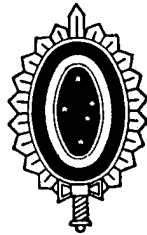


T 34 - 410



MINISTÉRIO DO EXÉRCITO
ESTADO-MAIOR DO EXÉRCITO

MANUAL TÉCNICO

NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

CARGA
EM

1ª Edição

— 1975 —

PREÇO Cr\$ 7,00



PORTARIA nº 086—EME, de 11 de novembro de 1975.

MANUAL TÉCNICO
(APROVAÇÃO)

O CHEFE DO ESTADO-MAIOR DO EXÉRCITO, usando da atribuição que lhe confere o Artigo 55 das "Instruções Gerais para as Publicações do Ministério do Exército" (IGPMEx), aprovadas pela Portaria Ministerial nº 1.335, de 04 de setembro de 1975,

RESOLVE:

Aprovar o Manual Técnico T 34-410 – NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO.

Gen Ex FRITZ AZEVEDO MANSO
Chefe do EME

ÍNDICE DOS ASSUNTOS

	Prf.	Pág.
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1-1 a 1-4	1-1
ARTIGO I – Generalidades	1-1 a 1-2	1-1
ARTIGO II – Processos de nivelamento	1-3 a 1-4	1-2
CAPÍTULO 2 – NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO ..	2-1 a 2-7	2-1
ARTIGO I – Determinação das diferenças de nível	2-1 a 2-2	2-1
ARTIGO II – Coeficiente de refração	2-3 a 2-6	2-6
ARTIGO III – Problemas de intervisibilidade na triangulação	2-7 a 2-8	2-11
CAPÍTULO 3 – COMPENSAÇÃO DAS REDES VERTICAIS	3-1 a 3-8	3-1
ARTIGO I – Generalidades	3-1 a 3-2	3-1
ARTIGO II – Método das aproximações sucessivas	3-3 a 3-4	3-2
ARTIGO III – Método de variações das diferenças de nível – aplicação do M.M.Q.	3-5 a 3-8	3-10
A N E X O A – TABELA PARA CONTROLE DAS MEDIDAS ZENITAIS	—	A-1

N O T A

Os usuários deste Manual são solicitados a apresentar sugestões, que possam ampliar sua clareza e exatidão. As observações feitas deverão referir-se à página, ao parágrafo e à linha do texto, correspondentes à modificação sugerida. A fim de assegurar compreensão e avaliação exata, devem ser apresentadas justificativas sobre cada observação. As sugestões deverão ser enviadas ao Estado-Maior do Exército, de acordo com o Art nº 71 das IGPMEx.

CAPÍTULO 1
INTRODUÇÃO
ARTIGO I
GENERALIDADES

1–1. FINALIDADE

O presente Manual tem por finalidade estabelecer as normas de procedimento referentes às operações de campo, cálculo e compensação, necessárias à determinação de altitudes pelo processo do nivelamento trigonométrico nas redes verticais e poligonações eletrônicas de 2ª e 3ª ordens.

1–2. ELEMENTOS BÁSICOS PARA A ELABORAÇÃO DE UMA CARTA

A definição de um ponto de superfície da terra, como elemento básico para a elaboração de uma carta, exige, além das coordenadas planas, sua altitude. Conforme sejam os pontos determinados apenas por suas coordenadas planas, por sua altitude ou pelos três parâmetros, são designados, respectivamente, como pontos de apoio horizontal, de apoio vertical ou de duplo apoio.

ARTIGO II
PROCESSOS DE NIVELAMENTO

1-3. MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO DAS ALTITUDES

As altitudes podem ser determinadas pelos nivelamentos geométrico, trigonométrico e barométrico. O geométrico tem largo emprego nos circuitos de nivelamento de 1ª ordem, projetos especializados de engenharia (drenagem, irrigação, redes hidro-sanitárias, etc.), bem como nos levantamentos cadastrais. O barométrico tem aplicação generalizada no mapeamento sistemático nas escalas 1:50.000 e menores. O trigonométrico é empregado nas escalas 1:50.000 e maiores.

1-4. PRINCÍPIO DO NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

A diferença de nível entre dois pontos é determinada em função da distância e dos ângulos de altura observados entre ambos, pelo emprego de teodolitos e medidores eletrônicos de distância.

CAPÍTULO 2
NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO
ARTIGO I

DETERMINAÇÃO DAS DIFERENÇAS DE NÍVEL

2-1. PRESCRIÇÕES ADOTADAS PELO SERVIÇO GEOGRÁFICO

a. Em qualquer das redes de triangulação, poligonização eletrônica, ou determinação de pontos de apoio (irradiamentos, interseções), o esquema das observações zenitais é o mesmo, ou seja, 4 séries de medidas zenitais para cada ponto visado, nos dois sentidos do desnível.

b. O erro de fechamento vertical nas poligonais eletrônicas de 1ª, 2ª e 3ª ordem deverá ser inferior a $T_h = 0,05 \sqrt{\sum S^2}$, onde **S** representa a distância em quilômetros de cada lado, sendo **T_h** em metros.

c. Não há recomendação internacional de tolerâncias de fechamento para as figuras poligonais das redes verticais. Todavia, nas redes verticais de lados não muito extensos, as discrepâncias dos triângulos verticais não devem exceder $W_{\Delta} = \pm 0,50\text{m}$ e, nos casos desfavoráveis, $W_{\Delta} = \pm 1,00\text{m}$.

2-2 DETERMINAÇÃO DAS DIFERENÇAS DE NÍVEL POR DISTÂNCIAS ZENITAIS RECÍPROCAS (PROCESSO ADOTADO PELA DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO)

a. **Fórmula adotada** — A diferença de nível ΔH entre dois pontos A e A' onde foram observadas distâncias zenitais recíprocas é dada, segundo Jordan, pela fórmula seguinte:

$$\Delta H = H' - H = S \left(1 + \frac{H + H'}{2R} \right) \operatorname{tg} \frac{(Z' + 2r') - (Z + 2r)}{2}$$

sendo

H', a altitude do ponto A';

H, a altitude do ponto A;

S, o lado elipsóidico AA';

Z' e Z, as distâncias zenitais observadas em A' e A, respectivamente;

2r' e 2r, os desvios dos raios luminosos ou os ângulos de refração em A' e A, respectivamente;

R, o raio da terra, suposta esférica.

Como, para as altitudes do Brasil, o valor $(H + H') / 2R$ é praticamente desprezível e como se pode admitir o mesmo coeficiente de refração ou igual desvio da trajetória luminosa nos dois extremos A e A', hipótese aceitável principalmente se as observações recíprocas forem simultâneas, a fórmula toma o seguinte aspecto final:

$$\Delta H = S \operatorname{tg} \frac{Z' - Z}{2}$$

b. **Redução das distâncias zenitais observadas de solo-a-solo** — A fim de uniformizar as diferenças de nível, as distâncias zenitais recíprocas observadas devem ser reduzidas ao solo. A fórmula adotada para a redução das distâncias zenitais é a seguinte:

$$\text{no ponto A: } z = Z + \frac{(\Delta O' - \Delta I) \operatorname{sen} Z}{S \operatorname{arc} 1''};$$

$$\text{no ponto A': } z' = Z' + \frac{(\Delta O - \Delta I') \operatorname{sen} Z'}{S \operatorname{arc} 1''};$$

sendo

z, a distância zenital reduzida em A;

z', a distância zenital reduzida em A';

Z, a distância zenital observada em A;
 Z', a distância zenital observada em A';
 ΔO , a altura do sinal, em A;
 $\Delta O'$, a altura do sinal, em A';
 ΔI , a altura do instrumento em A;
 $\Delta I'$, a altura do instrumento em A';
 S, o lado elipsóidico.

c. Controle das zenitais – O princípio básico que permite avaliar a qualidade das observações zenitais é o seguinte:

$$(Z + Z' - 180) - C(1 - 4K) < r \text{ ou } D < r,$$

sendo:

$$C'' = \frac{S}{R \text{ arc } 1''} \text{ ângulo de convergência dos zênites;}$$

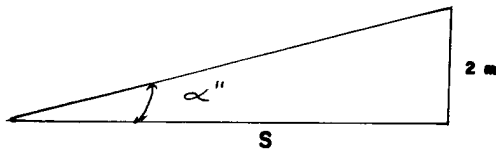
1 - 4K	efeito total da refração;
Z e Z'	distâncias zenitais reduzidas;
r	resíduo;
S	lado "medido";
R	raio médio da terra.

(1) A expressão $C(1 - 4K)$ encontra-se tabelada à página 3-23 para $4K = 0,13$ (valor médio para o País), em função do comprimento do lado em metros (coluna B da tabela, Anexo A). Exemplo: para 20.000m, o valor de $C(1 - 4K) = 564''$.

(2) O valor do resíduo r também é tabelado (coluna C do Anexo A), em função da precisão com que se deseja determinar o desnível, por exemplo 1m (para equidistância de 10m e maiores) e a distância entre as estações.

(3) o resíduo D do primeiro membro da expressão acima deve ser menor que o resíduo r , para que as observações sejam consideradas compatíveis com a precisão desejada.

(4) No cálculo da tabela dos resíduos r , considerou-se o caso mais desfavorável, isto é, a determinação dos desníveis para cada estação com erros de sinais contrários (+ 1m e - 1m), tais que:



$$\text{tg } \alpha'' = \frac{2}{S}$$

$$\alpha'' = \frac{2}{S \text{ arc } 1''}$$

$$\text{Exemplo: para 20.000m, } \alpha'' = \frac{206265}{10000} = 21'' \text{ (ver tabela).}$$

d. Exemplos numéricos

(1) 1º Exemplo – Calcular a diferença de nível entre os pontos Farias e Quilômetro 6, vértices da triangulação executada pelo Serviço Geográfico, no Campo de Instrução Marechal Hermes, Estado de Santa Catarina, sendo dados os seguintes elementos:

$$\begin{array}{l} \text{Vértice} \\ \text{Farias} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} Z = 89^{\circ}53'09'',8 \\ \Delta O' = 10,04\text{m} \\ \Delta I = 10,23\text{m} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Vértice} \\ \text{Quilômetro 6} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} Z' = 90^{\circ}09'42'',8 \\ \Delta O = 10,13\text{m} \\ \Delta I' = 10,12\text{m} \end{array} \right.$$

$$S = 5799,5\text{m}$$

(2) 2º Exemplo – Calcular a diferença de nível entre os pontos Nhangapi e Morro Redondo, vértices da triangulação executada pelo Serviço Geográfico em Resende, Estado do Rio de Janeiro, sendo dados os seguintes elementos:

$$\begin{array}{l} \text{Vértice} \\ \text{Nhangapi} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} Z = 89^{\circ}56'32'',92 \\ \Delta O' = 1,10\text{m} \\ \Delta I = 1,40\text{m} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Vértice} \\ \text{Morro} \\ \text{Redondo} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} Z' = 90^{\circ}17'22'',12 \\ \Delta O = 1,20\text{m} \\ \Delta I' = 1,30\text{m} \end{array} \right.$$

$$S = 29433,0\text{m}$$

e. Marcha a seguir no cálculo com o emprego do formulário G-431**(1) Cálculo das Reduções**

- (a) lançar no formulário o nome dos pontos e os elementos de partida: Z , ΔO , ΔI ; Z' , $\Delta O'$, $\Delta I'$ e S ;
- (b) efetuar as subtrações $\Delta O' - \Delta I$ e $\Delta O - \Delta I'$;
- (c) calcular os valores das reduções relativas às distâncias zenitais observadas Z e Z' , de acordo com a fórmula e o dispositivo impressos;
- (d) determinar as distâncias zenitais reduzidas z e z' .

(2) Controle das Zenitais – Verificar o controle das zenitais, de acordo com o descrito na letra c do § 2-2, utilizando as tabelas A, B e C.

(3) Cálculo do Desnível

- (a) calcular a diferença $z' - z$ e tomar a metade, $1/2 (z' - z)$;
- (b) calcular a tangente de $1/2 (z' - z)$;
- (c) determinar a diferença de nível ΔH , multiplicando o lado S pela tangente de $1/2 (z' - z)$.

T 34-410



NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

DISTÂNCIAS ZENITAIS RECÍPROCAS

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO – DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO G-431

Redução ao solo $z = Z + \frac{(\Delta O' - \Delta I) \text{ sen } Z}{s \text{ arc } 1''}$		Diferença de nível $\Delta H = s \text{ tg } \frac{z' - z}{2}$		Redução ao solo $z' = Z' + \frac{(\Delta O - \Delta I') \text{ sen } Z'}{s \text{ arc } 1''}$	
De: Farias Z = 89° 53' 09,8"		Controle das zenitais z' + z - 180 - Tab B < Tab C		De: Quilômetro 6 Z = 90° 09' 42,8"	
$\Delta O'$	10,04 m	z'	90° 09' 43", 2	ΔO	10,13 m
ΔI	10,23 m	z	89° 53' 03", 0	$\Delta I'$	10,12 m
1 = $\Delta O' - \Delta I$	- 0,19 m	z' + z - 180	166", 2	1 = $\Delta O - \Delta I'$	+ 0,01 m
		- Tab B	164", 0		
		[]	2", 2		
		Tab C	70", 0		
2 = 1/arc 1"	206265			2 = 1/arc 1"	206265
3 = sen Z	1,0000000			3 = sen Z'	1,0000000
[1x2x3]	39190,35			[1x2x3]	2062,65
[] / s	- 6,76	z' - z	+ 0° 16' 40,2"	[] / s	0,3556
redução	- 6", 8	1/2 (z' - z)	+ 0° 08' 20,1"	redução	+ 0,4"
Z	89° 53' 09", 8	tg 1/2 (z' - z)	0,00242456	Z'	90° 09' 42", 8
z	89° 53' 03", 0	s	5799,5	z'	90° 09' 43", 2
		ΔH	+ 14,00 m		
De: Nhangapi Z = 89° 56' 32", 92				De: Morro Redondo Z' = 90° 17' 22", 12	
$\Delta O'$	1,10 m	z'	90° 17' 21", 42	ΔO	1,20 m
ΔI	1,40 m	z	89° 56' 30", 82	$\Delta I'$	1,30 m
1 = $\Delta O' - \Delta I$	- 0,30 m	z' + z - 180°	832", 24	1 = $\Delta O - \Delta I'$	- 0,10 m
		- Tab B	830", 00		
		[]	2", 24		
		Tab C	14", 00		
2 = 1/arc 1"	206265			2 = 1/arc 1"	206265
3 = sen Z	1,0000000			3 = sen Z'	1,0000000
[1x2x3]	61879,5000			[1x2x3]	20626,5000
[] / s	- 2,10	z' - z	+ 0° 20' 50", 60	[] / s	- 0,70
redução	- 2,1011	1/2 (z' - z)	+ 0° 10' 25", 30	redução	- 0,70"
Z	89° 56' 32", 92	tg 1/2 (z' - z)	0,00303155	Z'	90° 17' 22", 12
z	89° 56' 30", 92	s	29433,0	z'	90° 17' 21", 42
		ΔH	+ 89,23 m		

Rubrica do Executante

Local e data

Rubrica do Responsável

ARTIGO II

COEFICIENTE DE REFRAÇÃO

2-3. GENERALIDADES

a. O coeficiente de refração é extremamente variável não só de um ponto da terra para outro, como também nas diversas horas do dia. Isto ocorre porque o percurso do raio luminoso do sol se faz através de uma atmosfera cuja refrangibilidade é influenciada, a cada instante, pelas variações de pressão, temperatura e umidade. Entre 11 e 13 horas, o valor do coeficiente é menor e mais estável; por isso mesmo, deve ser esse o período preferido para as observações zenitais.

b. O quadro seguinte dá uma idéia da variação do coeficiente de refração em um dia:

HORA	4	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
4K	0,19	0,15	0,13	0,12	0,11	0,10	0,10	0,10	0,11	0,12	0,13	0,15	0,18

c. O Serviço Geográfico do Exército determinou, em algumas regiões do país onde tem estabelecidas suas redes geodésicas, o valor do coeficiente de refração, em função de observações verticais recíprocas, realizadas nos extremos de lados convenientemente escolhidos. Foram encontrados os seguintes resultados:

Região	4K
Rio de Janeiro	0,17
Juiz de Fora	0,15
Litoral do Nordeste	0,11
Ponta Grossa	0,07
Resende	0,13

d. O valor que se adota, numa determinada região, é o valor mínimo, isto é, aquele que se manifesta por volta do meio dia, ocasião em que se presume sejam feitas as observações zenitais. Quando se diz por volta do meio dia, admite-se um intervalo entre 3 horas após o nascer do sol e 3 horas antes do ocaso.

e. O valor médio do coeficiente de refração, geralmente adotado no cálculo das tabelas, é o 0,13.

2-4. NECESSIDADE DA DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE REFRAÇÃO

Ao se iniciarem as medidas de triangulação, numa região ainda não traba-

lhada, é necessário verificar se o coeficiente de refração apresenta anomalia acentuada em relação ao valor médio ($4K = 0,13$), adotado nas tabelas de correção. Para isso, calcula-se o valor do coeficiente de refração em função de observações recíprocas de vários lados da rede, de preferência os mais longos e inclinados. Caso o valor encontrado se afaste mais de 0,20 do padrão, isto é, valores maiores do que 0,33, devem ser feitas determinações especiais, com medidas recíprocas e simultâneas, para a obtenção da média mais indicada para a região. Com essa média, calcula-se nova tabela de refração e esfericidade para controle das zenitais.

2-5. DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE REFRAÇÃO POR DISTÂNCIAS ZENITAIS RECÍPROCAS

a. **Fórmula adotada** – Na determinação do coeficiente de refração de uma região qualquer por meio de observações zenitais recíprocas, o Serviço Geográfico utiliza a seguinte fórmula:

$$4K = \frac{C - (Z' + Z - 180)}{C}$$

sendo $C'' = \frac{S}{R \text{ arc } 1''}$

$$C(1 - 4K) = Z + Z' - 180$$

$$S \cdot \frac{1 - 4K}{R \text{ arc } 1''} = Z + Z' - 180$$

Z e Z' ... distâncias zenitais recíprocas e simultâneas observadas;

S ... comprimento do lado elipsóidico;

R ... o raio médio de curvatura da região;

$\frac{1 - 4K}{R \text{ arc } 1''}$... constante para a região de trabalho.

b. **Exemplo numérico** – Calcular o valor do coeficiente de refração da região de Resende, Estado do Rio de Janeiro, tomando por base a série de medições zenitais recíprocas e simultâneas, levadas a efeito nos extremos do lado Nhangapi–Morro Redondo, pertencente à rede geodésica estabelecida naquela região, sabendo-se que o lado mede 29433,0m de comprimento e que o valor do raio médio de curvatura é 6363Km.

DISTÂNCIAS ZENITAIS OBSERVADAS

HORA	VÉRTICE: Nhangapi Z	VÉRTICE: M ^o Redondo Z'
11h 00m	89° 56' 36",6	90° 17' 20",7
11h 30m	89° 56' 37",4	90° 17' 21",6
11h 40m	89° 56' 32",1	90° 17' 22",7
12h 00m	89° 56' 28",6	90° 17' 23",0
13h 10m	89° 56' 39",2	90° 17' 22",8
14h 15m	89° 56' 42",5	90° 17' 23",4
14h 30m	89° 56' 25",0	90° 17' 22",0
15h 10m	89° 56' 27",0	90° 17' 20",6
15h 30m	89° 56' 27",9	90° 17' 22",3

Desta série de medidas foi tomada a média para ilustrar o exemplo numérico, de sorte que os elementos de partida para a solução do problema ficam assim resumidos:

$$\begin{array}{ll} Z = 89^{\circ} 56' 32'',92 & \Delta I = 1,40\text{m} \\ Z' = 90^{\circ} 17' 22'',12 & \Delta O' = 1,10\text{m} \\ S = 29433,0\text{m} & \Delta I' = 1,30\text{m} \\ R = 6363 \text{ Km} & \Delta O = 1,20\text{m} \end{array}$$

c. Marcha a seguir no cálculo com o emprego do formulário G-432

(1) Redução ao ponto de referência:

(a) lançar no formulário o nome dos vértices e os elementos de partida, a saber

- distância zenital observada em Nhangapi: Z;
- distância zenital observada em Morro Redondo: Z';
- alturas das partes visadas dos sinais: ΔO (Nhangapi) e $\Delta O'$ (Morro Redondo);
- alturas do instrumento em cada estação: ΔI e $\Delta I'$;

(b) calcular as reduções para as distâncias zenitais observadas Z e Z', seguindo a orientação traçada quando do exame do mesmo assunto através do formulário G-431;

(c) determinar as distâncias zenitais reduzidas z e z'.

(2) Determinação do valor do coeficiente de refração:

(a) calcular o ângulo de convergência dos zênites dos dois pontos, designado pela letra C. O valor de C é dado pela relação $\frac{S}{R \text{ arc } 1''}$;

$$R \text{ arc } 1''$$

T 34-410



NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

DISTÂNCIAS ZENITAIS RECÍPROCAS E UNILATERAIS

COEFICIENTE DE REFRAÇÃO

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO – DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO

G-432

De: Nhangapi $Z = 89^{\circ} 56' 32,92''$		De: M. Redondo $Z' = 90^{\circ} 17' 22,12''$	
$z = Z + \frac{(\Delta O' - \Delta I) \text{ sen } Z}{s \text{ arc } 1''}$		$z' = Z' + \frac{(\Delta O - \Delta I') \text{ sen } Z'}{s \text{ arc } 1''}$	
redução ao solo			
$\Delta O'$	1,10 m	ΔO	1,20 m
ΔI	1,40 m	$\Delta I'$	1,30 m
$1 = \Delta O' - \Delta I$	- 0,30 m	$1 = \Delta O - \Delta I'$	- 0,10 m
$2 = 1 / \text{arc } 1''$	206265	$2 = 1 / \text{arc } 1''$	206265
$3 = \text{sen } Z$	1,00000	$3 = \text{sen } Z$	1,00000
[1x2x3]	61879,50	[1x2x3]	20626,50
[] / s	- 2,10	[] / s	- 0,70
redução	- 0° 00' 02,10"	redução	- 0° 00' 00,70"
Z	89° 56' 32,92"	Z'	90° 17' 22,12"
z	89° 56' 30,82"	z'	90° 17' 21,42"
Para valores compreendidos entre 84° e 96° aceitar sen Z = 1			
Coeficiente de refração Constante Tab B		Converg. dos zênites	
$C - (z + z' - 180^{\circ})$		$1 - 4K$	
$4K = \frac{C}{R \text{ arc } 1''}$		$C = \frac{s}{R \text{ arc } 1''}$	
z	89° 56' 30,82"	s	29 433,0
z'	90° 17' 21,42"	1/arc 1"	206265
z + z'	180° 13' 52,24"	s/arc 1"	6070997745,000
C	0° 15' 54,11"	R	6 363 000
$C - (z + z' - 180^{\circ})$	0° 02' 01,87"	C	0° 15' 54,11"
[] / C = 4K	0,12773	$2 = R \text{ arc } 1''$	30,84866
$1 = 1 - 4K$	0,87227	$1 \div 2$	0,0282757
DISTÂNCIAS ZENITAIS UNILATERAIS			
$1 - 4K = \frac{2R}{s^2} [\Delta H - (s \text{ cotg } z + \Delta I - \Delta O')]$			
Z	89° 56' 30,82"	ΔI	1,40 m
cotg Z	+ 0,0010039	$\Delta O'$	1,10 m
s	29 433,0	$\Delta I - \Delta O'$	0,300 m
R	6 363.000	+s cotg Z	+ 29,549
arc 1"	0,000004848	[]	+ 29,849
R arc 1"	30,84866		
		ΔH	+ 89,050
		- []	- 29,849
		x 2 R	12.726.000
		$\div s^2$	866 301 000
		1 - 4K	0,87227
		1 - 4K	0,0282757
		R arc 1"	

Rubrica do Executante

Local e data

Rubrica do Responsável

(b) transcrever os valores das distâncias zenitais Z e Z', somá-los e, da soma, subtrair 180°;

$$(c) \text{ calcular o valor } 4K = \frac{C - (Z + Z' - 180^\circ)}{C};$$

(d) calcular a constante $\frac{1 - 4K}{R \text{ arc } 1''}$ para organizar a tabela "B".

2-6. DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE REFRAÇÃO POR DISTÂNCIAS ZENITAIS UNILATERAIS

a. Fórmula adotada – O coeficiente de refração também pode ser determinado, e com melhores resultados, em função de distâncias zenitais observadas, num só sentido, desde que a diferença de nível entre os pontos considerados tenha sido obtida através do nivelamento geométrico. A fórmula a aplicar, seria:

$$1 - 4K = \frac{2R}{S^2} [\Delta H - (S \cotg Z + \Delta I - \Delta O')]$$

onde ΔH representa a diferença de nível fornecida pelo nivelamento geométrico.

b. Exemplo numérico – Determinar o valor do coeficiente de refração da Região de Resende, Estado do Rio de Janeiro, sendo dados os seguintes elementos:

Estação: Vértice Nhangapi

Ponto Visado: Vértice Morro Redondo

$$\begin{array}{ll} Z = 89^\circ 56' 32'',92 & \Delta H = + 89,050\text{m} \\ \Delta I = 1,40\text{m} & S = 29433,0\text{m} \\ \Delta O' = 1,10\text{m} & R = 6363 \text{ Km} \end{array}$$

c. Marcha a seguir no cálculo com o emprego do formulário G-432

(1) lançar no formulário os elementos de partida: Z (zenital reduzida), S, R, ΔI , $\Delta O'$ e ΔH ;

(2) seguir o formulário, conforme o dispositivo de cálculo, da esquerda para a direita;

(3) determinar, finalmente, o valor da constante de refração, tendo em vista a elaboração da tabela B, para o controle das zenitais $\frac{1 - 4K}{R \text{ arc } 1''}$.

ARTIGO III

PROBLEMAS DE INTERVISIBILIDADE NA TRIANGULAÇÃO

2-7. GENERALIDADES

O problema que se apresenta com mais freqüência ao reconhecedor, é o que decorre da existência de um obstáculo qualquer, interceptando a visada entre dois vértices do próprio solo. A solução para resolver casos como este é elevar a estação de observação, ou o ponto visado, ou ainda ambos, estação e ponto visado. A fórmula utilizada a seguir possibilita deduzir, dentro de uma tolerância bastante aceitável, a altura com que os sinais devem ser construídos ou montados, de sorte a se estabelecer uma observação recíproca.

2-8. FÓRMULA PRÁTICA PARA OBTENÇÃO DA ALTURA DOS SINAIS

a. A altitude que a linha de visada pode atingir, a uma distância conhecida dos pontos a nivelar, é determinada pela expressão:

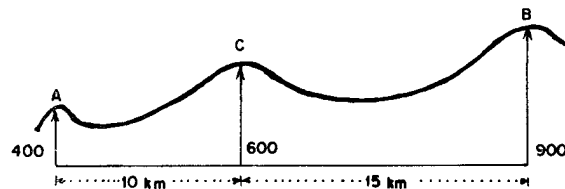
$$h = h_1 + (h_2 - h_1) \frac{d_1}{d_1 + d_2} - 0,068 d_1 \cdot d_2$$

sendo

- h, a altura com que a visada transpõe ou não o obstáculo;
- h_1 , a altura da estação mais baixa, em metros;
- h_2 , a altura da estação mais alta, em metros;
- d_1 , a distância entre a estação mais baixa e o obstáculo em quilômetros;
- d_2 , a distância entre a estação mais alta e o obstáculo em quilômetros;
- 0,068 – constante.

b. **Exemplo** – Dois vértices, A e B, com altitudes de 400 e 900 metros respectivamente, distam de 25 quilômetros. A 10 Km de A, interceptando a visada de A para B, existe um ponto C cuja altitude é de 600 metros. Para desobstruir a visada por meio de sinais elevados, pede-se determinar:

- a altura mínima de ambos os sinais A e B;
- a altura mínima do sinal em A;
- a altura mínima do sinal em B.



Aplicando-se a fórmula acima, obtém-se:

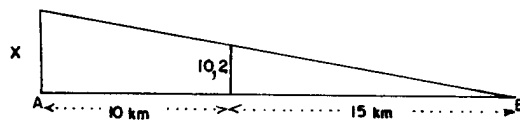
$$h = 400 + (900 - 400) \frac{10}{25} - 0,068 \times 10 \times 15$$

$$h = 400 + 200 - 10,2 = 589,8\text{m}$$

Como o ponto C está a 600 metros de altitude, seria necessário a um observador em C elevar-se de 10,2m para divisar os pontos A e B. Isto equivale a dizer que os vértices A e B terão a visada desobstruída, elevando-se ambos os sinais de 10,2 metros.

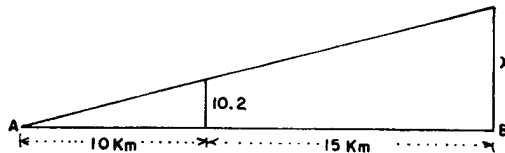
A altura a que devem ser elevados os sinais em A ou em B, cada um de per si, é facilmente deduzida de triângulos semelhantes em função dos dados já obtidos.

Em A:



$$\frac{10,2}{15} = \frac{x}{25} \quad \therefore x = 17,0 \text{ m}$$

Em B:



$$\frac{10,2}{10} = \frac{x}{25} \quad \therefore x = 25,5\text{m.}$$

CAPÍTULO 3

COMPENSAÇÃO DAS REDES VERTICAIS

ARTIGO I

GENERALIDADES

3-1. FINALIDADE

a. A compensação das redes verticais tem por fim proporcionar um ajuste nos valores das diferenças de nível ou das altitudes calculadas em função das observações, de sorte a estabelecer o fechamento vertical a zero das diversas figuras poligonais da rede, independentemente do percurso que venha a ser considerado e, garantir pelo transporte, através de suas linhas, as altitudes fixas tomadas como horizontes de partida. Os horizontes de partida são, via de regra, pontos de altitude fixa oriundos do nivelamento geométrico ou do nivelamento trigonométrico relativo a setores compensados.

b. Se bem que algumas folhas topográficas em 1.50.000 do Rio Grande do Sul estejam ajustadas ao datum altimétrico TORRES, a totalidade dos trabalhos cartográficos executados no País está ajustada ao datum da Fundação IBGE, IMBITUBA em Santa Catarina.

3-2. PROCESSOS ADOTADOS

Além dos métodos clássicos de compensação pelos mínimos quadrados, as redes verticais podem ajustar-se por um método de aproximações sucessivas, instituído pelo consultor técnico Coronel Carlos Gaksch, que, particularmente nas redes com superabundância de observações e um só horizonte, permite excelente e rápido resultado.

ARTIGO II**MÉTODO DAS APROXIMAÇÕES SUCESSIVAS****3-3. PRINCÍPIO DO MÉTODO**

a. Esse método consiste num arranjo simples e prático para a compensação das altitudes, onde se toma como base de partida fixa, um ou mais horizontes de referência, dos quais resultam, em função das diferenças de nível calculadas, as altitudes dos pontos por médias aritméticas simples ou ponderadas obtidas em sucessivas aproximações.

b. Por esse dispositivo as operações relativas a toda série de aproximações para cada ponto aparecem condensadas num só conjunto.

3-4. DESENVOLVIMENTO DO PROCESSO

a. Inicialmente, são calculadas as altitudes provisórias dos vértices da rede a partir do(s) horizonte(s) fixo(s). Em continuação, a altitude de cada ponto começa a ser determinada através do maior número possível de determinantes, altitudes provisórias, inclusive do(s) horizonte(s) fixo(s). A média dessas altitudes passa a ser a nova altitude provisória, em 1ª, 2ª, 3ª aproximação e já vai figurar, a seguir, como altitude determinante dos outros pontos da rede (1º, 2º, 3º determinantes). A compensação estará terminada quando, em duas aproximações sucessivas, as médias forem confirmadas. Isto ocorre normalmente, na 3ª aproximação.

b. Quando, em duas aproximações consecutivas, todas as médias são confirmadas, a rede está "cristalizada" e as altitudes ajustadas. Às vezes, na verificação do horizonte, encontra-se uma altitude diferente da verdadeira; diz-se então que a rede está "mergulhada" ou "suspensa". Isto significa que a rede está cristalizada em relação ao horizonte obtido e não em referência ao horizonte dado. Neste caso, as altitudes encontradas no ajustamento devem ser corrigidas da discrepância verificada.

c. O método das aproximações sucessivas, apesar do seu fácil mecanismo e da simplicidade de suas operações, conduz praticamente a idênticos resultados que o método dos mínimos quadrados.

Exemplo Numérico

Compensar pelo método das aproximações sucessivas, com o emprego de médias aritméticas simples, a rede de nivelamento trigonométrico, formada pela figura de expansão da base da triangulação, executada pelo Serviço Geográfico do Exército no Campo de Instrução Marechal Hermes, Estado de Santa Catarina (Fig 3-1).

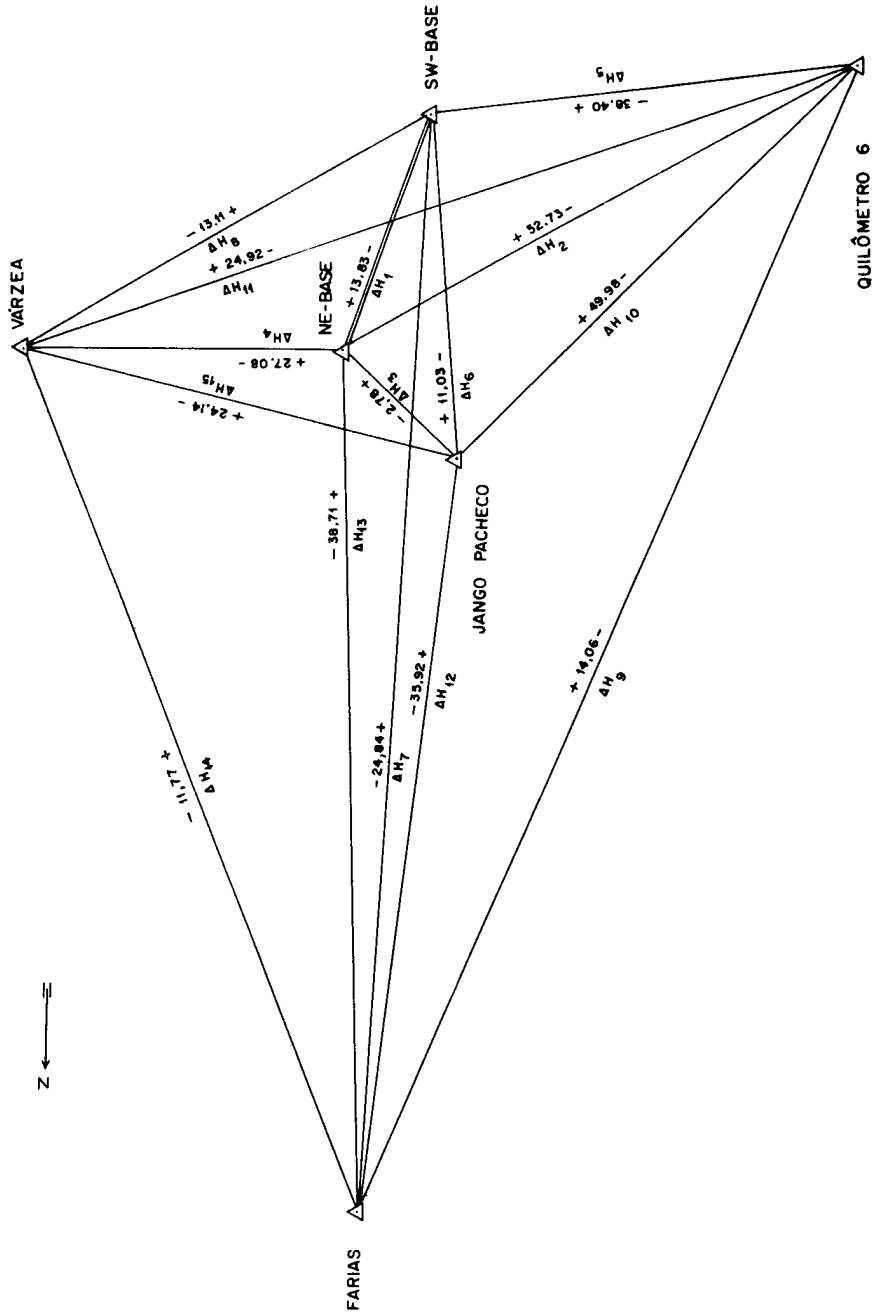


Fig 3—1. Triangulação do campo de instrução Marechal Hermes — rede vertical.

Dados do problema:

altitude de partida fixa: Ponto Nordeste Base H = 775,78m;
diferenças de nível calculadas: as constantes da figura 3-1;
rede Vertical;
triangulação do Campo de Instrução Marechal Hermes;
desenvolvimento da base.

d. Antes de ser abordada a fase da compensação propriamente dita, é interessante fazer-se uma recapitulação das tarefas preliminares que a precedem, na ordem em que devem ser executadas.

(1) Confeção do gráfico geral da rede vertical — O gráfico da rede é documento fundamental na aplicação do método, pois nele assenta todo o desenrolar das operações. Pode ser confeccionado em papel vegetal ou milimetrado. Quando já se dispõe do gráfico organizado para o cálculo da rede horizontal, basta, naturalmente, extrair-se cópia, dela excluindo-se as linhas cujas diferenças de nível, que por uma circunstância qualquer não tenham sido determinadas como rezam as instruções.

(2) Cálculo dos triângulos — O cálculo dos triângulos se impõe, não só para a determinação das diferenças de nível, como também para a obtenção dos pesos que são calculados em função do comprimento dos lados e se tornam necessários, quando a compensação se processa por médias ponderadas. O formulário G-421 é o indicado para esta tarefa que normalmente se encontra executada, quando o cálculo da planimetria precede o da altimetria.

(3) Determinação das diferenças de nível por distâncias zenitais recíprocas, reduzidas de solo-a-solo — Este assunto está tratado no artigo I do capítulo 2 do presente manual;

(4) Lançamento, no gráfico, dos valores das diferenças de nível calculadas para as diversas linhas da rede vertical — Os valores absolutos devem ser colocados entre os sinais + e -, indicando o sentido do desnível.

(5) Verificação do fechamento altimétrico dos triângulos — Esta operação se destina a avaliar a precisão dos resultados obtidos para as diferenças de nível e a fornecer os elementos necessários à determinação dos erros médios, antes da compensação, pela conhecida fórmula do General Ferrero. O formulário de prefixo G-433 foi organizado especialmente com esse fim. Nas redes de nivelamento trigonométrico, de lados não muito extensos, cujas observações tenham sido realizadas de acordo com as prescrições estabelecidas, é lícito esperar-se fechamentos que não ultrapassem 0,50m de erro. A prática tem ensinado a admitir o erro máximo de 1 metro nos casos desfavoráveis. Raríssimas são as vezes em que, nas condições preconizadas, esse limite é atingido.

(6) Verificação das diferenças de nível a serem rejeitadas — Examinando-se com atenção os fechamentos dos triângulos, concomitantemente com os de outras figuras poligonais da rede, torna-se fácil identificar, na maioria das vezes, as diferenças de nível que devem ser recalculadas ou rejeitadas, se for o caso.

(7) Determinação do erro médio das diferenças de nível, antes da compensação.

(a) Fórmula adotada – A fórmula de Ferrero, empregada nas redes horizontais, pode também ser utilizada na determinação dos erros médios das diferenças de nível, sob o seguinte aspecto:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[WW]}{3n_1 + 4n_2 + 5n_3 + \dots}}$$

Sendo:

W, os erros de fechamento em altura das figuras poligonais;

n₁, o número de triângulos;

n₂, o número de quadriláteros;

n₃, o número de pentágonos.

(b) Nas redes verticais com grande número de linhas observadas, basta que se levem em conta somente os fechamentos dos triângulos, uma vez que ocorre, quase sempre, certa dificuldade em introduzir os perimetrais, relativos às demais figuras, para que seja atendida integralmente a condição da entrada de cada diferença de nível no mesmo número de vezes.

(c) Cálculo dos erros de fechamento em altura, dos triângulos – Construindo o gráfico da rede, lançadas nele as diferenças de nível como indicado, facilmente se processa o preenchimento do formulário de prefixo G-433, especialmente preparado para a apuração dos fechamentos, em função dos quais são calculados os erros médios. Os valores dos desníveis são anotados com o sinal que receberam no gráfico e sua designação está em correspondência com a que tomaram os lados no formulário G-421, que diz respeito ao cálculo dos triângulos.

NÚMERO DO TRIÂNGULO	W	WW
1	0,02	0,0004
2	0,14	0,0196
3	0,73	0,5329
4	0,14	0,0196
5	0,01	0,0001
6	0,03	0,0009
7	0,50	0,2500
8	0,16	0,0256
9	0,04	0,0016
10	0,04	0,0016
11	0,00	0,0000
12	0,55	0,3025
13	0,50	0,2500
14	0,91	0,8281
15	0,01	0,0001
16	0,05	0,0025
17	0,04	0,0016
18	0,00	0,0000
19	0,92	0,8464
20	0,37	0,1369
	[WW]	3,2204

(d) O erro médio de uma linha nivelada, no exemplo em tela, pode, então, ser obtido como abaixo se segue:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[WW]}{3 n_1}} \quad m = \pm \sqrt{\frac{3,2204}{60}} = \pm 0,23\text{m.}$$

Sendo o erro médio de um ponto compensado:

$$M = \pm \frac{m}{\sqrt{n}}$$

$$\text{onde } n = \frac{2 \cdot 1}{p - 1} \quad \begin{array}{l} 1 = \text{número de linhas} \\ 2 = \text{número de vértices} \end{array}$$

$$n = \frac{2 \times 15}{6 - 1} = \frac{30}{5} = 6$$

$$M = \pm \frac{0,23}{\sqrt{6}} = \pm 0,08\text{m}$$

conclui-se que o ajustamento deve ser calculado na segunda casa decimal.

(e) Marcha a seguir na compensação, de acordo com o descrito na letra "a" do parágrafo 3-4.

T 34-410



FECHAMENTO ALTIMÉTRICO DOS TRIÂNGULOS

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO – DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO

G-433

	VÉRTICES	LADOS	DIFERENÇAS DE NÍVEL			VÉRTICES	LADOS	DIFERENÇAS DE NÍVEL	
			+	-				+	-
	P N. E. Base	AP		2,78		P Quiilómetro 6	AP	38,40	
	A Jango Pacheco	PB	13,83			A S. W. Base	PB		49,98
	B S. W. Base	BA		11,03		B Jango Pacheco	BA	11,03	
		Soma	13,83	13,81			Soma	49,43	49,98
	Triângulo 1	W		0,02 m		Triângulo 12	W		0,55 m
	P N. E. Base	AP		13,83		P Quiilómetro 6	AP	38,40	
	A S. W. Base	PB	27,08			A S. W. Base	PB		14,06
	B Várzea	BA		13,11		B Farias	BA		24,84
		Soma	27,08	26,94			Soma	38,40	38,90
	Triângulo 2	W		0,14 m		Triângulo 13	W		0,50 m
	P N. E. Base	AP		52,73		P Quiilómetro 6	AP	24,92	
	A Quiilómetro 6	PB	27,08			A Várzea	PB		14,06
	B Várzea	BA	24,92			B Farias	BA		11,77
		Soma	52,00	52,73			Soma	24,92	25,83
	Triângulo 3	W		0,73 m		Triângulo 14	W		0,91 m
	P N. E. Base	AP		27,08		P Farias	AP	35,92	
	A Várzea	PB	38,71			A Jango Pacheco	PB		11,77
	B Farias	BA		11,77		B Várzea	BA		24,14
		Soma	38,71	38,85			Soma	35,92	35,91
	Triângulo 4	W		0,14 m		Triângulo 15	W		0,01 m
	P N. E. Base	AP		38,71		P Farias	AP	35,92	
	A Farias	PB	2,78			A Jango Pacheco	PB		24,84
	B Jango Pacheco	BA	35,92			B S. W. Base	BA		11,03
		Soma	38,70	38,71			Soma	35,92	35,87
	Triângulo 5	W		0,01 m		Triângulo 16	W		0,05 m
	P N. E. Base	AP		2,78		P Farias	AP	24,84	
	A Jango Pacheco	PB	52,73			A S. W. Base	PB		11,77
	B Quiilómetro 6	BA		49,98		B Várzea	BA		13,11
		Soma	52,73	52,76			Soma	24,84	24,88
	Triângulo 6	W		0,03 m		Triângulo 17	W		0,04 m
	P N. E. Base	AP		52,73		P Jango Pacheco	AP		11,03
	A Quiilómetro 6	PB	13,83			A S. W. Base	PB	24,14	
	B S. W. Base	BA	38,40			B Várzea	BA		13,11
		Soma	52,23	52,73			Soma	24,14	24,14
	Triângulo 7	W		0,50 m		Triângulo 18	W		0,00 m
	P N. E. Base	AP		27,08		P Jango Pacheco	AP		49,98
	A Várzea	PB	2,78			A Quiilómetro 6	PB	24,14	
	B Jango Pacheco	BA	24,14			B Várzea	BA		24,92
		Soma	26,92	27,08			Soma	49,06	49,98
	Triângulo 8	W		0,16 m		Triângulo 19	W		0,92 m
	P N. E. Base	AP		38,71		P Quiilómetro 6	AP	38,40	
	A Farias	PB	52,73			A S. W. Base	PB		24,92
	B Quiilómetro 6	BA		14,06		B Várzea	BA		13,11
		Soma	52,73	52,77			Soma	38,40	38,03
	Triângulo 9	W		0,04 m		Triângulo 20	W		0,37 m
	P N. E. Base	AP		38,71		P	AP		
	A Farias	PB	13,83			A	PB		
	B S. W. Base	BA	24,84			B	BA		
		Soma	38,67	38,71			Soma		
	Triângulo 10	W		0,04 m		Triângulo	W		
	P Quiilómetro 6	AP	49,98			P	AP		
	A Jango Pacheco	PB		14,06		A	PB		
	B Farias	BA		35,92		B	BA		
		Soma	49,98	49,98			Soma		
	Triângulo 11	W		0,00 m		Triângulo	W		

Rubrica do Executante

Local e data

Rubrica do Responsável

MÉTODO GAKSCH**Altitudes Aproximadas dos Vértices**

Determ.	J. Pacheco	SW Base	Quilômetro 6	Farias	Várzea
NE BASE	775,78	775,78	775,78	775,78	775,78
ΔH	+ 2,78	+13,83	+52,73	+38,71	+27,08
	<u>778,56</u>	<u>789,61</u>	<u>828,51</u>	<u>814,49</u>	<u>802,86</u>

JANGO PACHECO

Determ.	NE Base	SW Base	Quilômetro 6	Farias	Várzea	Média
3ª Det.	775,78	789,72	828,32	814,50	802,91	
2ª Det.	775,78	789,75	828,31	814,49	802,91	
1ª Det.	775,78	789,61	828,51	814,49	802,86	
ΔH	+ 2,78	-11,03	-49,98	-35,92	-24,14	
1ª Aprox.	778,56	778,58	778,53	778,57	778,72	778,59 C
2ª Aprox.	778,56	778,72	778,33	778,57	778,77	778,59 C
3ª Aprox.	778,56	778,69	778,34	778,58	778,77	778,59 C

SW BASE

Determ.	NE Base	J. Pacheco	Quilômetro 6	Farias	Várzea	Média
3ª Det.	775,78	778,59	828,32	814,50	802,91	
2ª Det.	775,78	778,59	828,31	814,49	802,91	
1ª Det.	775,78	778,59	828,51	814,49	802,86	
ΔH	+13,83	+11,03	-38,40	-24,84	-13,11	
1ª Aprox.	789,61	789,62	790,11	789,65	789,75	789,75 C
2ª Aprox.	789,61	789,62	789,91	789,65	789,80	789,72 C
3ª Aprox.	789,61	789,62	789,92	789,66	789,80	789,72 C

QUILÔMETRO 6

Determ.	SW Base	NE Base	J. Pacheco	Farias	Várzea	Média
3ª Det.	789,72	775,78	778,59	814,50	802,91	
2ª Det.	789,72	775,78	778,59	814,49	802,91	

T 34-410

3-4

1ª Det.	789,75	775,78	778,59	814,49	802,86	
ΔH	+38,40	+52,73	+49,98	+14,06	+24,92	
1ª Aprox.	828,15	828,51	828,57	828,55	827,78	828,31 C
2ª Aprox.	828,12	828,51	828,57	828,55	827,83	828,32 C
3ª Aprox.	828,12	828,51	828,57	828,56	827,83	828,32 C

FARIAS

Determ.	SW Base	NE Base	J. Pacheco	Quilômetro 6	Várzea	Média
3ª Det.	789,72	775,78	778,59	828,32	802,91	
2ª Det.	789,72	775,78	778,59	828,32	802,91	
1ª Det.	789,75	775,78	778,59	828,31	802,86	
ΔH	+24,84	+38,71	+35,92	-14,06	+11,77	
1ª Aprox.	814,59	814,49	814,51	814,25	814,63	814,49 C
2ª Aprox.	814,56	814,49	814,51	814,26	814,68	814,50 C
3ª Aprox.	814,56	814,49	814,51	814,26	814,68	814,50 C

VÁRZEA

Determ.	SW Base	NE Base	J. Pacheco	Quilômetro 6	Farias	Média
3ª Det.	789,72	775,78	778,59	828,32	814,50	
2ª Det.	789,72	775,78	778,59	828,32	814,50	
1ª Det.	789,75	775,78	778,59	828,31	814,49	
ΔH	+13,11	+27,08	+24,14	-24,92	-11,77	
1ª Aprox.	802,86	802,86	802,73	803,39	802,72	802,91 C
2ª Aprox.	802,83	802,86	802,73	803,40	802,73	802,91 C
3ª Aprox.	802,83	802,86	802,73	803,40	802,73	802,91 C

VERIFICAÇÃO**NE BASE**

SW Base	J. Pacheco	Quilômetro 6	Farias	Várzea	Média
789,72	778,59	828,32	814,50	802,91	
-13,83	- 2,78	-52,73	-38,71	-27,08	ΔH
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>	
775,89	775,81	775,59	775,79	775,83	775,78

Logo, a rede está "cristalizada".

3-9

ARTIGO III
MÉTODO DE VARIAÇÃO DAS DIFERENÇAS DE NÍVEL
APLICAÇÃO DO M.M.Q.

3-5. GENERALIDADES

a. O processo de compensação, mais indicado nas redes de nivelamento que se desenvolvem segundo cadeias de quadriláteros, por grandes extensões, e nas redes de esquemas simples, é o da variação das diferenças de nível pelo método dos mínimos quadrados. Esse processo facilita não só a organização das equações, como as operações subseqüentes, segundo esquemas de cálculo mais simples. Baseia-se na formação das equações de condição que oferecem as figuras poligonais da rede, para as quais se estabelece a obrigatoriedade do seu fechamento vertical a zero.

A resolução do sistema pelos mínimos quadrados torna-se uma tarefa bem mais simples que no caso das redes horizontais, devido ao fato de todos os coeficientes das equações se apresentarem, sempre, iguais à unidade.

b. A seleção das equações de condição deve ser procedida com a máxima cautela, para que não sejam incluídas equações idênticas, que impossibilitam a resolução das normais.

3-6. EQUAÇÕES DE CONDIÇÃO

a. Nas redes de nivelamento trigonométrico formam-se equações de fechamento relativas às figuras poligonais fechadas em torno de um mesmo ponto, de preferência triângulos, e as que se destinam a garantir a inalterabilidade das altitudes fixas, quando são vários os horizontes de partida.

b. O número de equações de condição, que apresenta a figura a compensar, é calculado da seguinte forma:

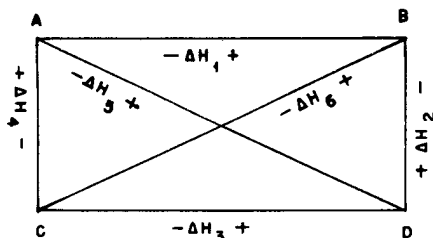
$$n = l - p + 1$$

onde

l é o número de linhas;
 p é o número de pontos.

Quando são vários os horizontes de partida, formam-se tantas equações quantos forem os horizontes, menos um.

c. Seja ABCD o quadrilátero cujas diferenças de nível se quer compensar:



(1) O número de equações de condição independentes será:

$$n = l - p + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$$

(2) Na organização das equações de condição, a preferência sobre triângulos se justifica por ser a figura que oferece a mais simples das equações. Considerando-se o triângulo ABD e chamando de W seu erro de fechamento, tem-se:

$$-\Delta H_1 - \Delta H_2 + \Delta H_5 = W_1$$

Introduzindo-se as correções nas diferenças de nível o erro de fechamento deve desaparecer:

$$-(\Delta H_1 + v_1) - (\Delta H_2 + v_2) + (\Delta H_5 + v_5) = 0$$

ou

$$-\Delta H_1 - \Delta H_2 + \Delta H_5 - v_1 - v_2 + v_5 = 0$$

Substituindo-se, nesta equação, os valores encontrados na primeira, vem:

$$-v_1 - v_2 + v_5 - W_1 = 0$$

De idêntica maneira são estabelecidas as outras equações independentes. Se forem escolhidos os triângulos ACD e BCD, as respectivas equações serão:

$$+v_3 - v_4 - v_5 + W_2 = 0$$

$$-v_2 + v_3 - v_6 + W_3 = 0$$

Tendo em vista a harmonização dos sinais, é conveniente adotar-se sempre o mesmo sentido de percurso nas figuras que fornecem as equações.

3-7. ERROS MÉDIOS

Na determinação dos erros médios de uma diferença de nível, antes e após a compensação, são adotadas as fórmulas seguintes:

a. **Antes da compensação** (diferenças de nível resultantes das observações)

$$m = \pm \sqrt{\frac{[WW]}{3n}}$$

sendo

W , o erro de fechamento altimétrico dos triângulos;
 n , o número de triângulos.

b. **Após a compensação** (diferenças de nível compensadas)

$$M = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{r}}$$

sendo

v , a correção para a diferença de nível;
 r , o número de equações de condição.

3-8. EXEMPLO NUMÉRICO

a. Compensar, pelo método de variação das diferenças de nível, pelo método dos mínimos quadrados, a rede de nivelamento trigonométrico do exemplo anterior (Fig 3-1).

b. Marcha a seguir no cálculo da compensação.

(1) Organizar o quadro das diferenças de nível:

DESIGNAÇÃO	OBSERVADAS
$\Delta H - 1$	13,83
$\Delta H - 2$	52,73
$\Delta H - 3$	2,78
$\Delta H - 4$	27,08
$\Delta H - 5$	38,40
$\Delta H - 6$	11,03
$\Delta H - 7$	24,84
$\Delta H - 8$	13,11
$\Delta H - 9$	14,06
$\Delta H - 10$	49,98
$\Delta H - 11$	24,92
$\Delta H - 12$	35,92
$\Delta H - 13$	38,71
$\Delta H - 14$	11,77
$\Delta H - 15$	24,14

(2) Determinar o número de equações de fechamento altimétrico:

$$\begin{aligned} r &= l - p + 1 & l &= 15 \\ r &= 15 - 6 + 1 = 10 & p &= 6 \end{aligned}$$

(3) Organizar as equações de fechamento:

$$\begin{aligned} 1] & -v_1 + v_4 - v_8 + 0.14 = 0 \\ 2] & +v_1 - v_2 + v_5 - 0.50 = 0 \\ 3] & -v_4 + v_{13} - v_{14} - 0.14 = 0 \\ 4] & +v_2 - v_9 - v_{13} - 0.04 = 0 \\ 5] & +v_5 + v_6 - v_{10} - 0.55 = 0 \\ 6] & -v_9 + v_{10} - v_{12} + 0.00 = 0 \\ 7] & +v_{12} - v_{14} - v_{15} + 0.01 = 0 \\ 8] & -v_9 + v_{11} - v_{14} - 0.91 = 0 \end{aligned}$$

$$9] + v_5 - v_7 - v_9 - 0.50 = 0$$

$$10] + v_1 - v_3 - v_6 + 0.02 = 0$$

(4) Formar o quadro das equações práticas de condição:

nº	v ₁	v ₂	v ₃	v ₄	v ₅	v ₆	v ₇	v ₈	v ₉	v ₁₀	v ₁₁	v ₁₂	v ₁₃	v ₁₄	v ₁₅	W
1	-1			+1				-1								+ 0.14
2	+1	-1			+1											- 0.50
3				-1									+1	-1		- 0.14
4		+1						-1					-1			- 0.04
5					+1	+1				-1						- 0.55
6								-1	+1		-1					+ 0.00
7												+1		-1	-1	+ 0.01
8								-1		+1				-1		- 0.91
9					+1		-1	-1								- 0.50
10	+1		-1			-1										+ 0.02
soma	+1	0	-1	0	+3	0	-1	-1	-4	0	+1	0	0	-3	-1	
	l ₁	l ₂	l ₃	l ₄	l ₅	l ₆	l ₇	l ₈	l ₉	l ₁₀	l ₁₁	l ₁₂	l ₁₃	l ₁₄	l ₁₅	

(5) Calcular os coeficientes das equações normais:

[1.1] = + 3.000	[2.2] = + 3.000	[3.3] = + 3.000
[1.2] = - 1.000	[2.4] = - 1.000	[3.4] = - 1.000
[1.3] = - 1.000	[2.5] = + 1.000	[3.7] = + 1.000
[1.10] = - 1.000	[2.9] = + 1.000	[3.8] = + 1.000
W ₁ = + 0.140	[2.10] = + 1.000	W ₃ = - 0.140
S ₁ = - 0.140	W ₂ = - 0.500	S ₃ = - 2.860
	S ₂ = - 3.500	
[4.4] = + 3.000	[5.5] = + 3.000	[6.6] = + 3.000
[4.6] = + 1.000	[5.6] = - 1.000	[6.7] = - 1.000
[4.8] = + 1.000	[5.9] = + 1.000	[6.8] = + 1.000
[4.9] = + 1.000	[5.10] = - 1.000	[6.9] = + 1.000
W ₄ = - 0.040	W ₅ = - 0.550	W ₆ = + 0.000
S ₄ = - 3.960	S ₅ = - 2.450	S ₆ = - 4.000
[7.7] = + 3.000	[8.8] = + 3.000	[9.9] = + 3.000
[7.8] = + 1.000	[8.9] = + 1.000	W ₉ = - 0.500
W ₇ = + 0.010	W ₈ = - 0.910	S ₉ = - 7.500
S ₇ = - 4.010	S ₈ = - 7.090	

$$\begin{aligned} [10.10] &= | + 3.000 \\ W_{10} &= | + 0.020 \\ S_{10} &= | - 2.020 \end{aligned}$$

(6) Fazer a prova dos coeficientes das equações normais:

$$\begin{aligned} [1.1] + [1.2] + [1.3] + [1.10] &= 0.000 = \\ = (11.11) + (14.14) + (18.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [1.2] + [2.2] + [2.4] + [2.5] + [2.9] + [2.10] &= + 4.000 = \\ = (21.11) + (22.12) + (25.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [1.3] + [3.3] + [3.4] + [3.7] + [3.8] &= + 3.000 = \\ = (34.14) + (313.113) + (314.114) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2.4] + [3.4] + [4.4] + [4.6] + [4.8] + [4.9] &= + 4.000 = \\ = (42.12) + (49.19) + (413.113) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2.5] + [5.5] + [5.6] + [5.9] + [5.10] &= + 3.000 = \\ = (55.15) + (56.16) + (510.110) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [4.6] + [5.6] + [6.6] + [6.7] + [6.8] + [6.9] &= + 4.000 = \\ = (69.19) + (610.110) + (612.112) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [3.7] + [6.7] + [7.7] + [7.8] &= + 4.000 = \\ = (712.112) + (714.114) + (715.115) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [3.8] + [4.8] + [6.8] + [7.8] + [8.8] + [8.9] &= + 8.000 = \\ = (89.19) + (811.111) + (814.114) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2.9] + [4.9] + [5.9] + [6.9] + [8.9] + [9.9] &= + 8.000 = \\ = (95.15) + (97.17) + (99.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [1.10] + [2.10] + [5.10] + [10.10] &= + 2.000 = \\ = (101.11) + (103.13) + (106.16) \end{aligned}$$

(7) Resolver o sistema de equações normais:

T 34-410

	.1)	.2)	.3)	.4)	.5)	.6)	.7)	.8)	.9)	.10)	.11)	.S	Prove	
1.	+ 3,000 000	- 1,000 000 - 0,333 333 333	- 1,000 000 - 0,333 333 333	0	0	0	0	0	0	- 1,000 000 - 0,333 333 333	+ 0,110 000 + 0,010 666 667	- 0,140 000 - 0,040 666 667	- 1	
2.	+ 3,000 000 + 2,666 667	0 - 0,333 333	- 1,000 000 - 0,375 000 000	+ 1,000 000 + 0,375 000 000	0	0	0	0	+ 1,000 000 + 0,375 000 000	+ 1,000 000 + 0,666 667	- 0,500 000 - 0,170 000 000	- 3,500 000 - 1,330 000 000	0 - 1	
3.	+ 3,000 000 - 0,333 333 + 0,041 667	- 1,000 000 + 0,125 000	0 + 0,125 000	0 + 0,125 000	0	+ 1,000 000 + 0,380 952 381	+ 1,000 000 + 0,380 952 381	0 + 0,125 000	0 + 0,125 000	0 + 0,083 333	- 0,140 000 - 0,333 333 + 0,048 667 - 0,058 667	- 2,880 000 - 0,048 667 - 0,443 333	0 0 0	
4.	+ 3,000 000 - 0,375 000 - 0,482 143 + 2,142 857	- 1,250 000 - 0,428 571 429	+ 1,250 000 + 0,047 619 048	0 + 0,375 000 + 0,053 571	+ 1,000 000 + 0,375 000 + 0,428 571	+ 1,000 000 + 0,380 952 381 + 0,428 571	+ 1,000 000 + 0,380 952 381 + 0,428 571	+ 1,000 000 + 0,375 000 + 0,428 571	+ 1,000 000 + 0,250 000 + 0,053 571	+ 1,000 000 + 0,250 000 + 0,053 571	- 0,274 286 - 0,128 000 142	- 3,880 000 - 1,330 000 - 1,435 712	0 0 0 + 1	
5.	+ 3,000 000 - 0,375 000 - 0,006 952 - 0,085 714 + 2,533 334	- 1,000 000 - 0,375 000 - 0,006 952 - 0,085 714	- 1,000 000 - 0,375 000 - 0,006 952 - 0,085 714	0 + 0,047 619 + 0,085 714	0 - 0,047 619 - 0,085 714	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	0 0 0 0 0
6.	+ 3,000 000 0 - 0,466 667 - 0,528 421 - 1,864 812	- 1,000 000 0 - 0,200 000 - 0,157 894	- 1,000 000 0 - 0,200 000 - 0,157 894	0 + 0,466 667 + 0,083 158	0 - 0,200 000 - 0,157 894	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	0 0 0 0 0
7.	+ 3,000 000 - 0,380 952 - 0,085 714 - 0,007 917 - 0,812 030 + 1,714 287	- 1,000 000 - 0,380 952 - 0,085 714 - 0,007 917 - 0,812 030	- 1,000 000 - 0,380 952 - 0,085 714 - 0,007 917 - 0,812 030	0 + 0,047 619 + 0,112 783	0 - 0,380 952 - 0,285 714 - 0,017 544 + 0,112 783	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	- 0,333 333 - 0,092 631 433	0 0 0 0 0 0
8.	+ 3,000 000 - 0,380 952 - 0,923 380 0,043 860 - 0,015 664 - 0,107 144 + 1,500 000	- 1,000 000 - 0,380 952 - 0,923 380 0,043 860 - 0,015 664 - 0,107 144	- 1,000 000 - 0,380 952 - 0,923 380 0,043 860 - 0,015 664 - 0,107 144	0 + 0,047 619 + 0,112 783	0 - 0,380 952 - 0,285 714 - 0,017 544 + 0,112 783	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	0 0 0 0 0 0 0
9.	+ 3,000 000 - 0,375 000 - 0,006 952 - 0,952 380 - 0,043 860 - 0,122 808	- 1,000 000 - 0,375 000 - 0,006 952 - 0,952 380 - 0,043 860 - 0,122 808	- 1,000 000 - 0,375 000 - 0,006 952 - 0,952 380 - 0,043 860 - 0,122 808	0 + 0,047 619 + 0,112 783	0 - 0,380 952 - 0,285 714 - 0,017 544 + 0,112 783	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	0 0 0 0 0 0
10.	+ 3,000 000 - 0,333 333 - 0,188 667 - 0,023 910 - 0,009 524 - 0,633 332 - 0,226 191 - 0,107 142 + 1,500 001	- 1,000 000 - 0,333 333 - 0,188 667 - 0,023 910 - 0,009 524 - 0,633 332 - 0,226 191 - 0,107 142	- 1,000 000 - 0,333 333 - 0,188 667 - 0,023 910 - 0,009 524 - 0,633 332 - 0,226 191 - 0,107 142	0 + 0,047 619 + 0,112 783	0 - 0,380 952 - 0,285 714 - 0,017 544 + 0,112 783	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	0 0 0 0 0 0 0 0
11.	0 + 0,006 533 - 0,077 067 - 0,006 571 - 0,025 109 - 0,039 917 - 0,000 351 - 0,004 800 - 0,357 703 - 0,006 104 - 0,001 067 - 0,536 732	0 + 0,006 533 - 0,077 067 - 0,006 571 - 0,025 109 - 0,039 917 - 0,000 351 - 0,004 800 - 0,357 703 - 0,006 104 - 0,001 067	0 + 0,006 533 - 0,077 067 - 0,006 571 - 0,025 109 - 0,039 917 - 0,000 351 - 0,004 800 - 0,357 703 - 0,006 104 - 0,001 067	0 + 0,006 533 - 0,077 067 - 0,006 571 - 0,025 109 - 0,039 917 - 0,000 351 - 0,004 800 - 0,357 703 - 0,006 104 - 0,001 067	0 + 0,006 533 - 0,077 067 - 0,006 571 - 0,025 109 - 0,039 917 - 0,000 351 - 0,004 800 - 0,357 703 - 0,006 104 - 0,001 067	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	- 0,333 333 + 0,175 440 + 0,089 298 441	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

(8) Determinar os Coeficientes "K" das equações correlativas:

1] + 3.000 000 K ₁ + 0.140.000 = 0	- 1.000 000 K ₂	- 1.000 000 K ₃	- 1.000 000 K ₁₀ ⁺	K ₁ = - 0.078 333
2] + 2.666 667 K ₂ + 1.000 000 K ₉	- 0.333 333 K ₃ + 0.666 667 K ₁₀	- 1.000 000 K ₄ - 0.453 333 = 0	+ 1.000 000 K ₅ ⁺	K ₂ = + 0.058 334
3] + 2.625 000 K ₃ + 1.000 000 K ₈	- 1.125 000 K ₄ + 0.125 000 K ₉	+ 0.125 000 K ₅ - 0.250 000 K ₁₀	+ 1.000 000 K ₇ ⁺ - 0.150 000 = 0	K ₃ = - 0.126 666
4] + 2.142 857 K ₄ + 1.428 571 K ₈	+ 0.428 571 K ₅ + 1.428 571 K ₉	+ 1.000 000 K ₆ + 0.142 857 K ₁₀	+ 0.428 571 K ₇ ⁺ - 0.274 286 = 0	K ₄ = - 0.134 999
5] + 2.533 334 K ₅ + 0.333 334 K ₉	- 1.200 000 K ₆ - 1.266 666 K ₁₀	- 0.133 333 K ₇ - 0.318 000 = 0	- 0.333 333 K ₈ ⁺	K ₅ = + 0.076 666
6] + 1.964 912 K ₆ - 0.666 667 K ₁₀	- 1.263 158 K ₇ - 0.022 631 = 0	+ 0.175 440 K ₈	+ 0.491 229 K ₉ ⁻	K ₆ = - 0.173 334
7] + 1.714 287 K ₇ + 0.090 714 = 0	+ 0.428 573 K ₈	+ 0.000 001 K ₉	- 0.428 571 K ₁₀ ⁺	K ₇ = - 0.181 667
8] + 1.500 000 K ₈	+ 0.000 001 K ₉	- 0.732 499 = 0		K ₈ = + 0.488 333
9] + 1.500 000 K ₉	+ 0.000 001 K ₁₀	- 0.092 500 = 0		K ₉ = + 0.061 667
10] + 1.500 001 K ₁₀	+ 0.040 000 = 0			K ₁₀ = - 0.026 667

(9) Fazer a prova $[K \cdot W] = W_{11} \cdot 10$;

Nº	K	W	KW
1	- 0.078333	+ 0.14	- 0.010967
2	+ 0.058334	- 0.50	- 0.029167
3	- 0.126666	- 0.14	+ 0.017733
4	- 0.134999	- 0.04	+ 0.005400
5	+ 0.076666	- 0.55	- 0.042166
6	- 0.173334	+ 0.00	- 0.000000
7	- 0.181667	+ 0.01	- 0.001817
8	+ 0.488333	- 0.91	- 0.444383
9	+ 0.061667	- 0.50	- 0.030833
10	- 0.026667	+ 0.02	- 0.000533

$$[KW] = - 0.536733$$

$$W_{11} \cdot 10 = - 0.536732$$

(10) Determinar as correções "v" para as diferenças de nível ΔH

Nº					v	vv
1	+ 0.078	+ 0.058	- 0.027		+ 0.109	+ 0.011881
2		- 0.058		- 0.135	- 0.193	+ 0.037249
3				+ 0.027	+ 0.027	+ 0.000729
4	- 0.078	+ 0.127			+ 0.049	+ 0.002401
5	+ 0.058		+ 0.077	+ 0.062	+ 0.197	+ 0.038809
6			+ 0.077	+ 0.027	+ 0.104	+ 0.010816
7				- 0.062	- 0.062	+ 0.003844
8	+ 0.078				+ 0.078	+ 0.006084
9	+ 0.135	+ 0.173	- 0.488	- 0.062	- 0.242	+ 0.058564
10	- 0.077	- 0.173			- 0.250	+ 0.062500
11			+ 0.488		+ 0.488	+ 0.238144
12		+ 0.173	- 0.182		- 0.099	+ 0.000081
13	- 0.172	+ 0.135			+ 0.008	+ 0.000064
14	+ 0.127		+ 0.182	- 0.488	- 0.179	+ 0.032041
15		+ 0.182			+ 0.182	+ 0.033124

$$[vv] = + 0.536331 = [Kw] = W_{11} \cdot 10$$

(11) Verificar as equações de fechamento altimétrico:

$$\begin{aligned}
 1] & - 0.11 + 0.05 - 0.08 + 0.14 = \ominus \\
 2] & + 0.11 + 0.19 + 0.20 - 0.50 = \ominus \\
 3] & - 0.05 + 0.01 + 0.18 - 0.14 = \ominus \\
 4] & - 0.19 + 0.24 - 0.01 - 0.04 = \ominus \\
 5] & + 0.20 + 0.10 + 0.25 - 0.55 = \ominus \\
 6] & + 0.24 - 0.25 + 0.01 + 0.00 = \ominus \\
 7] & - 0.01 + 0.18 - 0.18 + 0.01 = \ominus \\
 8] & + 0.24 + 0.49 + 0.18 - 0.91 = \ominus \\
 9] & + 0.20 + 0.06 + 0.24 - 0.50 = \ominus \\
 10] & + 0.11 - 0.03 - 0.10 + 0.02 = \ominus
 \end{aligned}$$

(12) Calcular as diferenças de nível compensadas:
(Vide quadro das diferenças de nível)

(13) Determinar os erros médios de uma diferença de nível

Antes da Compensação

$$m = \pm \sqrt{\frac{[WW]}{3n}} = \pm \sqrt{\frac{3.2204}{60}} = \pm 0.23 \text{ m}$$

sendo

W, o erro de fechamento de um triângulo (Vide Formulário G-433) e
n, o número de triângulos computados.

Após a Compensação

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = \pm \sqrt{\frac{0.536331}{10}} = \pm 0.23 \text{ m}$$

sendo

v, as correções para as diferenças de nível;
r, o número de equações de condição.

(14) Calcular as Altitudes Compensadas:

De N.E. Base 775,78	Designação	Vértice	ΔH Observados m	Correções "V" m	ΔH Compensa- dos m	Altitude m
	$\Delta H - 1$	S.W.Base	13,83	+ 0,11	+ 13,94	789,72
	$\Delta H - 2$	Quilômetro 6	52,73	- 0,19	+ 52,54	828,32
	$\Delta H - 3$	J. Pacheco	2,78	+ 0,03	+ 2,81	778,59
	$\Delta H - 13$	Farias	38,71	+ 0,01	+ 38,72	814,50
	$\Delta H - 4$	Várzea	27,08	+ 0,05	+ 27,13	802,91

ANEXO A

TABELA PARA CONTROLE DAS MEDIDAS ZENITAIS

Lado	C (1 - 4K)	r	Lado	C (1 - 4K)	r
A	B	C	A	B	C
1000m	28''	413''	600m	130''	89''
100	31	375	700	133	89
200	34	345	800	135	87
300	37	318	900	138	85
400	40	295	5000	141	83
500	42	274	100	144	80
600	45	258	200	147	78
700	48	243	300	150	78
800	51	229	400	152	76
900	54	217	500	155	74
2000	56	206	600	158	74
100	59	196	700	161	72
200	62	188	800	164	70
300	65	179	900	165	70
400	68	173	6000	169	68
500	70	165	100	172	68
600	73	159	200	175	66
700	76	153	300	178	66
800	79	146	400	180	64
900	82	142	500	183	64
3000	85	138	600	186	62
100	87	134	700	189	68
200	90	128	800	192	60
300	93	126	900	195	60
400	96	122	7000	198	58
3500	99	118	100	200	58
600	102	116	200	203	58
700	104	111	300	206	56
800	107	109	400	209	56
900	110	105	500	212	56
4000	113	103	600	214	54
100	116	101	700	217	54
200	118	99	800	220	54
300	121	97	900	223	54
400	124	93	8000	226	52
500	127	91	100	228	52

Lado	C (1 - 4K)	r	Lado	C (1 - 4K)	r
A	B	C	A	B	C
200 m	231''	50''	400 m	350''	
300	234	50	500	353	33
400	237	50	600	355	
500	240	50	700	358	
600	243	47	800	361	
700	245	47	900	364	
800	248	47	13000	367	31
900	251	45	100	370	
9000	254	45	200	372	
100	257	45	300	375	
200	260	45	400	378	
300	262	45	500	381	31
400	265	43	600	384	
500	268	43	700	386	
600	271	43	800	389	
700	274	43	900	392	
800	276	41	14000	395	29
900	279	41	100	398	
10000	282	41	200	401	
100	285		300	403	
200	288		400	406	
300	291		500	409	29
400	293		600	412	
500	296	39	700	415	
600	299		800	418	
700	302		900	420	
800	305		15000	423	27
900	308		100	426	
11000	310	37	200	429	
100	313		300	432	
200	316		400	434	
300	319		500	437	27
400	322		600	440	
500	324		700	443	
600	327		800	446	
700	330		900	448	
800	333		16000	451	25
900	336		100	454	
12000	338	35	200	457	
100	341		300	460	
200	344		400	463	
300	347		500	466	25

T 34-410

Lado	C (1 - 4K)	r	Lado	C (1 - 4K)	r
A	B	C	A	B	C
600m	468''		800 m	587''	
700	471		900	590	
800	474		21000	592	21
900	477		100	595	
17000	480	25	200	598	
100	482		300	601	
200	485		400	604	
300	488		500	606	
400	491		600	609	
500	494	23	700	612	
600	496		800	615	
700	499		900	618	
800	502		22000	621	18
900	505		100	623	
18000	508	23	200	626	
100	511		300	629	
200	513		400	632	
300	516		500	635	
400	519		600	638	
500	522	23	700	640	
600	525		800	643	
700	528		900	646	
800	530		23000	649	18
900	533		100	652	
19000	536	23	200	654	
100	539		300	657	
200	542		400	660	
300	544		500	663	18
400	547		600	666	
500	550	21	700	669	
600	553		800	671	
700	556		900	674	
800	559		24000	677	17
900	561		100	680	
20000	564	21	200	683	
100	567		300	686	
200	570		400	688	
300	573		500	691	
400	576		600	694	
500	578	21	700	697	
600	581		800	700	
700	584		900	702	

Lado	C (1 - 4K)	r	Lado	C (1 - 4K)	r
A	B	C	A	B	C
25000 m	705"	17"	200 m	824"	
100	708		300	827	
200	711		400	829	
300	714		500	832	
400	716		600	835	
500	719		700	838	
600	722		800	841	
700	725		900	844	
800	728		30000	846	14
900	731		100	849	
26000	734	15	200	852	
100	736		300	855	
200	739		400	858	
300	742		400	860	
400	745		600	863	13
500	748		700	866	
600	750		800	869	
700	753		900	872	
800	756		31000	874	13
900	759		100	877	
27000	762	15	200	880	
100	764		300	883	
200	767		400	886	
300	770		500	889	
400	773		600	891	
500	776		700	894	
600	779		800	897	
700	781		900	900	
800	784		32000	903	13
900	787		100	906	
28000	790	15	200	908	
100	793		300	911	
200	796		400	914	
300	798		500	917	
400	801		600	920	
500	804	15	700	922	
600	807	14	800	925	
700	810		900	928	
800	812		33000	931	12
900	815		100	934	
29000	818	14	200	936	
100	821		300	939	

T 34-410

Lado	C (1 - 4K)	r	Lado	C (1 - 4K)	r
A	B	C	A	B	C
400m	942''		600m	1061''	
500	945	12	700	1064	
600	948		800	1066	
700	951		900	1069	
800	953		38000	1072	11
900	956		100	1075	
34000	959	12	200	1078	
100	962		300	1080	
200	965		400	1083	
300	968		500	1086	11
400	970		600	1089	
500	973		700	1092	
600	976		800	1094	
700	979		900	1097	
800	982		39000	1100	11
900	984		100	1103	10
35000	987	12	200	1106	
100	990		300	1109	
200	993		400	1111	
300	996		500	1114	
400	999		600	1117	
500	1001		700	1120	
600	1004		800	1123	
700	1007		900	1126	
800	1010	11	40000	1128	10
900	1013		100	1131	
36000	1016	11	200	1134	
100	1018		300	1137	
200	1021		400	1140	
300	1024		500	1142	
400	1027		600	1145	
500	1030		700	1148	
600	1032		800	1151	
700	1035		900	1154	
800	1038		41000	1157	10
900	1041		100	1159	
37000	1044	11	200	1162	
100	1046		300	1165	
200	1049		400	1168	
300	1052		500	1171	
400	1055		600	1174	
500	1058		700	1176	

Lado	C (1 - 4K)	r	Lado	C (1 - 4K)	r
A	B	C	A	B	C
800 m	1179''		46000 m	1298''	9''
900	1182		100	1300	
42000	1184	10	200	1303	
100	1188		300	1306	
200	1190		400	1309	
300	1193		500	1312	
400	1196		600	1314	
500	1199		700	1317	
600	1202		800	1320	
700	1204		900	1323	
800	1207		47000	1326	9
900	1210		100	1329	
43000	1213		200	1332	
100	1216		300	1334	
200	1219		400	1337	
300	1221		500	1340	
400	1224		600	1343	
500	1227	9	700	1346	
600	1230		800	1348	
700	1233		900	1351	
800	1236		48000	1354	9
900	1238		100	1357	
44000	1241	9	200	1360	
100	1244		300	1362	8
200	1247		400	1365	
300	1250		500	1368	8
400	1252		600	1371	
500	1255		700	1374	
600	1258		800	1377	
700	1261		900	1379	
800	1264		49000	1382	8
900	1267		100	1385	
45000	1269	9	200	1388	
100	1272		300	1391	
200	1275		400	1394	
300	1278		500	1396	
400	1281		600	1399	
500	1284		700	1402	
600	1286		800	1405	
700	1289		900	1408	
800	1292		50000	1410	
900	1295		100	1413	

T 34-410

Lado	C (1 - 4K)	r	Lado	C (1 - 4K)	r
A	B	C	A	B	C
200m	1416''		400 m	1535''	
300	1419		500	1537	
400	1422		600	1540	7
500	1425		700	1543	
600	1427		800	1546	
700	1430		900	1549	
800	1433		55000	1552	7
900	1436		100	1554	
51000	1439	8	200	1557	
100	1442		300	1560	
200	1444		400	1563	
300	1447		500	1566	
400	1450		600	1568	
500	1453		700	1571	
600	1456		800	1574	
700	1458		900	1577	
800	1461		56000	1580	7
900	1464		100	1583	
52000	1467	8	200	1585	
100	1470		300	1588	
200	1473		400	1591	
300	1475		500	1594	
400	1478		600	1597	
500	1481		700	1600	
600	1484		800	1602	
700	1487		900	1605	
800	1489		57000	1608	
900	1492		100	1611	
53000	1495	8	200	1614	
100	1498		300	1616	
200	1501		400	1619	
300	1504		500	1622	
400	1506		600	1625	
500	1509	8	700	1628	
600	1512		800	1630	
700	1515		900	1633	
800	1518		58000	1636	
900	1520		100	1639	
54000	1523	8	200	1642	
100	1526		300	1645	
200	1529		400	1647	
300	1532		500	1650	7

Lado	C (1 - 4K)	r	Lado	C (1 - 4K)	r
A	B	C	A	B	C
600m	1653''		700 m	1772''	
700	1656		900	1774	
800	1659		63000	1777	6
900	1662		100	1780	
59000	1664	7	200	1783	
100	1667		300	1786	
200	1670		400	1788	
300	1673		500	1791	6
400	1676		600	1794	
500	1678		700	1797	
600	1681		800	1800	
700	1684		900	1803	
800	1687		64000	1805	6
900	1690		100	1808	
60000	1693	7	200	1811	
100	1695		300	1814	
200	1698		400	1817	
300	1701		500	1820	
400	1704		600	1822	
500	1707		700	1825	
600	1710		800	1828	
700	1712		900	1831	
800	1715		65000	1834	6
900	1718		100	1836	
61000	1721	7	200	1839	
100	1724		300	1842	
200	1726		400	1845	
300	1729		500	1848	
400	1732		600	1851	
500	1735		700	1853	
600	1738		800	1856	
700	1740		900	1859	
800	1743		66000	1862	6
900	1746		100	1865	
62000	1749	7	200	1868	
100	1752		300	1870	
200	1755		400	1873	
300	1757		500	1876	
400	1760		600	1879	
500	1763		700	1882	
600	1766	6	800	1884	
700	1769		900	1887	

T 34-410

Lado	C (1 - 4K)	r	Lado	C (1 - 4K)	r
A	B	C	A	B	C
67000m	1890''	6''	600 m	1963''	
100	1893		700	1966	
200	1896		800	1969	
300	1898		900	1972	
400	1901		70000	1975	6
500	1904		100	1978	
600	1907		200	1980	
700	1910		300	1983	
800	1913		400	1986	
900	1915		500	1989	
68000	1918	6	600	1992	
100	1921		700	1994	
200	1924		800	1997	
300	1927		900	2000	
400	1930		71000	2003	6
500	1932	6	100	2006	
600	1935		200	2009	
700	1938		300	2011	
800	1941		400	2014	
900	1944		500	2017	
69000	1946	6	600	2020	
100	1949		700	2023	
200	1952		800	2025	
300	1955		900	2028	
400	1958		72000	2031	6
500	1961				

BIBLIOGRAFIA

1. CASTELO BRANCO Fº, Moysés Gen.
Ajustamento das redes verticais.
Rio de Janeiro.
2. JORDAN.
Tratado General de Topografia.
3ª edição, Barcelona, Editora Gustavo Gilli S. A., 1961.
3. MANUAL TÉCNICO T 34-201.
1ª edição, Rio de Janeiro, Diretoria do Serviço Geográfico, 1971.
4. MANUAL TÉCNICO.
Cálculos Geodésicos, Nivelamento Trigonométrico.
Rio de Janeiro, Diretoria do Serviço Geográfico, 1959.

ÍNDICE ALFABÉTICO

	Prf.	Pág.
D		
Determinação das diferenças de nível por distâncias zenitais recíprocas	2-2	2-2
Determinação do coeficiente de refração por distâncias zenitais recíprocas	2-5	2-7
Determinação do coeficiente de refração por distâncias zenitais unilaterais	2-6	2-10
Desenvolvimento do processo das aproximações sucessivas	3-4	3-2
E		
Elementos básicos para a elaboração de uma carta	1-2	1-1
Equações de condição	3-6	3-10
Erros médios	3-7	3-11
Exemplo numérico	3-8	3-12
F		
Finalidade:		
– Generalidades – Compensação das redes verticais	3-1	3-1
– Generalidades – Introdução	1-1	1-1
Fórmula prática para obtenção da altura dos sinais	2-8	2-11
G		
Generalidades:		
– Coeficiente de refração	2-3	2-6
– Método de variação das diferenças de nível	3-5	3-10
– Problemas de intervisibilidade na triangulação	2-7	2-11
M		
Métodos de determinação das altitudes	1-3	1-2
N		
Necessidade da determinação do coeficiente de refração	2-4	2-6
P		
Prescrições adotadas pelo Serviço Geográfico	2-1	2-1
Princípio do método das aproximações sucessivas	3-3	3-2
Princípio do Nivelamento Trigonométrico	1-4	1-2
Processos adotados	3-2	3-1
T		
Tabela para controle das medidas zenitais	Anexo A	A-1

DISTRIBUIÇÃO

1. ÓRGÃOS

Gabinete do Ministro	1
Estado-Maior do Exército	18
DEC	4
Demais Departamentos	1
Diretoria do Serviço Geográfico	400
Demais Diretorias	1
Secretaria-Geral do Exército	1
Arquivo do Exército	1
Biblioteca do Exército	2
Centro de Documentação do Exército	1
Estabelecimento General Gustavo Cordeiro de Farias	2

2. GRANDES COMANDOS E GRANDES UNIDADES

Exércitos	1
Comandos Militares de Área	1
Regiões Militares	2
Divisões	1
Brigadas	1
Grupamentos de Engenharia	5
Demais Grupamentos	1
Artilharia Divisionária	1

3. ORGANIZAÇÕES MILITARES DO EXÉRCITO

Batalhões de Engenharia (de Construção ou de Combate)	10
Centro de Operações Cartográficas	50
Divisões de Levantamento (1ª, 2ª e 3ª)	50

4. ESTABELECIDAMENTOS DE ENSINO

ECEME	5
EsAO, CEP e EsSA	10
IME	50
AMAN e EsIE	30
EsMB, EsACosAAe, Es Com, COSAC, CIAet e CPOR	2
EsEFEx e EsPC	1

5. OUTRAS ORGANIZAÇÕES

EMFA, EMAer e EMA, ESG e MMBIP	1
--------------------------------------	---



FEVEREIRO/1976
2.000 EXEMPLARES