication). ISBN 9780471184072.
- CRASSIDIS, J.; JUNKINS, J. **Optimal Estimation of Dynamic Systems**. [S.l.]: CRC Press, 2011. (Chapman & Hall/CRC applied mathematics and nonlinear science series). ISBN 9781439839850.
- CROUSE, D. et al. A look at gaussian mixture reduction algorithms. In: **Information Fusion (FUSION), 2011 Proceedings of the 14th International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–8.
- DRIESSEN, H.; BOERS, Y. Multiple-Model Multiple-Hypothesis filter for tracking maneuvering targets. **Proc. SPIE 4473, Signal and Data Processing of Small Targets**, v. 4473, p. 279–288, 2001.
- FORTMANN, T.; BAR-SHALOM, Y.; SCHEFFE, M. Multi-target tracking using joint probabilistic data association. In: **Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1980 19th IEEE Conference on**. [S.l.: s.n.], 1980. p. 807–812.
- GLASS, J.; BLAIR, W.; BAR-SHALOM, Y. IMM estimators with unbiased mixing for tracking targets performing coordinated turns. In: **Aerospace Conference, 2013 IEEE**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–10. ISSN 1095-323X.
- GRIFFITHS, H. The wurzburg radar equipment from the bruneval raid. **Aerospace and Electronic Systems Magazine, IEEE**, v. 29, n. 4, p. 14–19, April 2014. ISSN 0885-8985.
- GUSTAFSSON, F. **Adaptive filtering and change detection**. [S.l.]: Wiley, 2000. ISBN 9780471492870.
- HEIDGER, R.; MATHIAS, A. Multiradar tracking in PHOENIX and its extension to fusion with ADS-B and multilateration. In: **Radar Conference, 2008. EuRAD 2008. European**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 188–191.
- HOGENDOORN, R. A.; REKKAS, C.; NEVEN., W. H. L. ARTAS: An IMM-based multisensor tracker. In: **Proceedings of the 1999 International Conference on Information Fusion**. [S.l.: s.n.], 1999. p. 1021–1028.
- KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering**, v. 82, n. Series D, p. 35–45, 1960.
- KAY, S. **Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory**. [S.l.]: Prentice-Hall PTR, 1998. (Fundamentals of Statistical Signal Processing, v. 1). ISBN 9780133457117.
- KIRUBARAJAN, T.; BAR-SHALOM, Y. Probabilistic data association techniques for target tracking in clutter. **Proceedings of the IEEE**, v. 92, n. 3, p. 536–557, Mar 2004. ISSN 0018-9219.
- KIRUBARAJAN, T. et al. Impdaf for radar management and tracking benchmark with ecm. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, v. 34, n. 4, p. 1115–1134, Oct 1998. ISSN 0018-9251.
- LI, X.; JILKOV, V. Survey of maneuvering target tracking. Part I. dynamic models. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, v. 39, n. 4, p. 1333–1364, 2003. ISSN 0018-9251.

- LI, X.; JILKOV, V. Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, v. 41, n. 4, p. 1255–1321, 2005. ISSN 0018-9251.
- LI, X.-R.; BAR-SHALOM, Y. Multiple-model estimation with variable structure. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 41, n. 4, p. 478–493, 1996. ISSN 0018-9286.
- LOCKHEED MARTIN. **AN/TPS-77 Long-Range Air Surveillance Radars**. 2013. Acessado em: 15-09-2014. Disponível em: <<http://www.lockheedmartin.com/content/dam/lockheed-data/ms2/documents/TPS-77-Fact-Sheet.pdf>>.
- LONGBIN, M. et al. Unbiased converted measurements for tracking. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, v. 34, n. 3, p. 1023–1027, Jul 1998. ISSN 0018-9251.
- LUCENA, M.; GUIMARAES, A.; PINTO, E. Highly maneuverable target tracking based on efficient propagation of model hypotheses. In: **Radar Conference, 2014 IEEE**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 0255–0259.
- MAHAFZA, B. **Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB Third Edition**. [S.l.]: Taylor & Francis, 2013. ISBN 9781439884959.
- MEYER, P. **Probabilidade: aplicações à estatística**. [S.l.]: LTC, 1984. ISBN 9788521602941.
- PERUSICH, K. Information warfare: radar in World War II as an historical example. In: **Technology and Society, 1997. 'Technology and Society at a Time of Sweeping Change' Proceedings., 1997 International Symposium on**. [S.l.: s.n.], 1997. p. 92–99.
- PITRE, R. R.; JILKOV, V. P.; LI, X. R. A comparative study of multiple-model algorithms for maneuvering target tracking. **Proceedings of the 2005 SPIE Conference Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XIV**, v. 5809, p. 549–560, 2005.
- RICHARDS, A. **Fundamentals Of Radar Signal Processing**. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2005. ISBN 9780070607378.
- RUNNALLS, A. Kullback-leibler approach to gaussian mixture reduction. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, v. 43, n. 3, p. 989–999, July 2007. ISSN 0018-9251.
- SALICONE, S. The mathematical theory of evidence and measurement uncertainty. **Instrumentation Measurement Magazine, IEEE**, v. 17, n. 4, p. 39–46, Aug 2014. ISSN 1094-6969.
- SHAW, R. **Fighter Combat: Tactics and Maneuvering**. [S.l.]: Naval Institute Press, 1985. ISBN 9780870210594.
- STIMSON, G. et al. **Stimson's Introduction to Airborne Radar**. [S.l.]: Scitech Publishing, 2014. (Scitech Publishing). ISBN 9781613530221.
- STONE, L. et al. **Bayesian Multiple Target Tracking, Second Edition**. [S.l.]: Artech House, Incorporated, 2013. (Radar/Remote Sensing). ISBN 9781608075539.
- TIAN, X.; BAR-SHALOM, Y. Coordinate conversion and tracking for very long range radars. **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, v. 45, n. 3, p. 1073–1088, July 2009. ISSN 0018-9251.

- TREES, H. V.; BELL, K. **Detection, Estimation and Modulation Theory**. [S.l.]: Wiley, 2013. (Detection, Estimation and Modulation Theory, pt. 1). ISBN 9781118539927.
- WILLIAMS, J. L. **Gaussian Mixture Reduction for Tracking Multiple Maneuvering Targets in Clutter**. Dissertação (Mestrado) — Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, OH, 2003.
- ZARCHAN, P.; MUSOFF, H. **Fundamentals of Kalman Filtering: A Practical Approach**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005. (Engineering Pro Collection, v. 208). ISBN 9781600864582.