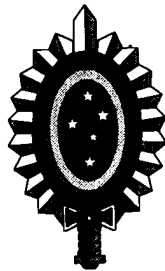


**T 34 - 409**



**MINISTÉRIO DO EXÉRCITO  
ESTADO-MAIOR DO EXÉRCITO**

**Manual Técnico**

# **NIVELAMENTO GEOMÉTRICO**

**1ª Edição  
1975**

Preço : R\$

<p>CARGA</p> <p>EM.....</p>
-----------------------------



**PORTARIA Nº 012 – EME  
DE 20 DE JANEIRO DE 1975**

**MANUAL TÉCNICO  
(Aprovação)**

O Chefe do Estado-Maior do Exército, usando da atribuição que lhe confere o parágrafo 3º do artigo 5º do Regulamento para Publicações do Exército (R-150).

**RESOLVE:**

Aprovar o Manual Técnico T 34-409 – Nivelamento Geométrico.

*Gen. Ex Fritz Azevedo Manso*  
Chefe do EME



#### **NOTA**

*Aos usuários deste manual são solicitados a apresentar sugestões que possam ampliar a sua clareza e exatidão. As observações feitas deverão referir-se à página, ao parágrafo e à linha do texto correspondente à modificação sugerida. Justificativas devem ser apresentadas sobre cada observação, a fim de assegurar compreensão e exata avaliação. As sugestões deverão ser enviadas ao Estado-Maior do Exército de acordo com o Art. n° 78 das IGPMEx.*



## ÍNDICE DOS ASSUNTOS NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

	Prf	Pág
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO</b>		
ARTIGO I – Generalidades .....	1 - 1 a 1 - 3	1 - 1
Finalidade .....	1 - 1	1 - 1
Definições .....	1 - 2	1 - 1
Princípio do Método .....	1 - 3	1 - 2
ARTIGO II – Normas Técnicas .....	1 - 4 a 1 - 8	1 - 2
Prescrições .....	1 - 4	1 - 2
Tolerâncias .....	1 - 5	1 - 5
Projetos de Nivelamento e Matrículas das RN .....	1 - 6	1 - 5
Níveis .....	1 - 7	1 - 6
Miras .....	1 - 8	1 - 7
ARTIGO III – Correções Instrumentais .....	1 - 9 a 1 - 11	1 - 7
Correção do Erro de Colimação .....	1 - 9	1 - 7
Dilatação da Mira – Correção de Temperatura .....	1 - 10	1 - 8
Comprimento Real da Mira .....	1 - 11	1 - 8
ARTIGO IV – Turmas de Nivelamento e Relatório ...	1 - 12 e 1 - 13	1 - 8
Constituição das Turmas .....	1 - 12	1 - 8
Relatórios .....	1 - 13	1 - 9
<b>CAPÍTULO 2 – CADERNETA DE NIVELAMENTO GEOMÉTRICO G-4</b>		
ARTIGO I – Registro e Cálculo .....	2 - 1 e 2 - 2	2 - 1
Registro da Caderneta G-4 .....	2 - 1	2 - 1
Cálculo da Caderneta G-4 .....	2 - 2	2 - 2
ARTIGO II – Dados Complementares .....	2 - 3	2 - 3
Informações a Registrar na Cader- neta G-4 .....	2 - 3	2 - 3

	<b>Prf</b>	<b>Pág</b>
<b>CAPÍTULO 3 – DETERMINAÇÃO DAS ALTITUDES PROVISÓRIAS</b>		
ARTIGO I – Cálculo do Nivelamento Geométrico ...	3 - 1	3 - 1
Formulário .....	3 - 1	3 - 1
ARTIGO II – Relação de Altitudes de Precisão .....	3 - 2	3 - 2
Registro .....	3 - 2	3 - 2
<b>CAPÍTULO 4 – CORREÇÃO ORTOMÉTRICA</b>		
ARTIGO I – Generalidades .....	4 - 1 e 4 - 2	4 - 1
Definição .....	4 - 1	4 - 1
Generalidades .....	4 - 2	4 - 1
ARTIGO II – Cálculo da Correção Ortométrica .....	4 - 3 e 4 - 4	4 - 2
Prescrições Diversas .....	4 - 3	4 - 2
Formulário G-451 .....	4 - 4	4 - 3
ARTIGO III – Determinação das Altitudes Corrigidas da Correção Ortométrica .....	4 - 5	4 - 3
Formulários G - 450, G - 452 .....	4 - 5	4 - 3
ARTIGO IV – Tabelas para o Cálculo da Correção Ortométrica .....	4 - 6 a 4 - 8	4 - 5
Tabela - I – Correção de Esfericidade e Refração (abaixamento total).	4 - 6	4 - 5
<b>CAPÍTULO 5 – TRAVESSIA DE OBSTÁCULOS E NIVELAMENTO DE BASE GEODÉSICA</b>		
ARTIGO I - Travessia de Cursos de Água .....	5 - 1 e 5 - 2	5 - 1
Princípio do Método .....	5 - 1	5 - 1
Descrição do Método .....	5 - 2	5 - 1
Instalação dos Visores nas Miras .....	5 - 3	5 - 3
Esquema de Observação Recomendado.	5 - 4	5 - 3
ARTIGO II – Exemplo Prático – Travessia da Baía de Guanabara Por Nivelamento Geométrico .....	5 - 4 e 5 - 5	5 - 4
Missão .....	5 - 4	5 - 4
Prescrições Adotadas .....	5 - 5	5 - 4
ARTIGO III – Nivelamento de Bases Geométricas .....	5 - 7	5 - 5
Nivelamento das Bases Medidas com Equipamento Eletrônico de Alta Precisão .....	5 - 8	5 - 5



	<b>Prf</b>	<b>Pág</b>
<b>CAPÍTULO 6 – AVALIAÇÃO DA PRECISÃO DO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO</b>		
ARTIGO I – Erro por Quilômetro .....	6 - 1	6 - 1
Erro Provável Bruto Por Quilômetro ...	6 - 2	6 - 2
ARTIGO II – Diagrama de Discrepâncias Acumuladas .....	6 - 2 a 6 - 5	6 - 3
Influências Sistemáticas .....	6 - 2	6 - 3
Diagrama das Discrepâncias .....	6 - 3	6 - 3
Os Limites Z e U .....	6 - 4	6 - 4
Erro Provável Sistemático Por Quilômetro .....	6 - 5	6 - 1
ARTIGO III – Avaliação da Precisão em Pequenas Redes ou Linhas Isoladas .....	6 - 6	6 - 5
Fórmulas de Lallemand .....	6 - 6	6 - 5
ARTIGO IV – Erro Provável Total por Quilômetro ...	6 - 7 e 6 - 8	6 - 6
Definições .....	6 - 7	6 - 6
Expressão do Erro Provável Total por Quilômetro .....	6 - 8	6 - 6
ARTIGO V – Erro Bruto e Total no Nivelamento Geométrico .....	6 - 9 e 6 - 10	6 - 7
Erro Bruto .....	6 - 10	6 - 7
Erro Total .....	6 - 11	6 - 8
ARTIGO VI – Cálculo dos Erros nas Linhas Isoladas .....	6 - 12	6 - 9
Erros .....	6 - 12	6 - 9
ARTIGO VII – Cálculo dos Erros da Rede de Nivelamento .....	6 - 12 a 6 - 15	6 - 12
Cálculo dos Erros Prováveis dos Polígonos Isolados .....	6 - 12	6 - 12
Erro Provável Total da Rede .....	6 - 13	6 - 13
Erro Médio da Rede em Função do Erro Provável .....	6 - 14	6 - 15
Erro Médio da Rede em Função dos "PVV" .....	6 - 15	6 - 15
<b>CAPÍTULO 7 – COMPENSAÇÃO DO NIVELAMENTO</b>		
Finalidade .....	7 - 1	7 - 1
Método Adotado .....	7 - 2	7 - 1
Fechamento dos Polígonos .....	7 - 3	7 - 1

	<b>Prf</b>	<b>Pág</b>
<b>CAPÍTULO 8 – CÁLCULO DA COMPENSAÇÃO</b>		
Das Operações .....	8 - 1	8 - 1
1ª Operação – Confecção do Croqui ..	8 - 2	8 - 1
2ª Operação – Organização dos "Quadros das Linhas" Quadro A .....	8 - 3	8 - 2
3ª Operação – "Quadro B" e "Qua- dro B-1" .....	8 - 4	8 - 2
Observações .....	8 - 5	8 - 3
4ª Operação – Formação das Equações de Condição .....	8 - 6	8 - 3
5ª Operação – "Peso P" .....	8 - 7	8 - 4
6ª Operação – Quadro das Correla- tas "Quadro C" .....	8 - 8	8 - 4
Observação .....	8 - 9	8 - 4
7ª Operação – Formação das Equa- ções Normais .....	8 - 10	8 - 5
8ª Operação – Resolução das Equa- ções Normais .....	8 - 11	8 - 13
Observações .....	8 - 12	8 - 20
9ª Operação – Cálculo das Correlati- vas C .....	8 - 13	8 - 21
10ª Operação – Cálculo das Corre- ções V .....	8 - 14	8 - 22
11ª Operação – Verificação .....	8 - 15	8 - 23
12ª Operação – Conclusão .....	8 - 16	8 - 23
Resumo das Operações .....	8 - 17	2 - 24
Transporte das Altitudes Compensa- das G-452 .....	8 - 18	8 - 27

**CAPÍTULO 1**  
**INTRODUÇÃO**  
**ARTIGO I**  
**GENERALIDADES**

**1 - 1. FINALIDADE**

Este manual estabelece as normas e os processos para a determinação de altitudes de precisão, compreendendo o registro, cálculo, correção e compensação das observações.

**1 - 2. DEFINIÇÕES**

**a.** Nivelamento geométrico é a operação geodésica que tem por finalidade a medida do desnível entre dois pontos da superfície do geóide, referidos ao nível do mar e por isso chamados Referências de Nível (RN).

**b.** Nivelamento de alta precisão ou de 1ª ordem é aquele em que o erro provável total não ultrapassa dois milímetros por quilômetro. Para os modernos níveis, a AIG recomenda, a título experimental, que o erro provável seja inferior a 1,5 mm por quilômetro.

**c.** Nivelamento de precisão ou de 2ª ordem, quando esse erro não ultrapassa seis milímetros por quilômetro.

**d.** Lance de nivelamento é a medida direta do desnível entre duas miras verticais (estações), distanciadas até 200 m (escala centimétrica) ou até 160 m (escala semicentimétrica), obtida pela diferença entre as leituras na mira a ré-e-vante (sentido do percurso).

**e.** Seção de nivelamento é a medida do desnível entre duas RN, chamadas secundárias, obtida pela soma algébrica dos desníveis dos lances. As RN secundárias são materializadas por cravos ou arrebites e implantadas no terreno a cada 10 km.

**f.** Seção simples, quando é nivelada segundo um sentido (ida ou volta). Observação isolada designa o desnível de uma seção simples e não o desnível de um lance.

**g.** Seção dupla, quando é observada ida e volta.

**h.** Linha de nivelamento é o conjunto das seções compreendidas entre duas RN, chamadas principais.

(1) As RN principais são constituídas de marcas de latão ou bronze, engastadas em pilares, no piso ou face de monumentos, edificações, plataformas de estações ferroviárias, etc;

(2) Além de materializarem os extremos da linha, as RN principais levam marcas, para melhor garantia da materialização do nivelamento.

**i.** Circuito de nivelamento é a poligonal fechada constituída de várias linhas justapostas. Pontos nodais são RN principais, às quais concorrem duas ou mais linhas de nivelamento.

**j.** Rede de nivelamento é a malha formada por vários circuitos justapostos.

### 1-3. PRINCÍPIO DO MÉTODO

O desnível entre dois pontos é determinado pela diferença, entre as leituras feitas sobre duas miras estacionadas a ré-e-vante nos pontos considerados, utilizando-se uma luneta conjugada a um nível de boa sensibilidade, a meia distância entre elas.

## ARTIGO II

### NORMAS TÉCNICAS

#### 1-4. PRESCRIÇÕES

**a.** A colocação do nível a igual distância das duas miras acarreta não só a eliminação da influência da esferecidade e da refração, como também, evita o possível erro de colimação vertical da luneta. É esse, portanto, o dispositivo recomendável nas operações de precisão.

**b.** As linhas de nivelamento geométrico se desenvolvem ao longo das estradas de rodagem e de ferro, materializando-se pela instalação, de espaço a espaço, das chamadas referências de nível (RN), que se engastam em sólidos objetos naturais ou pilares de concreto especialmente construídos.

**c.** O perímetro dos polígonos é forçosamente variável, em função da rede de estradas da região. Em princípio deve-se considerar conveniente o perímetro da ordem de 500 a 800 quilômetros. O comprimento médio das seções, em terreno favorável, deve ser de 2 a 3 quilômetros.

d. O nivelamento de segunda ordem (precisão), destina-se a decompor os polígonos da rede de primeira ordem, consistindo, pois, em linhas que se apoiam em referências de nivelamento dessa rede. Eventualmente pode-se estabelecer, em região mal servida de estradas, uma rede de segunda ordem.

e. Cada seção deve ser nivelada, em ida e volta, com operações distintas, as quais devem ser executadas, tanto quanto possível, em diferentes condições atmosféricas. Ida pela manhã e volta à tarde, em princípio, pelo mesmo operador.

f. As linhas de segunda ordem que decompõem malhas de primeira ordem podem, com grande vantagem de rendimento, ser medidas com o instrumental de primeira ordem, executando-se apenas a operação de ida e controlando-se o fechamento pelo desnível já conhecido das RN de primeira ordem em que se apoiam. Essa modalidade de nivelamento de segunda ordem é muito indicada no caso em que um mesmo operador deve medir linhas de primeira ordem e de segunda ordem.

g. A jornada de trabalho deve iniciar-se e terminar em referência de nivelamento. Quando, entretanto, for necessário interromper o serviço em meio de uma seção, os dois últimos lances podem ficar assinalados por três fortes estacas de madeira, munidas de pino metálico (parafuso de cabeça arredondada), a fim de servirem de referências para o prosseguimento no dia imediato. A retomada do serviço deve iniciar-se pela repetição dos dois lances estaqueados, sendo que, na hipótese de não se reproduzirem, ao milímetro, os dois desníveis da véspera, a seção deve ser reiniciada a partir da RN.

h. Nivelando ao longo de uma estrada de ferro é possível usar, para apoio das miras, as cavilhas de fixação dos trilhos aos dormentes, salvo, evidentemente, quando não estiverem firmemente ajustadas.

i. Os nivelamentos do Serviço Geográfico do Exército devem ser ligados aos de outras organizações com os quais eventualmente se cruzam.

j. Nas linhas de nivelamento que correm ao longo das vias férreas, torna-se de grande utilidade, a fim de facilitar e generalizar a utilização dos resultados do nivelamento, determinar, por irradiação, a altitude na superfície dos trilhos, em certos pontos facilmente identificáveis nas fotografias aéreas, como sejam, junto a um extremo de plataforma, junto a marcos quilométricos, nos cruzamentos com outras vias, em obras de arte, etc. Nas curvas das vias férreas, onde há desnível entre os trilhos, é necessário indicar sobre qual deles foi determinada a altitude. A irradiação deve ser lançada a partir de duas estações do instrumento, de forma a haver controle. Também ao longo das rodovias surgem, freqüentemente, boas oportunidades para fornecimento de altitude em pontos importantes, identificáveis nas fotografias aéreas.

l. Nas localidades há conveniência em instalar uma ou outra referência de nivelamento, em pontos importantes e protegidos, como soleiras de igrejas ou edifícios públicos, monumentos, etc; nem sempre situados no itinerário normal de nivelamento, os quais são determinados por irradiação da linha principal. Igual procedimento deve ser observado quanto aos extremos de base e a vértices de triangulação que se achem a pequena distância do nivelamento (1 a 3 lances) e sejam de fácil acesso.

m. No caso de se sucederem várias seções com forte desnível num mesmo sentido, torna-se necessário anotar as temperaturas no início e no término das medidas de cada seção, a fim de se poder corrigir, caso seja necessário, o erro devido à dilatação da fita.

n. O equilíbrio entre as distâncias das visadas de vante e de ré é facilmente obtido dentro de um ou dois metros, recomendando-se, como bastante prático, o uso de um gabarito de corda. Nos trechos mais movimentados admite-se discrepância até 5 metros.

o. Em cada RN, a mira estacionada na volta deve ser diferente da que foi estacionada na ida. Com essa providência elimina-se o erro de índice entre as duas miras, da distância que vai do talão ao primeiro passo de graduação da fita. Caso o número de lances na volta da seção seja diferente do de ida, pode acontecer que o último lance seja medido com a mesma mira tanto a ré como a vante.

p. As leituras, em dada estação do instrumento, devem ser feitas a fim de evitar possíveis erros sistemáticos, na seguinte ordem:

Mira a ré	}	gradação esquerda (aparente) .....	}	fios estadimétricos
		gradação direita .....		fio nivelador (cunha)
		gradação esquerda .....	}	fio nivelador
	fio nivelador			
				fios estadimétricos
Mira a vante	}	gradação direita .....	}	fio nivelador

q. Nas visadas a mais de 25 m de distância devem ser evitadas leituras nas miras a menos de 50 centímetros do solo, principalmente nas horas de mais forte insolação, para ser evitado o efeito da reverberação.

#### 1-5. TOLERÂNCIAS

a. Em cada seção os resultados do nivelamento de ida e volta devem concordar dentro de  $4 \text{ mm } \sqrt{R}$ , para a primeira ordem, e  $6 \text{ mm } \sqrt{R}$ , para a segunda ordem, sendo R o comprimento da seção em quilômetros. Serão repetidas as seções que não se enquadrem nessa exigência.

b. O fechamento admissível para uma transversal entre dois pontos de primeira ordem é de  $8,4 \text{ mm } \sqrt{R}$ .

Os operadores devem obter o máximo rendimento da operação de nivelamento, dentro das tolerâncias estabelecidas, pois se torna antieconômico e desnecessário procurar, com prejuízo da produção, ultrapassar os padrões internacionais de precisão. Por isso, deve ser considerado normal o fato de algumas seções exigirem repetição. É usual uma proporção entre 5 e 10% de repetições.

d. Nos casos excepcionais do comprimento da seção ser inferior a 0,5 km é adotada a tolerância fixa de 2,8 mm para a 1ª ordem e 6,0 mm para a 2ª ordem.

e. A discrepância acumulada não deve, em princípio, exceder, numa linha, a proporção de 0,5 mm por quilômetro. A constatação de que as discrepâncias entre ida e volta, seção por seção, conservem predominantemente um mesmo sinal, deve alertar o operador quanto à possível ocorrência de erro sistemático, tornando aconselhável a alteração nas condições de execução do nivelamento.

f. No fechamento do circuito de um polígono a altitude transportada, após correção ortométrica, deve concordar com a de partida dentro de  $0,5 \text{ mm } \times F$ , sendo F o perímetro em quilômetros. Essa concordância será apenas indicativa da probabilidade de se ter atingido precisão satisfatória no nivelamento, porque a avaliação dessa precisão só é conseguida com a aplicação, no conjunto da rede, das fórmulas a isso adequadas.

g. As marcas de nivelamento, além de instaladas nas RN principais, também são materializadas sobre RN secundárias com intervalos de 10 a 15 km.

h. Informações sobre a forma e dimensionamento das marcas e pilares são encontrados no Manual T-34-407.

#### 1-6. PROJETOS DE NIVELAMENTO E MATRÍCULAS DAS RN

a. Os projetos de nivelamento devem ser organizados, na ocasião oportuna, abrangendo a área de um ou mais Estados da União.

- b.** Dentro da área correspondente a cada projeto, os polígonos serão numerados com algarismos romanos e as linhas com algarismos arábicos.
- c.** As RN recebem, como matrícula, o grupo de letras "RN" e o número indicativo da linha a que pertencem, seguido do número de ordem que adquirem dentro da linha. Assim na linha L-103, por exemplo, as referências terão as matrículas RN 103-1, RN 103-2, RN 103-3, etc.
- d.** As RN subterrâneas recebem o mesmo número de ordem das RN sob as quais se encontram. Assim por exemplo, a RN 103-9 tem, como referência subterrânea, a RN 103-9.
- e.** As RN dos ramais irradiados levam a designação da RN que irradia o ramal, seguido do número de ordem que adquirem dentro do ramal. Assim, por exemplo, as RN do ramal irradiado da RN 141-33 terão as matrículas RN 141-33.1, RN 141-33.2, etc.
- f.** A inscrição nas RN, tanto das matrículas como das altitudes até milímetros, deverá ser feita depois de se ter procedido a uma compensação de conjunto, abrangendo vários polígonos.
- g.** Os pilares ou blocos de concreto e o engastamento das RN devem ser concretados durante o reconhecimento, a fim de que já se encontrem seguramente firmes durante a medição.
- h.** Quando for utilizada a referência instalada por outra organização, deve-se registrar a mesma matrícula, que tiver recebido na organização de origem.
- i.** As RN secundárias recebem apenas a letra "R" e o indicativo da linha, seguida do número da ordem que adquirem dentro da linha.
- j.** Nas linhas de segunda ordem adotam-se os mesmos critérios, porém com letras minúsculas. São da linha L-101 as referências rn 101-1, rn 101-2, etc.

#### 1-7. NÍVEIS

- a.** O aumento da luneta deve ser de 25 a 40 vezes, por outro lado tendo em vista assegurar uma luminosidade conveniente, o anel ocular deve ter, no mínimo, 1,5 milímetro de diâmetro.
- b.** O raio de curvatura do tubo do nível deve estar compreendido entre 40 e 100 metros, limite que não deve ser excedido para observações ao ar livre.
- c.** Para as mais altas temperaturas em que o trabalho é possível, o comprimento da bolha não deve nunca ser inferior a 25 milímetros (bolhas mais curtas não têm uma mobilidade suficiente).



## 1-8. MIRAS

a. Nos casos em que o nível não seja munido de um dispositivo que suprima a avaliação à vista e onde não se faça, por conseguinte, a estima das frações de divisão, a menor divisão das miras deve estar em relação com o comprimento habitual dos lances, e tanto menores quanto os lances forem habitualmente mais curtos. Assim, para operações em terreno acidentado, onde os lances não excedem, em média, de 20 a 25 metros, a menor divisão das miras deve ser reduzida a 2mm. Não deve por outro lado, exceder de um centímetro.

b. As divisões são traçadas, tanto quanto possível, sobre réguas de metal invar. Do contrário, a fim de que seja possível observar todos os dias, no próprio terreno, a variação de comprimento da madeira das miras e levar em conta essa variação nos cálculos, é necessário utilizar miras compensadas, onde uma régua única de metal invar pode substituir a régua bimetálica (ferro e latão) alojada na alma da mira (modelo do Cel. Goulier).

c. Para assegurar a verticalidade no momento das leituras, devem as miras ser munidas de níveis esféricos de 0,2 a 0,5 metros de raio de curvatura. Além disso, pode ser cômodo para manter mais facilmente as miras imóveis na posição vertical, provê-las de punhos e empregar uma ou duas escoras.

**ARTIGO III****CORREÇÕES INSTRUMENTAIS**

## 1-9. CORREÇÃO DO ERRO DE COLIMAÇÃO

a. O posicionamento do nível a meia distância entre as miras anula a influência do erro de colimação residual do nível, aceitável até  $\pm 0,01$  mm por metro. Além desse limite o nível deve ser retificado, entretanto, o desequilíbrio eventual que ocorre na medida de lances, em trechos de terrenos movimentados, principalmente na serra, pode fazer com que esse erro assumo um aspecto sistemático. Nesse caso, verificada uma acentuada discrepância entre a soma das distâncias vante e ré, é conveniente aplicar a correção do erro de colimação na seção. Para isso, basta multiplicar o valor da correção para 1 (um) metro (determinada **a priori**) pela diferença entre os somatórios das distâncias a ré e vante.

b. Supondo-se, por exemplo, numa seção, a soma das distâncias a ré igual a 1.388 m e a das distâncias a vante 1.326 m. Determinada a correção **C**, encontrou-se

+ 0,008 mm por metro. A correção a introduzir no desnível da seção será, pois, o produto + 0,008 mm x 62 m = + 0,5 mm, arredondando nos décimos de milímetros.

#### 1 - 10. DILATAÇÃO DA MIRA – CORREÇÃO DE TEMPERATURA

a. Sendo da ordem do milionésimo o coeficiente de dilatação do metal invar, para 1 grau de acréscimo de temperatura, um desnível de alguns metros, medido sobre temperatura sensivelmente diferente daquela em que foi aferida a trena, poderá apresentar erro apreciável. A correção deve ser introduzida por seção, tomando-se o produto do coeficiente de dilatação da mira pela diferença "temperatura da medida menos temperatura da aferição". O coeficiente de dilatação da fita invar da mira é elemento que deve constar do certificado, assim como, o seu comprimento real e a temperatura da aferição. A temperatura da medida é a média geral das temperaturas observadas no início e no fim das medidas ida e volta.

#### 1-11. COMPRIMENTO REAL DA MIRA

a. A aferição da mira revela qual o seu comprimento real a uma dada temperatura. A correção, correspondente ao comprimento real da mira, introduz-se por seção, tomando-se o produto do desnível, em metros, pela discrepância do metro médio da mira. Usando-se 2 miras, pode-se tomar como metro médio da mira, a média dos valores correspondentes a cada mira.

b. Supondo-se, por exemplo, que o desnível de uma seção seja de - 83,5207 m, e a média das temperaturas, durante as medidas ida e volta, seja de 28,5°. As miras utilizadas apresentam o coeficiente de dilatação  $1,8 \cdot 10^{-6}$  e, aferidas a 20°, indicam os comprimentos reais de 1 m + 0,032 mm e 1 m + 0,060 mm, respectivamente. A correção de temperatura seria:  $- 83,5 \times 1,8 \times 8,5 \times 10^{-6} = - 1,3$  mm, e a de comprimento real seria:  $- 83,5 \times 0,046 = - 3,8$  mm, resultando o total de - 5,1 mm a introduzir no desnível da seção, que passaria a ser de - 83,5258 m.

### ARTIGO IV

#### TURMAS DE NIVELAMENTO E RELATÓRIO

#### 1-12. CONSTITUIÇÃO DAS TURMAS

- a. Em princípio as turmas de nivelamento geométrico serão constituídas de:
- 2 operadores - Sgt Topógrafos;
  - 2 mireiros;
  - 4 auxiliares.

- b.** E estarão equipados com:
- 1 nível com tripé;
  - 2 miras, com sapatas;
  - 4 visores para travessia;
  - 1 guarda sol;
  - 2 termômetros de funda;
  - Referências de nivelamento;
  - Material de pedreiro e forma de madeira.

#### 1-13. RELATÓRIOS

**a.** Os relatórios mensais, dos chefes de seção ou turma de nivelamento, obedecerão ao modelo do Relatório Técnico Mensal, em uso, da DSG.

**b.** A produção deve ser indicada em quilômetros úteis, isto é, não incluídas as repetições, que, entretanto, serão citadas como trabalho realizado. É preciso especificar qual o número de quilômetros nivelados em ida e volta, e se for o caso, o número dos nivelados num só sentido. A progressão é avaliada pela extensão nivelada em ida e volta.

**c.** Os relatórios anuais conterão, além de outras informações julgadas convenientes, o seguinte:

- (1) resumo dos dados consignados nos relatórios mensais;
- (2) quadros estatísticos da progressão mensal, incluindo quilometragem, número de seções, número de lances e número de RN;
- (3) quadro estatístico do rendimento, incluindo progressão média (ida e volta) por hora e por dia de trabalho, e comprimento médio dos lances;
- (4) produção por operador, se for o caso;
- (5) quadro das despesas, para apuração do preço de custo do quilômetro nivelado ida e volta.



**CAPÍTULO 2**  
**CADERNETA DE NIVELAMENTO GEOMÉTRICO G-4**

**ARTIGO I**  
**REGISTRO E CÁLCULO**

2-1. REGISTRO DA CADERNETA G-4

a. A caderneta de nivelamento G-4 é empregada no registro de todas as observações de campo (leituras das miras, indicações da situação das RN e outros esclarecimentos), permitindo, ainda, o cálculo dos desniveis de cada seção.

b. Para facilitar a organização do arquivo técnico, deve-se usar uma caderneta para ida e outra para volta, e, se possível, de tal modo que o registro de cada seção, na caderneta de volta, seja feita nas mesmas páginas que o da caderneta de ida. O local e posição da RN e croqui deve ser indicado na caderneta de ida, salvo se o espaço para isso destinado não for suficiente; então utilizar-se-á o da caderneta de volta correspondente.

c. A caderneta G-4 deve ser preenchida de acordo com o exemplo aqui anexado.

d. Nas indicações sobre o estado do tempo há duas circunstâncias que merecem registro: a visibilidade e a força do vento. Para isso combinam-se as abreviaturas B (bom), R (regular) e N (nublado), que informam quanto à iluminação da mira, com as VF (vento forte), VM (vento moderado) e C (calmo), que informam quanto à estabilidade da mira e do nível.

e. Na primeira coluna da caderneta lançam-se os números das estações do nível. Para a primeira e última estação da seção indicam-se as miras que pousaram sobre as RN iniciais e finais.

f. Nas terceiras e quartas colunas registram-se as leituras dos dois fios stadimétricos e a soma entre elas. A semi-soma das leituras stadimétricas, ré + ré, vante + vante, quando estas são feitas com o nível calado, admite controle com as leituras do fio nivelador (graduação esquerda das miras ré-e-vante, 6ª e 7ª colunas).

g. Ao fazer a leitura correspondente ao fio nivelador, o operador deve anunciar, antes de ler o micrômetro, a rigorosa calagem da bolha do nível, dizendo "nível cala-

do" ao que o registrador fará o sinal "V" notado nas folhas de exemplo. Dessa forma o registrador colabora na prevenção de um descuido do operador. No caso de níveis automáticos, não será necessária esta recomendação.

**h.** A diferença entre as leituras correspondentes ao fio nivelador nas duas graduações da mira, é lançada como elemento essencial de controle, nas colunas 6 e 7. Nas condições normais de trabalho a discrepância em relação à constante da mira não deve exceder meio milímetro, admitindo-se com miras Wild, centimétricas, diferenças entre 301,50 e 301,60 e com as Zeiss ou Wild de meio centímetro, diferenças entre 592,40 e 592,60.

## 2-2. CÁLCULO DA CADERNETA G-4

**a.** Nas colunas 2 e 5 são lançadas as distâncias a ré e a vante obtidas pelas diferenças das leituras estadimétricas (ré-ré, vante-vante). A soma das distâncias a ré e a vante é o comprimento do lance. O comprimento da seção (R), representado em quilômetros (aproximação até metros), resulta do somatório das duas somas parciais, ré e vante (caso das miras centimétricas) ou da média delas (miras de meio em meio centímetro). Levar em conta a constante aditiva do instrumento, se for o caso.

**b.** No cálculo do desnível lançado na coluna 8, toma-se sempre "ré menos vante" (coluna 6 e 7) adotando-se, no caso do desnível negativo, o complemento para 1.000 unidades, fato que se indica com a cruzeta à margem, como se observa na figura 2-1. No fim de cada página subtraem-se os milhares emprestados anteriormente, surgindo um  $(\Delta_H)$  correspondente aos lances até aí medidos, cujo valor pode ser controlado pela diferença entre os somatórios das leituras, ré e vante do fio nivelador.

(1) As somas das colunas são transportadas para a folha seguinte, acumulando-se até o fim da seção. A soma da oitava coluna é transportada sem desconto dos milhares de empréstimo.

(2) No fim da seção o  $(\Delta_H)$  representa a diferença de nível da seção, tomadas em duplas unidades da mira, uma vez que todos os desníveis foram computados em duplicata. Se a mira é centimétrica o  $\Delta_H$  final obtém-se tomando metade do  $(\Delta_H)$ ; se, de meios centímetros, tomando-se a quarta parte.

(3) No fim de cada seção registram-se os valores  $\Delta_H$  obtidos na ida e na volta, apurando-se a discrepância  $\rho = V - I$ , que é o elemento de controle da medição da seção. Para se obter o conveniente sinal de " $\rho$ " efetua-se a soma algébrica dos desníveis de ida e de volta, tomando-se o resultado, que é o valor de  $\rho$ , com o sinal trocado. Assim, no exemplo, sendo o desnível da ida -17,1262 e o de volta +17,1274 a soma algébrica dos desníveis será +0,0012. Trocando-se o sinal do resultado, virá

$\varrho = -0,0012$ . Finalmente é lançado o  $\Delta H$  médio, como no exemplo.

(4) As diferenças de nível e as altitudes são apuradas até décimos de milímetros.

## ARTIGO II

### DADOS COMPLEMENTARES

#### 2-3. INFORMAÇÕES A REGISTRAR NA CADERNETA G-4

a. Registrar as informações necessárias para a localização das RN, bem como o croqui planimétrico em perfil no verso das folhas da caderneta G-4, de acordo com o exemplo.

b. Os esclarecimentos relativos às RN do percurso e as circunstâncias especiais, como interrupções a meio de seção, passagem por RN de outra instituição, irradiação, sinais de possível abalo da referência, etc, devem ser cuidadosamente referidos, no espaço indicado OBSERVAÇÕES (ver exemplo), a fim de não deixarem qualquer dúvida aos operadores de gabinete que manusearem as cadernetas, razão porque as informações não devem ser demasiadamente lacônicas.

c. As indicações da situação das RN são lançadas nos espaços "LOCAL E POSIÇÃO QUILOMÉTRICA DA RN E CROQUI". Caso esses espaços sejam insuficientes, utilizar o espaço correspondente das folhas seguintes, tendo-se, entretanto, o cuidado de indicar o número da página onde tais esclarecimentos continuam. Assim, supondo, por exemplo, que o espaço da página 3, não foi suficiente e que continuou no espaço da página 5, o operador escreverá "continua na página 5".

d. Nas indicações da situação das RN, o operador deve ter em mente que seus esclarecimentos servirão de guia, futuramente, a outros operadores, que necessitarão identificar, com segurança, as referências instaladas. Quando a RN se encontra no interior ou muito próxima de uma localidade, embora de pouca importância, tal circunstância não deve ser omitida.

e. A situação da RN em relação ao eixo da estrada percorrida deve ser indicada como à direita ou à esquerda, tomando-se como referência o sentido do percurso da ida. Do mesmo modo, dir-se-á, em relação a uma ponte, se a RN está engastada à entrada ou à saída da ponte. No croqui do plano horizontal deve-se indicar, com uma seta paralela à estrada, qual o sentido de ida do nivelamento. Convém orientar o croqui de modo que o sentido da ida apareça de baixo para cima, ou da esquerda para a direita.

f. A situação da RN em relação à estrada percorrida, assim como em relação às localidades ou pontos importantes sob o aspecto de orientação, deve, sempre que possível, ser indicada pelas distâncias respectivas. Exemplo "Pilar a 3,5 m à esquerda da estrada principal e a 5 m aquém do cruzamento com a estrada para Pedra". Quando a rodovia possui marcos quilométricos é indispensável referir as RN a essa quilometragem (mesmo quando crescente em sentido contrário ao do percurso ida do nivelamento), indicando por exemplo: "Bueiro, a esquerda, no km 54,32 da rodovia Federal". No caso de não haver marcos quilométricos, pode-se deduzir distâncias pelo nivelamento, mas nesse caso, a indicação será por exemplo: "8,3 km, além do Posto Fiscal de Santa Cecília", e não, 8,3 km, além de Santa Cecília". A indicação, "km 54,32", deve ser reservada exclusivamente ao caso de referências aos marcos quilométricos.

g. No croqui planimétrico, representar os detalhes importantes e próximos da RN, usando-se para isso as convenções cartográficas.

h. No croqui em perfil representar o contorno dos objetos (monumentos, plataformas, edifícios, pilares, etc.) onde são engastadas as marcas das RN, indicando a situação das referidas marcas em relação a esses objetos, com clareza e exatidão.



RN 42 - 30 a RN 35

Ponto visado Mira Estação	Dist. Ré	Leituras Estadimétricas		Dist. Vante	Fio Nivelador		Desnível R - V	
		Ré	Vante		Ré	Vante		
Transp.								
RN 42-30		7,62	50,01		62,26	486,50	575,76	+
923	27,9	4,83	47,29	27,2	654,76	1079,00	575,76	+
1		12,45	97,30		592,50	592,50		
		8,09	42,02		67,85	406,50	661,35	+
	26,1	5,48	39,28	27,4	660,35	999,00	661,35	+
2		13,57	81,30		592,50	592,50		
		9,33	56,12		52,00	520,20	531,80	+
	82,6	1,07	47,92	82,0	644,50	1112,70	531,80	+
3		10,40	104,04		592,50	592,50		
		44,72	27,09		417,12	240,23	176,89	
	60,2	38,70	20,96	61,3	1009,62	832,73	176,89	
4		83,42	48,05		592,50	592,50		
		18,99	62,60		159,35	595,20	564,15	+
	61,1	12,88	56,47	61,0	751,85	1187,70	564,15	+
5		31,87	119,07		592,50	592,50		
		12,42	46,57		85,50	427,62	65,88	+
	77,4	4,68	38,96	76,1	678,00	1020,12	657,88	+
6		17,10	85,53		592,50	592,50		
		16,18	51,06		111,24	459,34	651,90	+
	101,1	6,07	40,81	102,5	703,74	1051,84	651,90	+
7		22,25	91,87		592,50	592,50		
		11,96	48,56		79,00	445,00	634,00	+
	81,2	3,84	40,44	81,2	671,50	1037,50	634,00	+
8		15,80	89,00		592,50	592,50		
		21,68	54,85		155,86	487,05	668,81	+
	121,9	9,49	42,56	122,9	748,36	1079,55	668,81	+
9		31,17	97,41		592,50	592,50		
924		14,88	48,15		101,92	435,02	666,90	+
	93,8	5,50	38,06	92,9	694,42	1027,52	666,90	+
10		20,38	87,01		592,50	592,50		
	733,3	A transportar		734,5	8509,20	14930,32	11578,88	
	R=			(ΔH)=-6421,12			18000,00	
					(ΔH)=		- 6421,12	
					ΔH=			
Calculador: _____								

Figura 2-1. Registro na Caderneta G-4 (IDA)

Ide 31ª Seção Nível: Zeiss III nº 4335	RN 42 - 30 a RN 3 S Miras: Invar Zeiss ns. 923 a 924
Oper.: Sgt R.F. Regist.: Sgt. C.S.	Data: 4/1/949 hora: 7h 10m Tempo: 8/VM Temper.....
OBSERVAÇÕES	
RN 42 . 30 - Ver caderneta nº           pág	
RN . 3S - Pilastra do C.N.G.	
Volte cad. 01199	
Local e posição quilométrica da RN 65 . 10 e Croqui	
Pilastra do CNG RN 3S, situada no povoado de "Rocinha" distrito de Turvo, a 2.80m da margem esquerda do trecho da estrada Rocinha - Turvo, em terreno de propriedade do Sr. José Manuel.  (Continua na pág 11)	
PLANO	ELEVAÇÃO
<p>The plan view diagram shows a road layout. At the top, there is a wavy line labeled 'AÇUDE'. Below it, a horizontal line represents the road, with 'RN' at the left end and 'TURVO' at the right end. Two small squares with dots inside are positioned above the road line. Below the road line, there are two larger rectangular areas: one on the left labeled 'RESIDÊNCIA' with an arrow pointing to it, and one on the right labeled 'SERRARIA' with an arrow pointing to it. The area between the road and the buildings is labeled 'ROCINHA'.</p>	<p>The elevation view diagram shows a 3D rectangular block with a circular top. The block is positioned on a ground surface, which is indicated by a wavy line. Dashed vertical lines extend from the corners of the block down to the ground surface, showing its vertical alignment.</p>

Ida  $\Delta H =$   
 Volta  $\Delta H =$   
 V - I  $\rho$  \_\_\_\_\_

$\Delta H =$

Figura 2-2. Informações a registrar na Caderneta G-4 (IDA)



31ª Seção Ida Nível: Zeiss III nº 4335	RN 42 - 30 a RN 3 S Miras: Invar Zeiss nº 923 e 924
Oper.: Sgt. R.F. Regist.: Sgt C.S.	Data: 4/1/949 Hora: 9h10min Tempo: B/VM Temper .....
OBSERVAÇÕES	
$\Delta = \pm 4\text{mm} \sqrt{K} = \pm 4,04\text{mm}$	
$P = -1,2\text{mm}$	
Local e posição quilométrica da RN 3 S e Croqui	
( Continuação da página 9 )	
de Souza, na frente de sua residência, 40m à esquerda de uma	
serraria de sua propriedade e a 5,4 Km além da igreja de	
"Timbé", junto ao açude do seu moinho.	
PLANO	ELEVAÇÃO

Ida  $\Delta H = -17,1262\text{m}$  $\Delta H = -17,1268\text{m}$ Volta  $\Delta H = +17,1274\text{m}$ V - I  $P = -0,0012\text{m}$ 

Figura 2-4. Informações a registrar na Caderneta G-4(IDA)



31ª Seção Nível Zeiss III nº 4335	RN 3 S a RN - 30 Miras: Invar Zeiss nº 923 e 924
Oper: Sgt R.F. Regist.: Sgt C.S.	Data : 4/1/949 Hora 17h10min Tempo: 8/VM Temper.....
<b>OBSERVAÇÕES</b>	
RN 42 . 30 - Ver caderneta nº      pág	
Ida cad. 01198	
Local e posição quilométrica da RN 65.18 e Croqui	
Ver caderneta correspondente 1198 de ida	
<b>PLANO</b>	<b>ELEVAÇÃO</b>

Ida  $\Delta H =$  \_\_\_\_\_  
 Volta  $\Delta H =$  \_\_\_\_\_  
 $V - I \rho =$  \_\_\_\_\_  
 $\Delta H =$  \_\_\_\_\_

Figura 2 - 6. Informações a registrar na Caderneta G-4(VOLTA)







**CAPÍTULO 3**  
**DETERMINAÇÃO DAS ALTITUDES PROVISÓRIAS**  
**ARTIGO I**  
**CÁLCULO DO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO**

**3-1. FORMULÁRIO**

- a.** O formulário G-450 deve ser preenchido de acordo com o exemplo aqui anexado (Fig. 3.1).
- b.** A linha deve ser indicada pelo seu número e pelos nomes das localidades extremas, assim por exemplo, L-46 Porto Alegre—São Leopoldo.
- c.** O comprimento R das seções é lançado na 2ª coluna, em quilômetros com aproximação até metros, representando a média dos comprimentos encontrados na ida e na volta.
- d.** As temperaturas indicadas nas 3ª e 4ª colunas são as médias das observadas durante a ida e a volta da seção, tomadas em graus redondos. A necessidade desse registro é eventual.
- e.** As diferenças de nível, ida e volta, são lançadas nas colunas 5 e 6, em metros e até décimos de milímetros. O sinal que importa é o da ida, pelo que se dispensa a indicação do sinal contrário, de volta.
- f.** As discrepâncias entre os desníveis de ida e volta, na mesma seção  $\rho = V - I$  são obtidas e lançadas na coluna 7. Para se obter o conveniente sinal de " $\rho$ ", efetua-se, como vimos pela soma algébrica dos desníveis de ida e de volta, tomando-se o resultado que é o valor de  $\rho$  com o sinal trocado. A anotação das discrepâncias, com seu sinal, permite que logo se note qualquer tendência sistemática acentuada. Daí a importância de se apurar cuidadosamente o verdadeiro sinal da discrepância no sentido V - I adotado. A discrepância acumulada calcula-se dentro da linha, a partir da primeira de suas seções. Na coluna 8 são registradas as tolerâncias para cada seção.
- g.** As médias das diferenças de nível, ida e volta, e as altitudes transportadas são, respectivamente, registradas nas duas últimas colunas, apuradas até décimo de milímetro.

**h.** Neste formulário, a soma da coluna de diferença de nível deve ser executada por página, pois isto controla o transporte de altitudes, já que corresponde à diferença entre as últimas altitudes da página considerada e da anterior.

**i.** Para facilitar a organização do arquivo técnico, as irradiações devem ser lançadas em formulário G-450 à parte.

## **ARTIGO II**

### **RELAÇÃO DE ALTITUDES DE PRECISÃO**

#### **3-2. REGISTRO**

**a.** No formulário G-403 são registradas a indicação do local e as posições quilométricas das RN, assim como as altitudes provisórias (ou compensadas), de acordo com o exemplo anexado a seguir (Fig. 3-2 e 3-3).

**b.** A situação da RN, em relação ao eixo da estrada percorrida, assim como as localidades e pontos importantes, obedece aos mesmos critérios adotados no registro dos dados complementares da Caderneta G-4.



NIVELAMENTO GEOMÉTRICO  
ALTITUDES PROVISÓRIAS

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO - DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO

G - 450

LINHA: L - 46		NÍVEL: ZEISS III		ESTADO: Rio Grande do Sul					
TRECHO: P.A - S. LEOPOLDO		MIRAS: ZEISS 913 e 924		CADERNETA: 1198 e 1199					
RN	DISTÂNCIA ENTRE AS RN R(Km)	TEMPERATURA MÉDIA		DIFERENÇA DE NÍVEL (m)		V-I p(mm)	TOLERÂNCIA $4mm \sqrt{R}$	DIFERENÇA DE NÍVEL (MÉDIA) (m)	ALTITUDE PROVISÓRIA (m)
		IDA	VOLTA	IDA	VOLTA				
RN 49-114									7,0508
	2,020			-4,7710	+4,7685	+2,5	5,7	-4,7698	
RN 46-1									2,2810
	2,423			+2,2290	-2,2270	-2,0	6,4	+2,2280	
RN 46-2									4,5090
	3,565			+4,9625	-4,9665	+4,0	7,6	+4,9645	
RN 46-3									9,4735
	2,492			-1,5910	+1,5965	-5,5	6,3	-1,5938	
RN 46-4									7,8797
	2,379			+0,0830	-0,0825	-0,5	6,2	+0,0828	
RN 46-5									7,9625
	3,009			+0,6040	-0,5975	-6,5	6,9	+0,6008	
RN 46-6									8,5633
	3,177			+21,2760	-21,2725	-3,5	7,1	+21,2742	
RN 46-7									29,8375
	2,986			+18,8400	-18,8340	-6,0	6,9	+18,8370	
RN 46-8									48,6745

Rubrica do executante

Local e data

Rubrica do responsável

Figura 3 -1. Formulário G - 450



## LISTA DE ALTITUDES DE PRECISÃO

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO - DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO

G - 403

MATRÍCULA DA RM		DISTÂNCIA ENTRE AS RM R(Km)	LOCAL E POSIÇÃO QUILOMÉTRICA DA RM	ALTITUDE	OBS.
ANTIGO	ATUAL				
LINHA: I - 46      ESTADO: Rio Grande do Sul TRECHO: PORTO ALEGRE - S. LEOPOLDO					
RN 85	RN 49		NA LINHA DE TIRO, NO BAIRRO DE SÃO JOÃO, EM PORTO ALEGRE	7,0508	
1	114	2,020			
RN 85	RN 46		BUEIRO À DIREITA - Km 383,000	2,2810	
2	1	2,423			
RN 85	RN 46		PONTE SOBRE O RIO GRAVATAÍ, NO MURO DE SUSTENTAÇÃO E À DIREITA	4,5090	
3	2	3,565			
RN 85	RN 46		PONTILHÃO SOBRE O ARROIO ARAÇÁ À DIREITA E À SAÍDA Km 375,430	9,4735	
4	3	2,492			
RN 85	RN 46		BUEIRO À DIREITA	7,8797	
5	4	2,379			

\_\_\_\_\_  
Rubrica do executante\_\_\_\_\_  
Local e data\_\_\_\_\_  
Rubrica do responsável

Figura 3 -2. Formulário G - 403



## LISTA DE ALTITUDES DE PRECISÃO

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO - DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO

G - 403

MATRÍCULA DA RM		DISTÂNCIA ENTRE AS RM R(Km)	LOCAL E POSIÇÃO QUILOMÉTRICA DA RM	ALTITUDE	OBS.
ANTIGO	ATUAL				
LINHA: 1 - 46                      ESTADO: RIO GRANDE DO SUL					
TRECHO: PORTO ALEGRE - S. LEOPOLDO					
RN - 85	RN - 46		PONTILHÃO, À DIREITA E À ESQUERDA KM 368,500	7,9823	
6	5	3,089			
RN - 85	RN - 46		BUEIRO, À DIREITA KM 365,500	8,5633	
7	6	3,177			
RN - 85	RN - 46		ESTAÇÃO DE SAPUCAIA, NA PLATAFORMA	29,8375	
8	7	2,986			
RN - 85	RN - 46		BUEIRO, À DIREITA KM 359,280	48,6745	
9	8	2,879			
_____ Rubrica do executante		_____ Local e data		_____ Rubrica do responsável	

Figura 3-3. Formulário G - 403



**CAPÍTULO 4**  
**CORREÇÃO ORTOMÉTRICA**  
**ARTIGO I**  
**GENERALIDADES**

4-1. DEFINIÇÃO

a. Correção ortométrica é a variação de altitude entre dois pontos (tomada com sinal contrário), referidos à mesma superfície de nível, decorrente da variação da intensidade da gravidade entre eles (inversamente proporcional).

4-2. GENERALIDADES

a. Como a intensidade da gravidade é crescente do Equador para os pólos, conclui-se que as alturas entre superfícies equipotenciais diminuem (Fig. 4-1):

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{h_2}{h_1} \quad ;$$

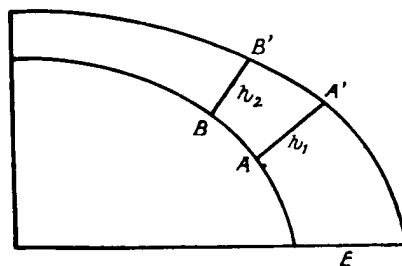


Figura 4-1. Alturas entre superfícies equipotenciais

Considerando-se os pontos A e B infinitamente próximos um do outro, diferenciando-se a expressão anterior, fazendo  $d h$  = à correção ortométrica e substituindo-se  $g$  na fórmula internacional da gravidade, tem-se:

$$C_o = C' H_m \Delta \varphi';$$

$$C_o = C_{km} H_m \Delta \varphi_{km}$$

Essas expressões são tabeladas (raio de curvatura meridiana  $M = 6.340$  km para uma latitude média de 15%).

**b.** No sul do Brasil, numa latitude de 33° sul (ver Tabela III, § 4-8), a correção ortométrica, num trecho de altitude média da ordem de 1.000 m, seria de 1,4 mm para diferença de latitude de 1 minuto, e de 0,08 mm para diferença de latitude de 1 quilômetro. Nesses dois casos, um erro de 10 m na avaliação da altitude média acarretará, respectivamente, erros de 0,014 mm e 0,008 mm nas correções calculadas. Como os cálculos de nivelamento de alta precisão devem ser levados ao décimo do milímetro, verifica-se que as diferenças de latitude devem, em regra, ser apuradas até décimos de minutos, ou até hectômetros, enquanto que a altitude média do trecho pode ser tomada em decâmetros, isto é, até centésimos de quilômetro.

**c.** A origem das correções ortométricas é o próprio **datum** da rede de nivelamento. Ao longo do paralelo desse **datum** as altitudes medidas pelo nivelamento não sofrerão correção, mas fora dele, para o norte ou para o sul, haverá sempre uma correção a introduzir, proporcional ao afastamento e à altitude média do percurso. Seria completamente errôneo supor que, numa rede de nivelamento, ligada a vários marégrafos, houvesse possibilidade de introduzir correções ortométricas a partir de qualquer outro marégrafo que não fosse o fundamental.

## ARTIGO II

### CÁLCULO DA CORREÇÃO ORTOMÉTRICA

#### 4-3. PRESCRIÇÕES DIVERSAS

- a.** A correção ortométrica deve ser calculada para cada seção.
- b.** Preliminarmente, é necessário determinar a latitude de cada RN e calcular a altitude média de cada seção.



c. As latitudes podem ser obtidas locando-se as linhas de nivelamento no melhor mapa disponível. Quando não se dispõe de um bom mapa a locação das RN ao longo das estradas, entre duas localidades, exige trabalho paciente de compensação das discrepâncias encontradas na quilometragem. Após a locação, deduzem-se da carta as latitudes de todas as RN, apurando-se até décimos de minuto. Se a carta apresenta quadriculagem quilométrica, torna-se mais prático medir as diferenças das abscissas (no sentido dos meridianos) das RN, levá-las à segunda fórmula (§ 4-2); mas, nesse caso, é também necessário anotar as latitudes médias que servirão de argumento para entrada na Tabela III, latitudes essas que podem ser obtidas, com a aproximação de uma dezena de minutos.

d. A altitude média de cada seção deveria ser tomada, teoricamente, como resultado da média das altitudes de todas as estações do nível. Na prática, porém, dada a ordem de grandeza da correção ortométrica, torna-se suficiente a altitude média dentro de 10 metros, o que permite simplificação na maneira de apurá-la.

e. As altitudes médias das seções são deduzidas da simples média entre as altitudes das duas referências extremas de cada seção.

f. É claro que basta fazer isto no nivelamento de ida (ou no de volta). E quando a seção se desenvolve na direção este-oeste pode-se prescindir da altitude média, porque a não variação de latitude anula a correção.

#### 4-4. FORMULÁRIO G-451

a. A correção ortométrica é calculada no formulário G-451 de acordo com o exemplo aqui anexado (Fig. 4-2).

b. Na coluna 6, surge em milímetros a correção por seção que é o produto das três colunas anteriores, isto é, diferença de latitude (minutos e décimos), altitude média (em quilômetros e até decâmetros) e o fator "C" (tabela III, § 4-8).

### ARTIGO III

#### DETERMINAÇÃO DAS ALTITUDES CORRIGIDAS DA CORREÇÃO ORTOMÉTRICA

#### 4-5. FORMULÁRIOS G-450, G-451

a. Os desníveis consignados no formulário G-450 são valores brutos resultantes, exclusivamente, das médias entre as medidas ida e volta das seções. Antes de se cogitar da compensação geral da rede é mister introduzir nesses desníveis as correções ortométricas e instrumentais.



NIVELAMENTO GEOMÉTRICO  
ALTITUDES PROVISÓRIAS CORRIGIDAS

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO - DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO

G - 451

LINHA: L 46		TRECHO: PALEGRE - S. LEOPOLDO				ESTADO: R. G. S.		
CÁLCULO DA CORREÇÃO ORTOMÉTRICA $C_o = -C' H_m \Delta\phi$						ALTITUDES CORRIGIDAS		
						DIFERENÇA DE NÍVEL	DESNÍVEL CORRIGIDO	ALTITUDE CORRIGIDA
RN	$\phi$ (Km)	$\Delta\phi$	Hm (Km)	-C	$C_o$ (mm)	$\Delta H$ (m)	$\Delta H + C_{o(m)}$	$H_{(m)}$
RN49-114	-2959,0							7,0508
		+0,2	0,01	+1,33	0,00	-4,7698	-4,7698	
RN46 - 1	-2958,8							2,2810
		+0,9	0,00	+1,33	0,00	+2,2280	+2,2280	
RN 46 - 2	-2957-9							4,5090
		+2,4	0,01	+1,33	+0,03	+4,9645	+4,9645	
RN46 - 3	-2955-5							9,4735
		+2,5	0,01	+1,33	+0,03	-1,5938	-1,5938	
RN46 - 4	-2953,0							7,8797
		+2,2	0,01	+1,33	+0,03	+ 0,0828	+0,0828	
RN46 - 5	-2950,8							7,9625
		+1,0	0,01	+1,33	+0,01	+0,6008	+0,6008	
RN46 - 6	-2949,8							8,5633
		+1,6	0,02	+1,33	+0,05	+21,2742	+21,2743	
RN46 - 7	-2948,2							29,8376
		+1,3	0,04	+1,33	+0,07	+18,8370	+18,8371	
RN46 - 8	-2946-9							48,6747
		+1,7	0,03	+1,33	+0,07	-40,5718	-40,5717	
RN46 - 9								8,1030

Rubrica do executante

Local e data

Rubrica do responsável

Figura 4-2. Formulário G - 451

b. As altitudes provisórias que surgem no formulário G-403 representam apenas uma primeira aproximação, já de grande utilidade para diversos fins.

c. Para introdução das correções ortométricas, usa-se o formulário G-451.

d. Na 2ª coluna do formulário G-451, lançam-se as diferenças de nível tiradas do formulário G-450 e na 3ª coluna lançam-se as correções ortométricas retiradas do formulário G-451 (em metros até décimos de milímetros). A soma algébrica dessas duas colunas é o desnível corrigido. Finalmente, tem-se as altitudes corrigidas lançadas na 5ª coluna.

#### ARTIGO IV

#### TABELAS PARA O CÁLCULO DA CORREÇÃO ORTOMÉTRICA

4-6. TABELA I - CORREÇÃO DE ESFERICIDADE E REFRAÇÃO  
(ABAIXAMENTO TOTAL)

Para ser usada na retificação do nível e, eventualmente, nos lances de acentuação de desequilíbrio no comprimento das duas visadas. Entrando-se com o S em metros obtém-se a correção em milímetros.

S	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
	0,0	0,01	0,03	0,06	0,11	0,17	0,25	0,34	0,44	0,55
100	0,7	0,9	1,0	1,2	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5
200	2,7	3,0	3,3	3,6	3,9	4,3	4,6	5,0	5,4	5,8
300	6,2	6,6	7,0	7,4	7,9	8,4	8,9	9,4	9,9	10,4
400	10,9	11,5	12,1	12,6	13,2	13,9	14,5	15,1	15,8	16,4
500	17,1	17,8	18,5	19,2	19,9	20,7	21,5	22,2	23,0	23,8
600	24,6	25,5	26,3	27,1	28,0	28,9	29,8	30,7	31,6	32,6
700	33,5	34,5	35,5	36,5	37,5	38,5	39,5	40,6	41,6	42,7
800	43,8	44,9	46,0	47,1	48,3	49,4	50,6	51,8	53,8	54,2
900	55,4	56,6	57,9	59,2	60,4	61,7	63,0	64,4	65,7	67,0
1000	68,4	69,8	71,2	72,6	74,0	75,4	76,9	78,3	79,8	81,3
Coeficiente 4 K = 0,13      Correção $qs^2 = 684 s^2 10^{-7}$										

4-7. TABELA II - TOLERÂNCIA NA DISCREPÂNCIA V - I

PARA 1ª E 2ª ORDENS

R km	$4\sqrt{R}$ mm	$8,4\sqrt{R}$ mm	R Km	$4\sqrt{R}$ mm	$8,4\sqrt{R}$ mm
0,5	2,8	5,9	2,6	6,5	13,5
0,6	3,1	6,5	2,8	6,7	14,1
0,7	3,3	7,0	3,0	6,9	14,5
0,8	3,6	7,5	3,2	7,2	15,0
0,9	3,8	8,0	3,4	7,4	15,5
1,0	4,0	8,4	3,6	7,6	15,9
1,2	4,4	9,2	3,8	7,8	16,4
1,4	4,7	9,9	4,0	8,0	16,8
1,6	5,1	10,6	4,2	8,2	17,2
1,8	5,4	11,3	4,4	8,4	17,6
2,0	5,7	11,9	4,6	8,6	18,0
2,2	5,9	12,5	4,8	8,8	18,4
2,4	6,2	13,0	5,0	8,9	18,8

4-8. TABELA III - CORREÇÃO ORTOMÉTRICA

$$C_o = - 0,00529 \operatorname{sen}^2 \varphi_m H_m \Delta \varphi$$

Tomando em minutos

$$C_o = - c' H_m \Delta \varphi$$

$$c' = \frac{0,00529}{3438} \operatorname{sen}^2 \varphi_m =$$

$$= 1,54 \cdot 10^{-6} \operatorname{sen}^2 \varphi_m$$

Tomando em quilômetros

$$C_o = - c_{km} H_m \Delta \varphi \text{ (km)}$$

$$c_{km} = \frac{0,00529}{6340} \operatorname{sen}^2 \varphi_m =$$

$$= 0,834 \cdot 10^{-6} \operatorname{sen}^2 \varphi_m$$

$\varphi_m$	$c'$	$\varphi_m$	$c'$	$\varphi_m$	$c_{km}$	$\varphi_m$	$c_{km}$
0°	0,00	20	0,99	0°	0,00	20	0,53
1	0,05	21	1,08	1	0,03	21	0,56
2	0,11	22	1,07	2	0,06	22	0,58
3	0,16	23	1,10	3	0,09	23	0,60
4	0,21	24	1,14	4	0,12	24	0,62
5	0,27	25	1,18	5	0,14	25	0,64
6	0,32	26	1,21	6	0,17	26	0,66
7	0,37	27	1,24	7	0,20	27	0,67
8	0,42	28	1,27	8	0,23	28	0,69
9	0,47	29	1,30	9	0,26	29	0,71
10	0,52	30	1,33	10	0,28	30	0,72
11	0,57	31	1,36	11	0,31	31	0,73
12	0,62	32	1,38	12	0,34	32	0,75
13	0,67	33	1,40	13	0,36	33	0,76
14	0,72	34	1,42	14	0,39	34	0,77
15	0,77	35	1,44	15	0,42	35	0,78
16	0,81	36	1,46	16	0,44	36	0,79
17	0,86	37	1,48	17	0,46	37	0,80
18	0,90	38	1,49	18	0,49	38	0,81
19	0,94	39	1,50	19	0,51	39	0,81

**Observações**

1 - O raio de curvatura meridiana, para a latitude de 15°,  $M=6340\text{Km}$  é satisfatório.

2 - Desprezando o fator  $10^{-6}$ , a correção surge em milímetros quando a altitude média é tomada em quilômetros.

3 - O fator  $c$  toma o sinal da latitude. O sinal da diferença de latitude é positivo quando o deslocamento é de sul para norte. O sinal da correção resulta positivo, nos dois hemisférios, quando o deslocamento se dá dos polos para o equador, e negativo no caso contrário.



## **CAPÍTULO 5**

### **TRAVESSIA DE OBSTÁCULOS E NIVELAMENTO DE BASE GEODÉSICA**

#### **ARTIGO I**

#### **TRAVESSIA DE CURSO DE ÁGUA**

##### **5-1. PRINCÍPIO DO MÉTODO**

O princípio do método consiste em obtermos as leituras da mira distante reduzidas ao fio nivelador, de maneira indireta; através de leituras micrométricas, visando alvos de posições pré-conhecidas sobre a mira, por simples regra de três, podemos obter a altura do fio nivelador, cuja leitura na mira não pode ser feita, devido a distância que o observador se mantém.

##### **5-2. DESCRIÇÃO DO MÉTODO**

**a.** Cada mira é dotada de 2 visores, de modo que se torna simples fixar um acima e outro abaixo da graduação correspondente à visada horizontal do nível. As leituras do instrumento são obtidas atuando-se sobre o parafuso micrométrico basculante e anotando as graduações desse parafuso. Lê-se a graduação do parafuso nas três seguintes posições:

- (1) com o fio nivelador, bissecionando o visor superior;
- (2) com a bolha do nível rigorosamente calada;
- (3) com o fio nivelador, bissecionando o visor inferior.

**b.** Conhecidas as graduações da mira correspondente aos 2 visores, deduz-se, por simples regra de três, a graduação correspondente à visada horizontal. Por comodidade, os visores devem ser fixados em graduações redondas da mira e o afastamento entre eles, mesmo nas miras de mais largas travessias, não deve exceder um metro.

**c.** O método de observação exige 2 operadores, 2 níveis e 2 miras com alvos e transeptores. Numa e noutra margem constroem-se as RN que balizarão a travessia, situando-as de modo a permitir as necessárias visadas recíprocas horizontais. Sobre

as  $N$  instalam-se as miras munidas de visores. Os níveis devem, teóricamente, ficar situados em posição tal que formem com as miras um paralelogramo, ou um quadrilátero cruzado, de lados iguais dois a dois. O equilíbrio entre as duas distâncias grandes é muito mais importante do que entre as distâncias pequenas, devido à influência da esfericidade e da refração, cuja variação diferencial é aproximadamente proporcional à distância. A diferença entre 1.000 e 1.500 é de 8 mm. Assim sendo, deve-se procurar a melhor concordância entre os comprimentos das visadas longas que atravessam o rio. Outra causa de erro, que se manifesta proporcionalmente à discrepância entre as distâncias que deveriam ser iguais, é a possível desretificação do nível (colimação residual), que adquire, por isso, nessas travessias, particular importância, determinando a necessidade de cuidadosa retificação.

**d.** Durante o período das leituras distantes as miras devem ser estaiadas, a fim de que se conservem rigorosamente verticalizadas e imobilizadas. Frequentemente ocorrerá que um dos visores necessários às leituras distantes venha a perturbar as leituras perto, mas nesse caso ele será deslocado e depois retornará. Os estais devem estar conectados a um cabeçote que permita o giro da mira para os níveis em  $N_1$  e  $N_2$ .

**e.** Em cada estação o operador deve visar a mira próxima, situada geralmente dentro das distâncias normais de trabalho e a mira distante, situada na outra margem. Sendo a visada distante muito menos precisa, recomendam-se 25 leituras (cada **leitura** corresponde a 3 leituras, como descrito no § 5-2, para uma leitura de mira próxima. A leitura na mira próxima é normal, usando-se a placa plano-paralela, e lendo as duas graduações da mira. Isso constitui uma série. Cada operador observará 4 séries em cada estação.

**f.** É necessário que os dois operadores observem com a mesma velocidade, iniciando e terminando simultaneamente cada série, para o que manterão constante comunicação pelo rádio. Principalmente as leituras recíprocas, de uma para outra margem, devem ser realizadas dentro de um mesmo período de tempo, a fim de que haja a melhor probabilidade de eliminação da influência da refração, cuja variação se torna muito acentuada nas visadas sobre a água. Assim, na hipótese de um dos operadores terminar as suas 25 leituras antes do outro, deve prosseguir com novas leituras até que sejam trocadas as mensagens, porque a perfeita simultaneidade no início e no término das leituras recíprocas é muito mais importante do que a igualdade do número de leituras.

**g.** Horário melhor para as leituras: 10 h às 14 h 30 min (horário em que a influência da refração e esfericidade é mínima), mas como nesse horário a influência da reverberação é máxima, convém observar em dias nublados.



h. Nos instrumentos dotados de placa plano-paralela, esta não é levada em conta nas leituras da mira distante, devendo, conseqüentemente, ser mantida na posição de perpendicularismo ao eixo ótico. Se, nas leituras da mira próxima, a placa for utilizada, é preciso considerar que o micrômetro fornece leitura aumentada de meia divisão da mira, o que acarreta necessidade de subtrair essa meia divisão, para homogeneidade com leituras da mira distante.

i. Os desníveis recíprocos, série a série, podem apresentar oscilações um tanto acentuadas, mas as médias gerais do primeiro e do segundo dia devem combinar dentro da tolerância  $4 \text{ mm } \sqrt{R}$ , sendo R o comprimento das visadas longas, em quilômetros. Não se obtendo tal resultado nos dois primeiros dias, prosseguem-se as jornadas, segundo o mesmo esquema, até se conseguir a concordância exigida.

### 5-3. INSTALAÇÃO DOS VISORES NAS MIRAS

a. Operação que requer certos cuidados é, sem dúvida, a instalação dos visores (alvos) já descritos, sobre as miras de ambas as margens. Cada par de alvos deve ser colocado atendendo as duas principais exigências simultaneamente.

#### 1) Ajuste dos Alvos.

1º – Correta altura do par sobre a mira.

2º – Correto espaçamento entre o par.

#### 2) Ajuste dos níveis e alvos ao mesmo plano de referência.

Permitir a leitura para a mira próxima, sem necessidade de remover um dos alvos.

### 5-4. ESQUEMA DE OBSERVAÇÃO RECOMENDADO

Na medida do desnível entre as margens foi utilizado o seguinte esquema de observação:

#### 1º DIA

Operador A na posição N1 (lado da mira 1)

Operador B na posição N2 (lado da mira 2)

– 1 leitura na mira próxima		1ª Série	MANHÃ
– 25 leituras na mira distante			
– 25 leituras na mira distante		2ª Série	
– 1 leitura na mira próxima			

A seguir os operadores trocaram de margem levando seus níveis, porém sem mexer nos tripés, que permaneceram em suas posições originais.

- 1 leitura na mira próxima	}	3ª Série	}	TARDE
- 25 leituras na mira distante				
- 25 leituras na mira distante	}	4ª Série		
- 1 leitura na mira próxima				

**Observação:** Registrar as temperaturas do ar e da água, no início, meio e fim de cada série.

**2º DIA e 3º DIA**

Repetição do esquema anterior.

**ARTIGO II**

**EXEMPLO PRÁTICO**

**TRAVESSIA DA BAÍA DE GUANABARA POR NIVELAMENTO GEOMÉTRICO**

5-5. MISSÃO

A travessia da Baía de Guanabara, por nivelamento geométrico, teve por finalidade ligar as linhas de nivelamento de 1ª, 2ª e 3ª ordens, executadas no Rio de Janeiro, com as linhas, também de 1ª, 2ª e 3ª ordens, levadas a efeito em Niterói, para fins de projeto da ponte que ligou as duas cidades.

5-6. PRESCRIÇÕES ADOTADAS

a. Considerando que as travessias de curso de água, por nivelamento geométrico, principalmente as grandes travessias, como a da Baía de Guanabara, a maior até agora executada no Brasil, constituem problema técnico delicado, deve procurar-se, com toda técnica e cuidado, satisfazer às seguintes condições:

(1) o local escolhido para a travessia deverá ser o mais estreito possível, a fim de reduzir, ao mínimo, os erros que comumente se verificam nas visadas de longas distâncias;

(2) o quadrilátero medido deverá satisfazer às condições de máxima precisão no comprimento e paralelismo dos lados entre si, a fim de evitar o desequilíbrio das distâncias nas visadas recíprocas;

(3) as linhas de visadas recíprocas (eixo de colimação dos níveis  $N_1$  e  $N_2$ ), acima de 3 metros da superfície da água e, se possível, a altura da linha da visada horizontal em relação ao nível da água, em  $N_1$ , igual à mesma altura em  $N_2$  (na outra margem);

(4) o fio do retículo, bisetando o visor inferior da mira distante, a uma altura não inferior a 1,50 m;

(5)  $N_1$  e  $N_2$ , e  $M_1$  e  $M_2$  (posição dos níveis e das miras respectivamente) o mais próximo possível da água;

(6) o espaço entre os visores não pode ser superior a um metro, e de tal ordem, que não ultrapasse 1 (uma) volta do tambor basculante do nível, e não fique aquém de meia volta (25 divisões), permitindo um curso, aproximadamente, 2/3 de volta (35 divisões);

(7) as observações devem ser feitas nos dias em que a diferença entre a temperatura da água e do ar for a menor possível, isto se obtém nos dias frios, de sol encoberto, mas suficientemente claro a fim de não prejudicar as operações de visada e leitura;

(8) as lentes de focalização do aparelho (focalização interna e focalização do retículo), uma vez reguladas para a leitura da mira distante, não devem ser movimentadas durante toda a série de leituras.

### ARTIGO III

#### NIVELAMENTO DE BASES GEODÉSICAS

##### 5-7. NIVELAMENTO DAS BASES MEDIDAS DIRETAMENTE

Ainda que as bases geodésicas e topográficas sejam, modernamente, medidas por intermédio de equipamentos eletrônicos de determinação de distâncias de precisão, os procedimentos abaixo são empregados no nivelamento das bases medidas por meio de trenas de 25m e 50m.

a. No nivelamento de uma base geodésica ou topográfica de precisão, torna-se necessário medir os desníveis dos lances com tanto maior precisão quanto mais

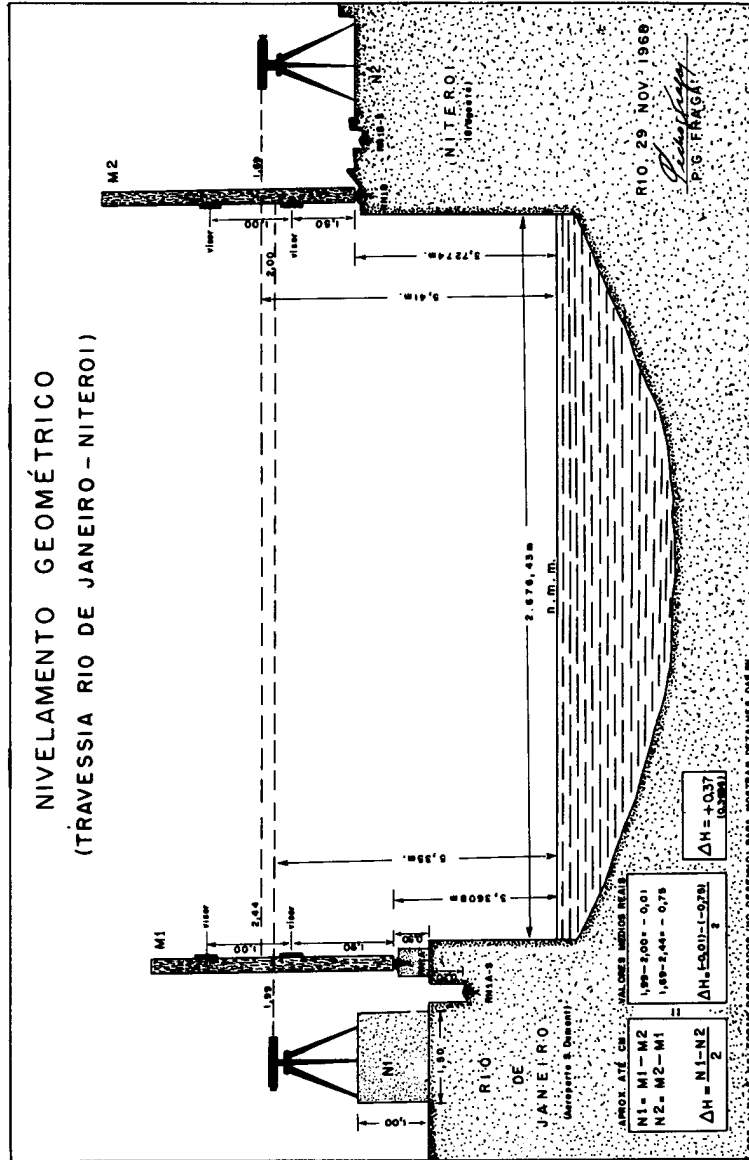
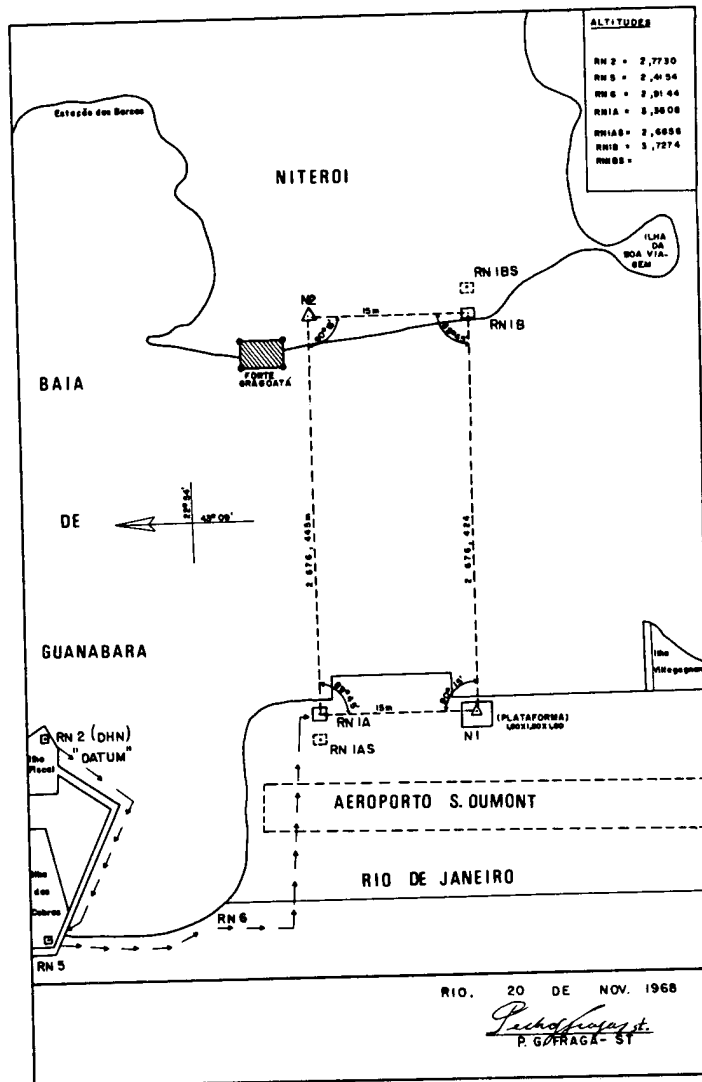


Figura 5-1. Nivelamento Geométrico (Travessia Rio de Janeiro-Niterói) (PERFIL)

**NIVELAMENTO GEOMÉTRICO**  
(TRAVESSIA R. DE JANEIRO - NITEROI)



**Figura 5-2. Nivelamento Geométrico**  
(Travessia Rio de Janeiro-Niterói)



TRAVESSIA DE NIVELAMENTO GEOMÉTRICO  
REGISTRO E CÁLCULO

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO - DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO

Travessia da RN 1A - Aeroporto Santos Dumont - GB e RN 1B - Forte de Gragoatá - NITERÓI								
LINHA SÉRIE 4* NÍVEL N3 nº 96787 MIRAS PRÓXIMA M1 (A0) DISTANTE M2 (A7)		MARGEM N1 - Aeroporto DATA 26 Nov 1968 TEMPO boa visibilidade boa		OPERADOR ST BRAGA REGISTRADOR CB LOURIVAL				
HORA	TEMPERATURA	VISADA NA MIRA PRÓXIMA	POSIÇÃO DOS VISORES NA MIRA DISTANTE		ESPAÇO ENTRE OS CENTROS DOS VISORES	LEITURAS MICROMÉTRICAS DO PARAFUSO BASCULANTE		
			SUPERIOR	INFERIOR		VISOR SUP	FIO NIV (bolha colada)	VISOR INF
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
12,27	24,5(ar)	198,85	2.5000	1.5000	1.0000	47,5	28,2	13,5
	20,4(ag)	500,40				48,0	28,0	14,2
		301,55				49,0	29,2	13,5
						48,0	24,2	13,0
						46,5	28,5	12,2
						47,0	28,2	12,0
		190,5				47,0	27,2	12,5
		205,5				47,0	27,6	12,0
		15,0				46,2	27,5	12,5
	24,4(ar)					47,0	27,2	13,0
	20,5(ag)					48,0	27,0	12,0
						46,8	27,8	11,8
						48,0	27,0	12,8
						47,7	27,5	12,5
						47,5	27,8	12,2
						47,0	27,5	12,5
						48,0	28,0	13,8
						48,2	27,8	13,5
						47,0	27,0	12,3
						46,8	27,5	12,5
						46,2	27,0	12,5
						47,5	27,5	12,5
						47,0	27,5	13,5
12,45	24,5(ar)	198,85				47,5	27,5	12,0
	20,0(ag)	500,40				48,0	27,5	12,2
		301,55				48,0	27,5	13,5
SOMA DAS COLUNAS (6) (7) e (8)						1232,4	720,0	330,5
LEITURAS MÉDIAS						(9) 47,40	(10) 27,70	(11) 12,71
DIFERENÇA DAS LEITURAS MICROMÉTRICAS SUPERIOR - INFERIOR						(9) - (11)		34,89
DIFERENÇA DAS LEITURAS MICROMÉTRICAS NIVELADOR - INFERIOR						(10) - (11)		14,99
DISTÂNCIA CORRESPONDENTE NA MIRA DA DIFERENÇA NIVELADOR - INFERIOR						R.		0,4321
X = ((10) - 11) x (5) : (9-11)								
POSIÇÃO DO VISOR INFERIOR.....						(4)		1,5000
VISADA LONGA em m4 : x.....						Y		1,9321
VISADA NA MIRA PRÓXIMA MÉDIA 198,85 - 0,50 (placas p. paral.)						(2)		1,9835
DESNÍVEL DA SÉRIE ΔH = (2) - Y								+0,0514
DATA 26 Nov. 68						Calculador.....		

Figura 5 - 3. Registro e Cálculo - Travessia de Nivelamento Geométrico ( Rio de Janeiro -Niterói)



### NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

TRAVESSIA RIO DE JANEIRO - NITERÓI

ESTUDO COMPARATIVO DOS RESULTADOS DAS MEDIDAS SIMULTÂNEAS EM AMBAS AS MARGENS

Dia	Série	FRAGA		DARCI		Horário		Temperaturas Médias		$\frac{\Delta H}{2}$ (M1 - M2)(M2-M1)
		Aeroporto M1 - M2	Gragoatá M2 - M1	Início	Término	Ar	Água			
		S.Exp	1ª	-0,1570	-0,8797	11:45	12:20	22.0	21.0	
"	2ª	-0,1665	-0,8696	12:29	12:49	23.0	22.0	+0,3516?		
1ºDia	3ª	-0,1070	-0,8231	15:15	15:35	23.0	19.0	+0,3580?		
"	4ª	-0,0757	-0,8029	15:40	16:00	25.0	20.0	+0,3636?		
2ºDia	3ª	-0,0265	-0,8231	12:34	12:57	24.0	20.0	+0,3983		
"	4ª	-0,0146	-0,8419	13:00	13:16	24.0	20.0	+0,4136		
3ºDia	3ª	-0,0717	-0,7142	12:00	12:25	26.0	20.0	+0,3930		
"	4ª	-0,0514	-0,7271	12:27	12:45	26.0	21.0	+0,3892		
4ºDia	1ª	-0,0489	-0,8088	09:35	10:00	24.0	21.0	+0,3800		
"	2ª	-0,0234	-0,8673	10:00	10:35	28.0	22.0	+0,4220?		
5ºDia	3ª	-0,0201	-0,7208	11:34	11:50	27.0	22.0	+0,3704		
"	4ª	-0,0085	-0,5305?	11:53	12:12	26.0	22.0	+0,2610?		
MÉDIAS								+0,3908		

Dia	Série	DARCI		FRAGA		Horário		Temperaturas Médias		$\frac{\Delta H}{2}$ (M1 - M2)(M2-M1)
		Aeroporto M1 - M2	Gragoatá M2 - M1	Início	Término	Ar	Água			
		S.Exp	3ª	-0,1168	-0,7981	15:00	15:27	24.0	19.0	
"	4ª	-0,1346	-0,7908	15:38	16:10	22.0	19.0	+0,3881		
1ºDia	1ª	-0,1642	-0,8193	10:30	10:56	24.0	20.0	0,3276		
"	2ª	-0,1489	-0,8126	10:57	11:15	24.0	20.0	+0,3318		
2ºDia	1ª	-0,1520	-0,7918	10:15	10:30	25.0	20.0	+0,3199		
"	2ª	-0,1172	-0,7961	10:35	10:55	25.0	20.0	+0,3394		
3ºDia	1ª	-0,0488	-0,7272	09:55	10:16	24.0	20.0	+0,3407		
"	2ª	-0,0452	-0,7430	10:16	10:37	24.0	20.0	+0,3489		
4ºDia	3ª	-0,1111	-0,7652	11:54	12:10	25.0	21.0	+0,3270		
"	4ª	-0,1024	-0,7557	12:10	12:29	25.0	21.0	+0,3266		
5ºDia	1ª	-0,0708	-0,7455	09:46	10:00	27.0	21.0	+0,3374		
"	2ª	-0,0510	-0,7679	10:10	10:20	28.0	22.0	+0,3584		
Médias								+ 0,3319		

Figura 5 -4. Estudo Comparativo dos Resultados das Medidas Simultâneas em Ambas as Margens

**NIVELAMENTO GEOMÉTRICO**  
(Travessia Rio de Janeiro - Niterói)

Resumo 1ª TRAVESSIA (RN 1- A a RN 1-B)

$$\Delta H = +0,3666m \quad \rho = 0,2mm(\text{entre } 2^\circ \text{ e } 3^\circ \text{ dia}) \quad 4,1mm(\text{entre } 3^\circ \text{ e } 4^\circ \text{ dia})$$

$$T = 4mm\sqrt{R} = 4mm$$

$$\sqrt{2,68Km} = 6,6mm$$

SÉRIES	MARGEM	S.EXPERIM	OP.	1ºDIA	OP.	2ºDIA	OP.	3ºDIA	OP.	4ºDIA	OP.	5ºDIA	OP.
1º	N1	-0,1570	Fraga	-0,1642	Darci	-0,1520	Darci	-0,0458	Darci	-0,0489	Fraga	-0,0708	Darci
	Aeroporto												
2º	N2	-0,8797	Darci	-0,8193	Fraga	-0,7918	Fraga	-0,7272	Fraga	-0,8088	Darci	-0,7455	Fraga
	Gragoatá												
3º	N1	-0,1665	Fraga	-0,1489	Darci	-0,1172	Darci	-0,0452	Darci	-0,0234	Fraga	-0,0510	Darci
	Aeroporto												
3º	N2	-0,8696	Darci	-0,8126	Fraga	-0,7961	Fraga	-0,7430	Fraga	-0,8673	Darci	-0,7679	Fraga
	Gragoatá												
4º	N1	-0,1168	Darci	-0,1070	Fraga	-0,0265	Fraga	+0,0717	Fraga	-0,1111	Darci	+0,0201	Fraga
	Aeroporto												
4º	N2	-0,7981	Fraga	0,8231	Darci	-0,8231	Darci	-0,7142	Darci	-0,7652	Fraga	-0,7208	Darci
	Gragoatá												
4º	N1	-0,13	Darci	-0,0757	Fraga	-0,0146	Fraga	+0,0514	Fraga	-0,1024	Darci	-0,0085	Fraga
	Aeroporto												
MÉDIA DOS DIAS	N2	-0,7908	Fraga	-0,8029	Darci	-0,8419	Darci	-0,7271	Darci	-0,7557	Fraga	-0,5305	Darci
	Gragoatá												
		+ 0,3454		+0,3453		+0,3678		+0,3680		+0,3639		Dia desfav. (abandonado)	

$$\Delta H = \frac{N1 - N2}{2} = +0,3666 - RN18 = 3,7274 \text{ m}$$

Figura 5-5. Nivelamento Geométrico (Travessia Rio de Janeiro - Niterói)



inclinado o lance. As fórmulas que indicam a precisão exigida são, respectivamente, para os lances de 25m e de 50m, as seguintes:

$$\delta h = \frac{25}{10 h} \quad \delta h = \frac{10}{h}$$

**b.** Valorizando, verifica-se que no caso comum dos lances de fraco declive o nivelamento deve ser medido com precisão de alguns milímetros, sendo que, na hipótese mais desfavorável que é a do lance de declive máximo, a exigência atinge, para lances de 25m, o milímetro, e para os de 50m, dois milímetros. Para obtenção desses resultados podem ser usados os instrumentos recomendados para nivelamento de precisão (2ª ordem).

**c.** Considerando, ainda, as exigências acima indicadas, não se torna necessário estacionar no meio de cada lance, visando manter o equilíbrio no comprimento das visadas, conforme prescrito no nivelamento comum. É inteiramente satisfatório estacionar o nível no meio de lances saltados de 5 em 5 (para lances de 25m), ou de 3 em 3 (para lances de 50m), daí resultando muito maior rendimento na operação. Convém fazer as medidas de ida e volta simultâneas, conforme se esclarece adiante.

**d.** No caso de lances de 25m, a situação mais desfavorável é a daqueles que serão nivelados com visadas respectivamente de 37,5m e 62,5m. A diferença entre os termos corretivos do abaixamento total (esfericidade e refração), para essas duas distâncias (Tabela I) atinge 0,2mm, enquanto a influência de um erro de colimação de 2", para a discrepância de 25m entre as duas visadas, corresponde a 0,24 mm, ficando, portanto, a conjugação das duas influências aquém do meio milímetro.

**e.** No caso de lances de 50m as visadas desequilibradas serão de 25m e 75m, sendo de 0,35mm a diferença entre os termos corretivos do abaixamento total e 0,5mm a influência do possível erro de colimação, ficando, portanto, a influência conjugada, aquém do milímetro.

**f.** O processo, no caso de base medida com trenas de 25m, consiste no seguinte:

(1) instala-se o instrumento no meio do 3º lance da base (ver figura 5-6) um pouco fora do alinhamento;

(2) visam-se sucessivamente as miras que vão sendo instaladas sobre os 6 primeiros tripés, que balizam os lances da base. Executam-se, assim medidas de ida;

(3) altera-se a posição do instrumento, para executar as medidas de volta, visando as miras que vão sendo instaladas, em ordem inversa, do 6º para o 1º tripé. A alteração do instrumento pode consistir simplesmente em retirá-lo e reinstalá-lo, para que surjam, na volta, leituras novas, ao invés de simples repetição;

(4) leva-se o instrumento para o meio do 8º lance da base, e daí visam-se, sucessivamente, as miras que percorrem, em ida e volta, os tripés numerados de 6 a 11. E assim nas demais estações do nível.

g. São dispensáveis as leituras nos fios estadimétricos. Os lances de nivelamento de base se caracterizam, como no caso normal, por leituras a ré e vante individuais para cada lance. A leitura da mira instalada sobre a estaca 3, por exemplo, é considerada vante quando comparada, na ida, com a da estaca 2, resultando o desnível do segundo lance da base; e é considerada a ré quando comparada com a da estaca 4, para fornecer o desnível do terceiro lance da base. O registro pode ser feito na caderneta G-4, desde que só se preencha uma das colunas verticais correspondentes ao fio nivelador (por exemplo a de ré), lançando a leitura de cada mira (leitura dupla, nas duas graduações da mira) como se pertencente a um lance normal.

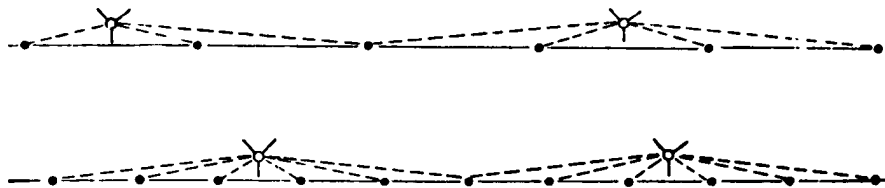


Figura 5-6. Nivelamento de base para lances de 25 e 50 m

#### 5-8. NIVELAMENTO DAS BASES MEDIDAS COM EQUIPAMENTOS ELETRÔNICOS DE ALTA PRECISÃO

Neste caso, o nivelamento poderá ser executado empregando-se métodos barométricos ou trigonométricos.

##### a. Bases Niveladas por Métodos Barométricos

(1) A redução ao horizonte, da distância inclinada  $D_i$ , medida eletronicamente, é dada pela expressão:

$$D_h = D_i - \frac{(h_2 - h_1)^2}{2 D_i},$$

$h_1$  .... altitude da estação principal  
 $h_2$  .... altitude da estação secundária

(2) A expressão acima é aproximada, pois o denominador da parcela subtrativa do 2º membro seria na realidade  $D_h + D_i$ , porém essa aproximação é perfeitamente válida, sendo desprezível o erro cometido devido à mesma.

(3) A barometria nos garante, com tranqüilidade, um erro inferior a 4 m na determinação da diferença de nível entre  $h_1$  e  $h_2$ , pelo que o erro máximo que se poderia obter na redução de uma distância  $\geq 1.600$  m, estaria coerente com a precisão desejada numa medida de base.

$$E_{\max} \leq \frac{4^2}{2 \times 1.600} = 0,005 \text{ m} , \text{ com precisão } \geq \frac{1}{320.000} \dots \left( \frac{0,005}{1.600} \right)$$

**b. Bases Niveladas por Métodos Trigonométricos**

O nivelamento trigonométrico nos garante um erro no desnível, na ordem da metade ao obtido por barometria, porisso é perfeitamente válido o seu emprego, para  $D_i \geq 800$  m.



## CAPÍTULO 6

### AVALIAÇÃO DA PRECISÃO DO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

#### ARTIGO I

#### ERRO BRUTO POR QUILOMETRO

##### 6-1. NOTAÇÕES

a. As notações adotadas internacionalmente são:

- (1)  $R$  – Afastamento, em quilômetros, entre duas RN consecutivas (seção);
- (2)  $R_m$  – Média dos comprimentos das seções;
- (3)  $n_R$  – Número de seções;
- (4)  $\sum R$  – Soma dos comprimentos das seções;

$$\sum R = n_R \times R_m$$

- (5)  $\rho$  – Discrepância, em milímetros, entre os resultados dos nivelamentos ida e volta de uma seção.
- (6)  $L$  – Comprimento, em quilômetro, de uma linha compreendendo certo número de seções;
- (7)  $n_L$  – Número de linhas;
- (8)  $\sum L$  – Soma dos comprimentos das linhas;

$$\sum L = n_L \times L_m$$

- (9)  $\lambda$  – Discordância, em milímetros, entre os resultados dos nivelamentos ida e volta de uma linha;
- (10)  $M$  – Discordância apófana total, em milímetros, numa linha, deduzida pelo método da reta média traçada sobre o diagrama das discrepâncias acumuladas;
- (11)  $F$  – Perímetro, em quilômetros, de um polígono fechado;
- (12)  $n_F$  – Número de polígonos;

(13)  $\Sigma F$  – Soma dos perímetros dos polígonos;

$$\Sigma F = n_F \times F_m$$

(14)  $\Sigma L = 2 \Sigma L$  quando se considera o polígono envolvente;

(15)  $\varphi$  – Erro de fechamento de um polígono, em milímetros, introduzidas as correções: ortométrica e instrumental.

(16)  $u_{R,L,F}$  – Erro provável bruto, por quilômetro (com índice R, L ou F, conforme seja deduzido das discrepâncias ou do erro de fechamento);

(17) U – Limite que atinge u para convenientes valores de  $L_m$  ou  $F_m$ ;

(18) Z – Limite conveniente para  $L_m$  ou  $F_m$ ;

(19) s – Erro provável sistemático por quilômetro;

(20)  $e_p$  – Erro provável pantófono por quilômetro;

(21)  $e_a$  – Erro provável apófano por quilômetro;

(22)  $e_t$  – Erro provável total por quilômetro.

b. A linha aqui considerada, cujo comprimento se representa pela letra L, é um conjunto de seções resultantes da decomposição da rede segundo o critério de eliminação das influências sistemáticas. Nenhuma relação guarda com as linhas dos Planos de Nivelamento, que são trechos comuns a dois polígonos adjacentes.

## 6-2. ERRO PROVÁVEL BRUTO POR QUILOMETRO

a. A discrepância entre as medidas de ida e volta de uma mesma seção, isto é, entre duas RN consecutivas é:

$$p = v - i ;$$

deduzindo-se o valor médio, o erro médio da média, o erro médio por quilômetro e o erro médio quadrático, chega-se à expressão do erro provável bruto por quilômetro:

$$u_R^2 = \pm \frac{1}{9} \cdot \frac{\Sigma p^2}{\Sigma R} = \pm \frac{1}{9} \cdot \frac{\Sigma R^2}{\Sigma L}$$

$$u_L^2 = \pm \frac{1}{9} \cdot \frac{\Sigma \lambda^2}{\Sigma L}$$

Este erro, pode ser calculado em função das discrepâncias apuradas nas seções ou linhas.

b. Se os erros no nivelamento geométrico fossem puramente acidentais, o valor do erro provável por quilômetro poderia ser calculado indiferentemente por qualquer das duas fórmulas anteriores, obtendo-se o mesmo valor. Mas tal não acontece, pois, na prática, não só a segunda fórmula fornece valor maior do que a primeira, como ainda, nessa segunda, o valor vai crescendo, até certo limite, à medida que se adotam linhas mais compridas para decomposição da rede.

c. É oportuno frisar que, para efeito de cálculo, as linhas não são, obrigatoriamente, aqueles trechos comuns a dois polígonos adjacentes, conforme se estabelece no Plano de Nivelamento, mas sim, conjuntos de seções consecutivas formados segundo o critério da eliminação das influências sistemáticas.

## ARTIGO II

### DIAGRAMA DE DISCREPÂNCIAS ACUMULADAS

#### 6-3. INFLUÊNCIAS SISTEMÁTICAS

a. As influências sistemáticas ressaltam muito claramente quando se traça um diagrama de discrepâncias acumuladas, tomando o eixo das abscissas para as distâncias percorridas e o eixo das ordenadas para as discrepâncias acumuladas, seção por seção. O diagrama apresenta uma linha quebrada, podendo-se notar na generalidade dos casos, tendências diversas, cada uma das quais se mantendo, com certa uniformidade, numa série de seções consecutivas, o que indica, nitidamente, que determinadas tendências sistemáticas atuam por trechos.

#### 6-4. DIAGRAMA DAS DISCREPÂNCIAS

a. A Fig. 6-1 apresenta um desses diagramas, no qual o trecho considerado foi decomposto, para efeito de cálculo, nas linhas AB, BC e CD, justamente de acordo com as variações nas tendências sistemáticas, que dessa maneira se apresentam de modo distinto, linha a linha. Para cada setor, ou para o total do gráfico, pode-se traçar uma reta média, que se afaste o menos possível da linha quebrada, deixando que entre elas fiquem, de um e outro lado da reta média, áreas equivalentes. É lógico admitir que tal reta média represente a influência sistemática acumulada, enquanto a distribuição de pontos acima e abaixo seja consequência dos erros acidentais.

b. Por outro lado, as influências sistemáticas tomam, de trecho em trecho, aspecto diverso, variando em grandeza e sentido, e de maneira acidental. Daí

concluir-se que, numa rede suficientemente extensa, as influências sistemáticas atuam, no seu conjunto, como acidentais.

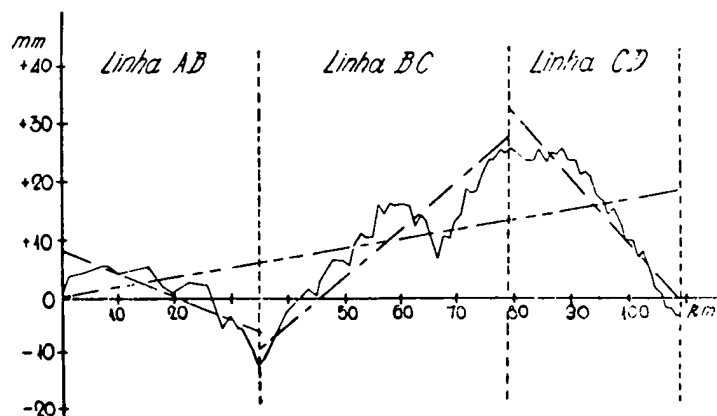


Figura 6-1. Diagrama de discrepâncias acumuladas

#### 6-5. OS LIMITES Z E U

a. A hipótese das influências sistemáticas se sucederem, de trecho a trecho, de maneira acidental, fica condicionada à decomposição adotada para a rede, isto é, o comprimento das linhas consideradas para efeito de cálculo. Fazendo-se a decomposição em presença dos diagramas das discrepâncias acumuladas, pode-se tomar cada linha em função de determinada tendência sistemática, e, nesse caso, se há número suficiente de linhas, pode-se admitir o aspecto acidental do conjunto. Seja  $L_m$  o comprimento médio das linhas adotadas segundo o critério exposto. Diz-se que este  $L_m$  é o limite mínimo do comprimento médio das linhas para que se possa admitir a hipótese das influências sistemáticas atuarem, no seu conjunto, como acidentais, e então será chamado Z.

b. Precisa-se recorrer agora à noção do limite Z, para o qual as influências sistemáticas passam a atuar, no seu conjunto, como acidentais. Experimentalmente, numa dada rede de nivelamento, o valor desse limite é obtido como a seguir é esclarecido. Naturalmente a hipótese de Lallemand só poderá encontrar sanção, na prática, dispondo-se de rede suficientemente extensa.

c. O limite Z determina-se por tentativa: decompõe-se a rede em grande número de linhas de pequeno comprimento, cuja média seja, por exemplo, da ordem de 2 dezenas de quilômetros. Em função das discrepâncias dessas linhas calcula-se o erro



provável bruto por quilômetro. Em seguida, faz-se nova decomposição tomando linhas maiores (duas linhas da primeira decomposição valendo como uma da segunda, por exemplo), e calcula-se o erro provável bruto por quilômetro. Este segundo erro será encontrado maior do que o primeiro, uma vez que cresceu  $L_m$ . Prosseguindo-se nas tentativas, sempre fazendo crescer  $L_m$  encontra-se um valor limite, além do qual o erro bruto não mais crescerá. Esse será o limite Z. E para o valor limite do erro bruto é adotado o símbolo U. Desde que se considere polígonos de perímetro superior a Z, o erro bruto calculado em função dos erros de fechamento desses polígonos será igualmente encontrado igual ao erro limite U. Geralmente Z é encontrado, na 1ª ordem, entre 50 e 100 km.

#### 6-6. ERRO PROVÁVEL SISTEMÁTICO POR QUILOMETRO

a. Analisando o diagrama de discrepâncias acumuladas, Lallemand chegou a expressão do erro provável sistemático por quilômetro.

$$s^2 = \frac{1}{9 \sum L} \cdot \sum \frac{M^2}{L}$$

### ARTIGO III

#### AVALIAÇÃO DA PRECISÃO EM PEQUENAS REDES OU LINHAS ISOLADAS

#### 6-7. FÓRMULAS DE LALLEMAND

a. As fórmulas por ele propostas e adotadas pela Associação Internacional de Geodésia, na Assembléia de Hamburgo, em 1912, embora hoje substituídas pelas de Vignal, são ainda úteis, porque melhor se prestam à avaliação da precisão em pequenas redes ou linhas isoladas. São as seguintes:

$$e_p^2 = \frac{1}{9} \cdot \left[ \frac{\sum \varphi^2}{\sum L} - \frac{\sum R^2}{(\sum L)^2} \sum \frac{M^2}{L} \right]$$

$$s^2 = \frac{1}{9 \sum L} \sum \frac{M^2}{L}$$

$$s^2 = \frac{1}{\sum L^2} \cdot \left[ \frac{2}{9} \sum \varphi^2 - e_p^2 \sum L \right]$$

b. Para que essas fórmulas indiquem, numa rede, valores convenientes, supõe-se que a decomposição em linhas tenha obedecido ao critério de comprimento médio igual ao limite Z.

#### ARTIGO IV

### ERRO PROVÁVEL TOTAL POR QUILOMETRO

#### 6-8. DEFINIÇÕES

a. Erros pantófanos (acidentais de Lallemand), são os devidos a causas que agem independentemente sobre as niveladas sucessivas, e que afetam plenamente os elementos de apreciação, quaisquer que sejam os comprimentos das linhas ou perímetros adotados para efeito de cálculo; sua influência é acidental e tais erros se caracterizam por erro provável pantófono por quilômetro  $e_p$ , de modo que o erro provável, devido a tais erros, entre duas RN distantes de D quilômetros seja  $e_p \sqrt{D}$ .

b. Erros apófanos (em partes correspondentes aos sistemáticos de Lallemand), são os devidos a causas que agem de maneira análoga em trechos mais ou menos longos, atuando de maneira idêntica sobre certo número de niveladas sucessivas; só afetam plenamente os elementos de apreciação quando o comprimento médio dos intervalos atinge um limite Z, característico do método de nivelamento empregado; ultrapassando esse limite a influência desses erros é puramente acidental, e eles se caracterizam por um erro provável apófano por quilômetro  $e_a$  de modo que o erro provável, devido a essas influências, entre duas RN distantes de D quilômetros é  $e_a \sqrt{D}$ .

c. Erro provável total por quilômetro  $e_t$  o resultante da combinação, segundo as leis dos erros acidentais, dos anteriores erros pantófanos e apófanos. Esse erro total é a melhor definição da precisão alcançada numa rede de nivelamento e sua expressão é a raiz quadrada da soma dos quadrados dos outros dois erros, isto é,

$$e_t = \sqrt{e_a^2 + e_p^2}.$$

#### 6-9. EXPRESSÃO DO ERRO PROVÁVEL TOTAL POR QUILOMETRO

a. O erro provável total por quilômetro, definido por Vignal, é, pois, a mesma expressão do erro bruto, desde que a decomposição em linhas se situe entre 50 e 100 km, para a 1ª ordem.

b. Para se obter o erro apófano pode-se usar a fórmula:

$$e_a^2 = \frac{U^2 - \mu^2}{1 + \frac{1}{Z} \cdot \frac{\sum R^2}{\sum R}}$$

c. E, para se obter o erro pantófono, considerando que:

$$e_t^2 = e_p^2 + e_a^2$$

tem-se:

$$e_p^2 = e_t^2 - e_a^2$$

## ARTIGO V

### ERRO BRUTO E TOTAL NO NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

#### 6-10. ERRO BRUTO

a. Nas expressões do quadrado do erro bruto, deve-se tomar médias de valores apurados por seção, por linha ou por polígono. A média pode ser simples ou ponderada, considerando-se os comprimentos. Os resultados numéricos serão praticamente os mesmos, porém as médias ponderadas conduzem a fórmulas mais cômodas de calcular. Lallemand preferiu as médias ponderadas. Vignal recomenda que se use uma ou outra, obtendo-se controles. Conforme seja seguido um ou outro critério, as expressões 1), 2), e 3) tomam os aspectos seguintes:

**Pesos iguais**

entre si:

$$\mu_R^2 = \frac{1}{9n_R} \sum \frac{P^2}{R}$$

$$\mu_L^2 = \frac{1}{9n_L} \sum \frac{\lambda^2}{L}$$

**Pesos proporcionais**

a R, L ou F:

$$\mu_R^2 = \frac{1}{9} \cdot \frac{\sum P^2}{\sum LR}$$

$$\mu_L^2 = \frac{1}{9} \cdot \frac{\sum \lambda^2}{\sum L}$$

$$\mu_F^2 = \frac{4}{9n_F} \sum \frac{\varphi^2}{F}$$

$$\mu^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{\sum \varphi^2}{\sum F}$$

$$\mu_F^2 = \frac{2}{9} \cdot \frac{\sum \varphi^2}{\sum L}$$

b. Nas duas expressões, leva-se em conta o polígono envolvente, e por isso a soma dos perímetros é o dobro da soma das linhas, ou o dobro do desenvolvimento total da rede.

c. O geodesta sueco G. A. Rune apontou o inconveniente de se tomar, no caso dos polígonos, pesos proporcionais a F, incluindo o perímetro envolvente, porque este último pesaria excessivamente. Daí surgir uma nova expressão, não apresentada por Lallemand:

$$\mu_F^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{n_F+1} \left[ n_F \cdot \frac{\sum \varphi^2}{\sum F} + \frac{\varphi^2}{F} \right] \dots \dots \dots A ;$$

na qual  $n_F$  é o número de polígonos sem incluir o envolvente, enquanto dentro da chave, só o segundo termo se refere ao envolvente. Isso corresponde a dar, ao polígono envolvente, peso igual à média dos pesos dos demais polígonos.

6-11. ERRO TOTAL

Numa rede compensada, o erro total pode também ser deduzido em função das correções introduzidas nos desníveis das linhas entre nodais. A fórmula é:

$$\sigma_t^2 = \frac{4}{\sum L} \sum v_i^2 \dots \dots \dots B ;$$

onde L e v representam o comprimento e a correção introduzida em cada linha.

## ARTIGO VI

## CÁLCULO DOS ERROS NAS LINHAS IÇOLADAS

## 6-12. ERROS

a. As fórmulas de Lallemand, conforme já foi dito, continuam em uso para o cálculo dos erros em linhas isoladas. Para efeito de cálculo, a expressão linha tem significado mais geral do que aquele de trecho entre dois pontos nodais que aparecem nos planos de nivelamento. Aqui, a linha pode corresponder exatamente a um desses trechos, como, aliás, ocorre no exemplo de cálculo apresentado, em que foi escolhida a linha L-46; mas pode, também, ser apenas uma parcela, como sempre ocorre dentro das linhas muito extensas; e pode ainda tornar-se recomendável, para efeito de cálculo, a decomposição da rede em linhas completamente independente da situação dos nodais.

b. O critério a que obedecerá a decomposição da rede, para efeito de cálculo, será o de se adotar linhas cujo comprimento médio ultrapasse o limite Z, que varia geralmente, nas redes de 1ª ordem, entre 50 e 100 quilômetros.

c. O cálculo dos erros nas linhas isoladas é sempre útil, pois o cálculo do conjunto só interessa após a formação de uma rede suficientemente densa. E uma vez feito um cálculo de conjunto, as novas linhas executadas deverão ser analisadas isoladamente, até que seu volume torne recomendável novo cálculo de conjunto.

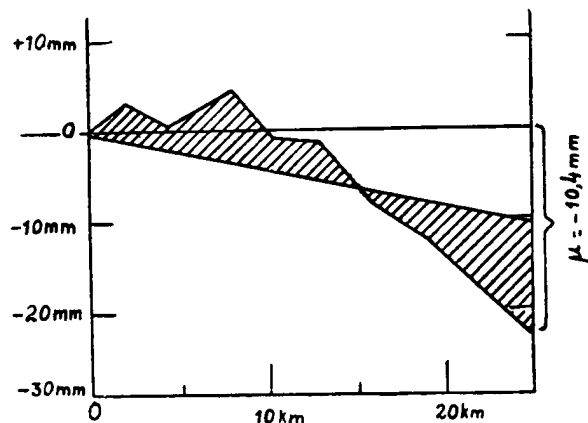


Figura 6-2. Diagrama das discrepâncias acumuladas da linha L-46  
(Hachuradas as áreas equivalentes)

d. Para o cálculo dos erros das linhas isoladas usa-se o formulário G-453, de que é dado um exemplo. Aí o cálculo dos erros prováveis, apófano e total, já é baseado em fórmulas de Vignal.

e. As três últimas colunas do formulário G-453 destinam-se ao cálculo da discordância apófana total, que, entretanto, pode ser deduzida graficamente do diagrama das discrepâncias acumuladas. Conseqüentemente, nem sempre serão preenchidos. A determinação gráfica da discordância apófana total exige uma avaliação de áreas à vista, o que em certos casos torna-se um tanto precário. Convém, portanto, fazer algumas determinações pelo cálculo.

f. Segundo Lallemand, as influências sistemáticas têm como representação gráfica a reta média traçada sobre o diagrama das discrepâncias acumuladas, sendo a soma algébrica das ordenadas extremas dessa reta o valor da discordância apófana total. Para encontrar a posição da reta média é prático usar-se um pedaço de papel vegetal, com um traço preto que se superpõe ao diagrama, deslocando-o até se adquirir a sensação, à vista, de que haja equivalência das áreas acima e abaixo do traço preto; então, transfere-se o traço para o diagrama. Sendo bem determinada a reta média, verifica-se que, girando-a em torno de seu ponto médio (a meio do segmento entre as ordenadas extremas do diagrama), conserva-se sempre a equivalência das áreas. É que não há apenas uma reta média, mas uma infinidade, passando por um ponto. A reta que passa pela origem do diagrama tem como ordenada do outro extremo a própria discordância apófana total, razão pela qual se dá preferência a traçá-la nessa posição, desde que isso não dificulte a avaliação da equivalência das áreas.

g. Outra definição da reta média no fato dela limitar, com o eixo das abscissas e as ordenadas extremas, uma área equivalente a que é limitada pela linha em ziguezague. Como essa área é a metade da que resultaria do produto da discordância total pela quilometragem total, o seu conhecimento permite o cálculo da discordância procurada. A área limitada pela linha em ziguezague pode ser decomposta em trapézios retângulos, correspondentes às seções, cujas áreas parciais são dadas em dobro pelo produto:

$$R (\sum e_{n-1} + \sum e_n)$$

h. A soma desses produtos é o dobro da área total, que dividida pela quilometragem total fornece a discordância apófana total. Então a fórmula:

$$\mu = \frac{\sum [R (\sum e_{n-1} + \sum e_n)]}{\sum R} ;$$

constante de formulário G-453, fornece a discordância total (Fig. 6-3).



CÁLCULOS DOS ERROS NUMA LINHA

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO - DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO

G - 453

LINHA : L - 46			TRECHO: Porto Alegre - São Leopoldo					
RN	R (Km)	R 2	$\sum R$ (Km)	$\rho$ (mm)	$\rho^2$	$\sum \rho$	$\sum \rho_{n-1} + \sum \rho_n$	$\sum [R(\sum \rho_{n-1} + \sum \rho_n)]$
N 4º 114								
	2,02	4,08	2,02	+2,5	6,25	+2,5	+2,5	+5,050
RN46-1								
	2,42	5,86	4,44	-2,0	4,00	+0,5	+3,0	+7,260
RN46-2								
	3,57	12,74	8,01	+4,0	16,00	+4,5	+5,0	+17,850
RN46-3								
	2,49	6,20	10,50	-5,5	30,25	-1,0	+3,5	+8,715
RN46-4								
	2,38	5,66	12,88	-0,5	0,25	-1,5	-2,5	-5,950
RN46-5								
	3,00	9,00	15,88	-6,5	42,25	-8,0	-9,5	-28,500
RN46-6								
	3,15	10,11	19,06	-3,5	12,25	-11,5	-19,5	-62,010
RN46-7								
	2,99	8,94	22,05	-6,0	36,00	-17,5	-29,0	-86,710
RN46-8								
	2,88	8,29	24,93	-4,5	20,25	-22,0	-39,5	-113,760
SOMAS	24,93	70,88		-22,0	167,50			-258,055
	$\sum R$	$\sum R^2$		$\sum \rho$	$\sum \rho^2$			$\sum [R(\sum \rho_{n-1} + \sum \rho_n)]$
$\mu = \frac{\sum [R(\sum \rho_{n-1} + \sum \rho_n)]}{\sum R}$			$e_p^2 = \frac{1}{9} \left[ \frac{\sum \rho^2}{\sum R} - \frac{\sum R^2}{(\sum R)^2} \frac{\sum \mu^2}{\sum R} \right]$			<b>TOLERÂNCIAS</b> $e_p$ ou $n = 1,0$ mm por Km $e_a$ ou $\gamma = 2,0$ mm por Km $e_t$ ou $\sum = 2,0$ mm por Km		
$s^k = \frac{1}{9 \sum R} \frac{\sum \mu^2}{\sum R}$			$e_a^2 = s^2 \cdot L \quad e_t = \sqrt{e_p^2 + e_a^2}$					

15 de março de 1956

Rubrica do executante

Local e data

Rubrica do responsável

Figura 6 -3. Cálculo dos erros numa linha

**ARTIGO VII**

**CÁLCULO DOS ERROS DA REDE DE NIVELAMENTO**

6-13. CÁLCULO DOS ERROS PROVÁVEIS DOS POLÍGONOS ISOLADOS

a. Decomposto cada polígono da rede em linhas, organizam-se folhas de cálculo de modelo aqui consignado, nas quais se encontram os elementos necessários ao emprego das fórmulas de Vignal. Como não foi ainda fixado o limite Z, entra-se na fórmula do erro provável apófano, com Z = 50.

b. Cálculo dos erros de um polígono.

Polígono	Linha	$\sum R = L$ (km)	$\sum R^2$	$\epsilon R = \lambda$	$\epsilon R^2$	$\sum \lambda^2$	$\varphi$ (mm)	Valores dos erros	
IV	L-10	64	358	- 18,5	326	342		$\mu_R = \pm 0,76mm$	Em função de $\varphi$  $e_t = \pm 1,25mm$ $e_t = \pm 0,04mm$  $e_a = \pm 1,62mm$  $e_p = \pm 0,23mm$
	3	100	344	+ 39,7	426	1 576			
	12	109	434	+ 48,6	491	2 362			
	14	39	166	+ 4,0	179	16			
	55	157	691	+ 73,6	841	5 417			
	56	74	276	- 14,8	305	219			
	58	137	660	- 15,6	647	243			
	47	200	834	+130,2	1 335	16 352			
		880	3763		4 550	27 127	-1,9		
		$\sum L$	$[\sum R^2]$		$[\sum \epsilon R^2]$	$\sum \epsilon \lambda^2$			

$$\mu_R^2 = \frac{1}{9} \cdot \frac{\epsilon R^2}{\epsilon R} = \frac{4550}{9 \times 880} = \frac{4550}{7920} = 0,5745 \dots$$

$$\mu_R = \pm 0,758$$



$$e_t^2 = U_L^2 = \frac{1}{9} \cdot \frac{\sum \lambda^2}{\sum L} = \frac{27127}{7920} = 3,4251$$

$$e_t = U_L = \pm 1,851$$

$$e_a^2 = \frac{U - \frac{M^2 R^2}{L}}{1 + \frac{1}{Z} \cdot \frac{M^2 R^2}{L}}$$

mas no caso

$$e_t^2 = U_L^2 = 3,4251 \quad \dots$$

$$M_R^2 = 0,5745$$

$$Z = 50$$

$$e_a^2 = \frac{3,4251 - 0,5745}{1 + \frac{1}{50} \cdot \frac{3763}{880}} = \frac{2,8507}{1,0855} = 2,6261 \quad \dots$$

$$e_a = \pm 1,620$$

$$e_p^2 = e_t^2 - e_a^2 = 3,4251 - 2,6261 = 0,7990 \quad \dots$$

$$e_p = \pm 0,894$$

#### 6-14. ERRO PROVÁVEL TOTAL DA REDE

Para o cálculo do erro provável total de uma rede, constituída de 5 polígonos, emprega-se as fórmulas A e B, do Artigo V do Capítulo 6, respectivamente, antes e

depois da compensação. Para o cálculo, organiza-se uma folha com a seguinte disposição:

## CÁLCULO DO ERRO PROVÁVEL TOTAL DA REDE

Polígonos	F (Km)	$\varphi$ (mm)	$\varphi^2$	Valores dos erros	
I	603	+ 34,5	1190,25	Antes da Compensação $e_t = \pm 0,9$ mm	Depois da Compensação $e_t = \pm 0,5$ mm
II	1096	+ 39,4	1552,36		
III	579	- 80,1	6416,01		
IV	880	+ 1,9	3,61		
V	762	- 0,5	0,25		
	3.920		9162,48		
	$\Sigma F$		$\Sigma \varphi^2$		
Envolvente	1 922	- 4,8	23,04		

FÓRMULAS (A) e (B) DO ART V, CAP 6.

$$\begin{aligned}
 (A) \quad w_t^2 &= \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{n_F + 1} \left[ n_F \cdot \frac{\Sigma \varphi^2}{\Sigma F} + \frac{\varphi^2}{F} \right] = \\
 &= \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{6} \left[ 5 \cdot \frac{9162,48}{3920} + \frac{23,04}{1922} \right] = \\
 &= \frac{2}{27} \left[ \frac{9162,48}{784} + \frac{23,04}{1922} \right] = \frac{2}{27} (11,6868 + 0,0120) =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{27} \cdot 11,6988 = \frac{23,3976}{27} = 0,8666 \dots \therefore e = 0,93 \text{ mm}$$

$$(8) \quad e_t^2 = \frac{4}{9 \cdot 3920} \cdot e_v^2 = \frac{4}{9 \times 3920} \times 2217,783 =$$

$$= \frac{8871,132}{35,280} = 0,2514 \dots \therefore e_t = 0,50 \text{ mm}$$

## 6-15. ERRO MÉDIO DA REDE EM FUNÇÃO DO ERRO PROVÁVEL

Sendo o erro provável 2/3 do erro médio, isto é,

$$e_t = \frac{2}{3} m, \quad m = \frac{3}{2} \cdot e_t ;$$

Substituindo-se  $e_t$  pelos valores  $\pm 0,9 \text{ mm}$  (antes da compensação)  $\pm 0,5 \text{ mm}$  (após a compensação) tem-se-:

$$m = \frac{3}{2} \cdot 0,9 = 1,35 \text{ mm} \quad \text{ou} \quad m = \frac{3}{2} \cdot 0,5 = 0,8 \text{ mm} ;$$

valores do erro médio antes e após a compensação.

## 6-16. ERRO MÉDIO DA REDE EM FUNÇÃO DOS "PVV"

a. Numa compensação com "n" equações de condições, a fórmula empregada será:

$$m = \pm \sqrt{\frac{pvv}{n}}$$

ou seja:

$$m = \pm \sqrt{\frac{28,254}{5}} = 2,4 \text{ cm ou } 24 \text{ mm}$$

b) Este valor, entretanto, é para a unidade de peso multiplicada pelo fator de proporcionalidade adotada,  $A=200$ ; logo, o erro médio da unidade de peso será obtido, dividindo-se o resultado acima por  $\sqrt{A}$  donde:

$$m = \frac{24}{\sqrt{200}} = 1,7 \text{ mm}$$

ou, então, não introduzindo o fator de proporcionalidade  $A=200$  na adoção do peso  $P$  em cada percurso.

$$pvv = \frac{28,254}{200} = 0,1413 \text{ cm}^2$$

Entrando com este valor na fórmula do erro médio, resulta:

$$m = \sqrt{\frac{0,1413}{5}} = \pm 0,168 \text{ cm ou } 1,7 \text{ mm}$$

## **CAPÍTULO 7**

### **COMPENSAÇÃO DO NIVELAMENTO**

#### **7-1. FINALIDADE**

A compensação tem por finalidade promover o ajuste das diferenças de nível observadas nas linhas, de modo a se obter o fechamento a zero dos circuitos.

#### **7-2. MÉTODO ADOTADO**

a. As redes de nivelamento que possuem polígonos justapostos exigem uma compensação de conjunto, para a qual poderá ser usado o método mais indicado para o caso.

b. Tratando-se de uma rede principal, com um **datum** fundamental, impõe-se a formação de equações de condição, tomando-se como incógnitas as correções a introduzir nas diferenças de nível das linhas, a fim de que se eliminem os erros de fechamento dos polígonos. Nas redes complementares, ou de ligação, em que geralmente o número de altitudes fixas é elevado, pode tornar-se mais simples e rápido um método em que as observações sejam tratadas como mediatas, formando-se equações de observação, nas quais as incógnitas sejam as correções a introduzir nas altitudes dos pontos nodais.

#### **7-3. FECHAMENTO DOS POLÍGONOS**

a. Com as diferenças de nível corrigidas, seção por seção, obtém-se as diferenças de nível das linhas que ligam os pontos nodais. A soma algébrica dos desníveis das linhas que formam um polígono, fornece o erro de fechamento desse polígono. Cada linha, salvo as do perímetro da rede, pertence a dois polígonos adjacentes. Conforme o sentido em que se tomam os desníveis para o fechamento de cada polígono, ocorre que algumas linhas serão tomadas ora num sentido ora noutro.

b. Os erros de fechamento aceitáveis, segundo o critério indicado por Jean Vignal (211 do Nivelament de Précision, Publications Techniques de L'Institut

Geographique National 1948), que é ainda o mesmo adotado por Lallemand, isto é, mais ou menos 4 vezes o erro provável total do fechamento do polígono. Daí a expressão:

$$\varphi_{\max} \leq \pm 4 \Theta \quad ; \text{ onde:}$$

$\varphi_{\max}$  – erro máximo de fechamento

$\Theta$  – valor do erro provável total de fechamento.

c. Para o cálculo de  $\Theta$  pode-se considerar o caso mais simples: o de um polígono homogêneo. Tem-se:

$$\Theta \varphi = e_p \sqrt{F}$$

Sendo  $e_p$  o valor do erro acidental provável por km e F o perímetro do circuito, o limite admissível para o fechamento de um polígono, segundo Vignal, será:

$$\varphi_{\max} = 4 \cdot e_p \sqrt{F}$$

d. Considerando que num polígono em que o erro acidental provável é uniforme e o sistemático é nulo, pode-se tomar  $e_p = 1\text{mm}$  e se encontra, então, para limite máximo:

$$\varphi_{\max} = 4 \sqrt{F}$$

e. Entretanto, segundo o critério adotado no U.S. Coast And Geodetic Survey, no fechamento do circuito de um polígono, a altitude transportada, após a correção ortométrica, deve concordar com a de partida,  $0,5 \text{ mm} \times F$ , sendo F o perímetro em km.

## CAPÍTULO 8

### CÁLCULO DA COMPENSAÇÃO

#### 8-1. DAS OPERAÇÕES

As operações de cálculo de compensação de uma rede de nivelamento, são efetuadas de acordo com o exemplo dado a seguir, considerando, apenas, cinco polígonos fechados, da rede de nivelamento geométrico do Rio Grande do Sul, ligados entre si e a dois pontos fixos: marégrafo de Tórres (RN 50-1) e o pilar do IBGE em Rocinha (RN 3 T).

#### 8-2. 1ª OPERAÇÃO – CONFECÇÃO DO CROQUI

##### CROQUI DA REDE DE NIVELAMENTO

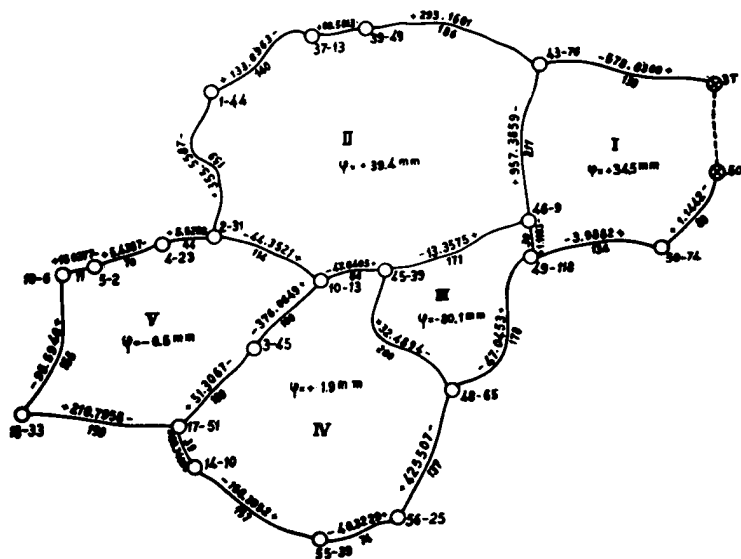


Figura 8-1. Croqui da Rede de Nivelamento

Confecciona-se o croqui da rede a ser compensada, escrevendo os comprimentos das linhas e as respectivas diferenças de nível, adotando-se antes e depois de cada observação o sinal + ou - . A fim de facilitar o desenvolvimento do cálculo, pode-se numerar as linhas na ordem crescente e no sentido do caminhamento, assim, 1, 2, 3.....por meio de algarismos arábicos, colocados próximos e no meio de cada linha. Os circuitos são numerados por meio de algarismos romanos, colocados próximo ao meio de cada circuito fechado. Os pontos nodais são designados pelas respectivas matrículas e são indicados por meio de círculos e os pontos fixos são indicados por meio de círculos com cruzes. Convencionou-se o sentido de caminhamento dentro dos circuitos, por exemplo, movimento anti-horário.

### 8-3. 2ª OPERAÇÃO – ORGANIZAÇÃO DO “QUADRO DAS LINHAS”

#### (QUADRO A)

Organiza-se um quadro com oito colunas, do seguinte modo:

- 1ª Coluna – Número de ordem das linhas;
- 2ª Coluna – Designação das linhas de nivelamento por circuito, de acordo com o Plano de Nivelamento Geométrico. As linhas comuns a dois circuitos constarão apenas de um;
- 3ª Coluna – Designação das RN extremas da linha considerada, observando o sentido do circuito.
- 4ª e 5ª Colunas – Altitudes corrigidas das RN (correção Ortométrica);
- 6ª Coluna – Diferenças de nível corrigidas entre as KN;
- 7ª Coluna – Correções ( $V_1, V_2, V_3, \dots$  etc.) a serem aplicadas no desnível de cada linha, função do valor do fechamento de cada circuito.
- 8ª Coluna – Extensão das linhas em km e o respectivo somatório [L]

### 8-4. 3ª OPERAÇÃO – “QUADRO B” E “QUADRO B-1”

a. Organização dos quadros do cálculo dos fechamentos dos circuitos e do cálculo dos circuitos compensados, denominados respectivamente, “Quadro B” e “Quadro B-1”.

b. O quadro B consta de sete colunas:

- 1ª Coluna – Circuitos (com o número dos circuitos);
- 2ª Coluna – Número de ordem das linhas do circuito no cálculo;
- 3ª Coluna – Designação das linhas por circuito, de acordo com o Plano de Nivelamento. Repetir as linhas comuns a dois circuitos;



4ª Coluna – Designação das RN extremas da linha considerada, observado o sentido do circuito.

5ª Coluna – Comprimento L em quilômetro da linha considerada;

6ª Coluna – Diferença de nível observada com correção ortométrica, cujo sinal obedece ao sentido adotado dentro do circuito;

7ª Coluna – Correção ( $V_1, V_2, V_3, \dots$  etc), com seus respectivos sinais.

c. O quadro B-1 consta de 2 colunas:

1ª Coluna – Valores das correções "V" (os valores dos "V" serão registrados depois de calculados);

2ª Coluna – Diferença de nível compensada (esta coluna será preenchida depois de calculados os "V").

#### 8-5. OBSERVAÇÕES

Quando a direção da linha lançada na coluna 4 do quadro B for tomada em sentido contrário ao que está indicado no quadro A (coluna 3), os sinais algébricos das diferenças de altitude (coluna 6 do quadro B) e das correções "V" (coluna 7 do quadro B) serão trocados. RN 43-76.....RN 46-9 Exemplo: Na linha 2 (número de ordem) do quadro A, temos diferença de nível observada  $-957,3659$  e a correção  $+V_2$ , então no quadro B, circuito II, sendo o sentido do caminhar contrário, isto é RN 46-9 ...RN 43-76, a diferença de nível será  $+957,3659$  e correção  $-V_2$ . Em baixo de cada circuito, na col. 6, temos por soma o erro do fechamento  $\varphi$  dos diversos circuitos. No cálculo de um circuito fechado notamos que entre dois pontos fixos, as colunas 2,3,5 e 7 do quadro B não são preenchidas. O perímetro de cada circuito é registrado na coluna 5, em baixo, como resultante da soma dos comprimentos das linhas que o compõem. Dividindo-se o fechamento dos circuitos (em mm) pelo perímetro em quilômetros, tem-se a correção média em torno do circuito considerado; assim. para cada um dos 5 circuitos temos: 0,057mm, 0,036 mm, 0,138 mm, 0,021 mm e 0,001 mm por quilômetro.

#### 8-6. 4ª OPERAÇÃO – FORMAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE CONDIÇÃO

Somando-se as correções com os erros de fechamento, obtidos no quadro B e igualando-se a zero, chega-se às equações de condição.

$$1^{\text{a}} \text{ Equação: } + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + 0,0345 = 0$$

$$2^{\text{a}} \text{ Equação: } - v_2 + v_6 + v_7 + v_8 + v_9 + v_{10} + v_{11} + v_{12} + 0,0394 = 0$$

$$3^a \text{ Equação: } -v_3 - v_{12} + v_{13} + v_{14} - 0,0801 = 0$$

$$4^a \text{ Equação: } -v_{11} - v_{13} + v_{15} + v_{16} + v_{17} + v_{18} + v_{19} + v_{20} + 0,0019 = 0$$

$$5^a \text{ Equação: } -v_{10} - v_{15} - v_{16} + v_{21} + v_{22} + v_{23} + v_{24} + v_{25} - 0,0005 = 0$$

#### 8-7. 5ª OPERAÇÃO – “PESO P”

Sendo o nivelamento constituído de circuitos fechados, geralmente justapostos, a única condição existente é a de que a altitude de cada ponto nodal tenha um único valor, qualquer que seja o caminho percorrido. Por outro lado sendo os percursos diferentes entre si, deve-se adotar para cada percurso um peso P, inversamente proporcional ao seu comprimento L, isto é,  $P = A \frac{1}{L}$ ; sendo A, um coeficiente de proporcionalidade escolhido de tal forma que a relação  $\frac{1}{P} = \frac{L}{A}$  tenha um valor em torno da unidade. Assim, pode-se adotar para A um valor, em número redondo que conduza ao resultado desejado, isto é, fazendo  $A=50,100,200$ , etc., para facilitar o cálculo. Nesse trabalho, foi adotado para A, o valor 200.

#### 8-8. 6ª OPERAÇÃO – QUADRO DAS CORRELATAS “QUADRO C”

Organiza-se um quadro das correlatas, com  $n+3$  colunas (Quadro C).

As  $n=5$  colunas, denominadas 1,2,3,4,5, correspondem às  $n$  equações de condição, no exemplo = 5.

1ª Coluna – Coluna dos “v”, coloca-se o número de correções.

2ª Coluna – Coluna dos “p”, na qual são registrados os valores de  $\frac{L}{A}$  correspondentes às correções da coluna “v”.

Enésima Coluna – Nas  $n$  colunas ( $n=5$ ) correspondentes às equações de condição, registram-se os coeficientes das incógnitas das referidas equações com seus respectivos sinais. O coeficiente de cada “v”, sendo a unidade, tem-se que cada registro nas colunas correspondentes deve ser +1 ou -1. Assim, por exemplo, tomando-se o circuito 1, no Quadro B, sendo a coluna 7,  $+v_1 + v_2 + v_3 + v_4$  e  $+v_5$ , então no Quadro C, coloca-se +1 nas linhas horizontais 1, 2, 3, 4 e 5 da coluna correspondente “1”; no circuito II tem-se, no Quadro B, coluna 7,  $-v_2 + v_6, \dots + v_{12}$ , logo no Quadro C, na coluna denominada “2”, coloca-se -1, na linha 2 e +1 em cada uma das linhas 6, 7, 9, 10, 11 e 12. Proceda-se do mesmo modo até que todos os coeficientes dos “v” em todas as  $n$  colunas tenham ocupado os seus lugares.

Última Coluna – Na última coluna, denominada  $\mathcal{E}$ , escrevem-se as somas algébricas dos valores das  $n$  colunas correspondentes às  $n$  equações de condição, operação esta feita linha por linha.

## 8-9. OBSERVAÇÃO

Como controle dos registros da coluna 2, verifica-se se a soma dos  $1/p$  é igual à soma dos comprimentos  $L$  dividida pelo fator de proporcionalidade  $A$ . No caso presente temos  $1/p = 14,60$  e  $\sum L = 2.921$  km, dividindo  $\sum L$  pelo fator de proporcionalidade adotado  $A = 200$  (ou multiplicando por  $0,005$ ) resulta  $2.921 \times 0,005 = 14,60$ . Esta relação  $[1/p] = [\sum L]/A$  é colocada na última linha horizontal do quadro.

## 8-10. 7ª OPERAÇÃO – FORMAÇÃO DAS EQUAÇÕES NORMAIS

**a. Organiza-se um quadro (quadro D) com  $n + 3$  colunas.**

1ª Coluna – A primeira coluna denominada “número de equações” contém os números das equações normais, de 1 a  $n$ .

$n$ . Colunas – As  $n$  colunas posteriores ( $n=5$ ) correspondem aos coeficientes 1,2,3,4 e 5 das  $n$  equações normais, conforme a explicação dada adiante às observações.

Coluna “ $\varphi$ ” – A coluna “ $\varphi$ ” contém as discrepâncias nas equações de condição.

Última Coluna – A última coluna denominada “ $\epsilon$ ” é destinada às verificações.

**b. Formação da 1ª equação normal (1ª linha do quadro D)**

(1) O 1º coeficiente é igual à soma dos produtos de cada coeficiente da coluna 1 do quadro das correlatas (quadro C), multiplicado por si mesmo e pelos registros correspondentes da coluna  $1/P$ , assim:

$$1^\circ \text{ coeficiente} = a_1^2 \frac{1}{p_1} + a_2^2 \frac{1}{p_2} + \dots$$

Na coluna 1 do quadro C, tem-se os coeficientes  $+1, +1, +1, +1$  e  $+1$ , respectivamente nas linhas horizontais 1 a 5; multiplicando cada um desses coeficientes por si mesmo e registros correspondentes na coluna  $1/p$  e somando-se depois os resultados obtidos, tem-se:

$$\text{Linha 1} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,70 = + 0,70$$

$$\text{Linha 2} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 1,05 = + 1,05$$

$$\text{Linha 3} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,15 = + 0,15$$

$$\text{Linha 4} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,67 = + 0,67$$

$$\text{Linha 5} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,44 = + 0,44$$

$$1^\circ \text{ coeficiente} = + 3,01$$

(2) 2º coeficiente é igual à soma dos produtos de cada coeficiente da coluna 1 do quadro C, multiplicado pelos coeficientes correspondentes da coluna 2 e pelo registro da coluna 1/p do mesmo quadro C, isto é:

$$2^{\text{º}} \text{ coef.} = a_1 b_1 \frac{1}{p_1} + a_2 b_2 \frac{1}{p_2} + a_3 b_3 \frac{1}{p_3} + \dots$$

No exemplo, tem-se o produto dos coeficientes da linha 2, + 1 (Cln 1) pelo -1 (Cln 2 do quadro C), multiplicado pelo registro 1,05 correspondente à coluna 1/P, assim:

$$2^{\text{º}} \text{ coeficiente: } + 1 \times - 1 \times 1,05 = -1,05$$

(3) 3º coeficiente é igual à soma dos produtos de cada coeficiente da coluna 1 do quadro C, multiplicado pelos coeficientes da coluna 3 e pelo registro correspondente da coluna 1/P, isto é:

No exemplo, o produto do + 1 (Cln 1) pelo -1 (Cln 3) da linha 3 do quadro C, multiplicado por 0,15 (Cln 1/P) resulta:

$$3^{\text{º}} \text{ coeficiente: } + 1 \times - 1 \times 0,05 = -0,05$$

(4) Os 4º e 5º coeficientes são nulos, visto não ter no quadro das correlatas (quadro C) nenhum registro nas linhas 1 a 5 correspondentes às colunas 4 e 5.

(5) O registro da coluna  $\varphi$  do quadro das correções normais é simplesmente o fechamento do circuito I. Por conveniência, este registro é feito, para representar o fechamento, em centímetros, isto é, + 3,45 cm.

(6) O registro da última coluna obtém-se multiplicando os registros da coluna 1, pelos registros correspondentes da coluna  $\xi$  do quadro das correlatas C, e pelos registros correspondentes na coluna 1/p. Somando-se depois estes produtos, corrigindo-se o total pelo fechamento do circuito I, expresso em centímetros, assim:

$$\begin{array}{r} \text{linha 1} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,70 = 0,70 \\ \text{linha 2} \dots\dots\dots + 1 \times \quad 0 \times 1,05 = 0 \\ \text{linha 3} \dots\dots\dots + 1 \times \quad 0 \times 0,15 = 0 \\ \text{linha 4} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,67 = 0,67 \\ \text{linha 5} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,44 = 0,44 \\ \hline \phantom{\text{linha 5}} \phantom{\dots\dots\dots} \phantom{+ 1 \times + 1 \times 0,44} = 1,81 \\ 1,81 + 3,45 = 5,26 \end{array}$$

que é o registro para linha 1. coluna  $\mathcal{E}$  do quadro D.

Prova – A soma da linha 1 do quadro D, inclusive a coluna  $\mathcal{V}$  deve ser igual ao registro da coluna  $\mathcal{E}$ , ou

$$+ 3,01 - 1,05 - 0,15 + 3,34 = + 5,26 \text{ (controlado)}$$

**c. Formação da 2ª equação normal (2ª linha do quadro D)**

(1) 1º coeficiente – Obtém-se multiplicando os registros da coluna 2 do quadro C, por si mesmo e pelos registros correspondentes na coluna 1/p e somam-se, depois, os produtos obtidos, isto é:

$$1^{\circ} \text{ coef.} = b_1^2 \frac{1}{p_1} + b_2^2 \frac{1}{p_2} + \dots$$

$$\text{linha 2} \dots - 1 \times - 1 \times 1,05 = + 1,05$$

$$\text{linha 6} \dots + 1 \times + 1 \times 0,93 = + 0,93$$

$$\text{linha 7} \dots + 1 \times + 1 \times 0,25 = + 0,25$$

$$\text{linha 8} \dots + 1 \times + 1 \times 0,70 = + 0,70$$

$$\text{linha 9} \dots + 1 \times + 1 \times 0,80 = + 0,80$$

$$\text{linha 10} \dots + 1 \times + 1 \times 0,57 = + 0,57$$

$$\text{linha 11} \dots + 1 \times + 1 \times 0,32 = + 0,32$$

$$\text{linha 12} \dots + 1 \times + 1 \times 0,85 = + 0,85$$

$$1^{\circ} \text{ coeficiente} = + 5,47$$

(2) 2º coeficiente é igual à soma dos produtos de cada coeficiente da coluna 2 do quadro C, multiplicado pelos coeficientes da coluna 3 e pelo registro correspondente da coluna 1/p, ou:

$$2^{\circ} \text{ coef.} = b_1 c_1 \cdot \frac{1}{p_1} + b_2 c_2 \cdot \frac{1}{p_2} + \dots$$

Do quadro C, temos então que o produto do + 1 (Cln. 2) pelo - 1 (Cln. 3) multiplicado pelo registro 0,85 da coluna 1/p, tudo correspondente à linha 12 dá:

$$2^{\circ} \text{ coeficiente} + 1 \times - 1 \times 0,85 = - 0,85$$

(3) Procedendo-se do mesmo modo com as colunas 2 e 4, 2 e 5 temos, respectivamente, 3º e 4º coeficientes, ou:

$$3^{\text{º}} \text{ coef.} = b_1 d_1 \frac{1}{p_1} + b_2 d_2 \frac{1}{p_2} + \dots$$

(4) Assim o 3º coeficiente é igual ao produto do + 1 (Cln 2) 2) pelo - 1 (Cln 4), multiplicado por 0,32 (Cln 1/P) correspondente à linha 11 do quadro C.

$$3^{\text{º}} \text{ coeficiente} = + 1 \times - 1 \times 0,32 = - 0,32$$

e o 4º coeficiente resulta do produto do + 1 (Cln 2) pelo - 1 (Cln 4), multiplicado por 0,57 (Cln 1/P) da linha 10 do quadro C.

$$4^{\text{º}} \text{ coeficiente} = + 1 \times - 1 \times 0,57 = - 0,57$$

(5) O registro da coluna  $\varphi$  é o fechamento do circuito II, isto é, ....+ 3,94 cm.

(6) O registro da última coluna  $\mathcal{E}$ , obtém-se multiplicando os registros da coluna 2 pelos correspondentes da coluna  $\mathcal{E}$  e coluna 1/p do quadro C. Soma-se, depois, esses produtos, corrigindo-se o total pelo fechamento do circuito II.

linha 2 do quadro C ....	- 1 x 0 x 1,05 = 0	
linha 6 .....	+ 1 x + 1 x 0,93 = + 0,93	
linha 7 .....	+ 1 x + 1 x 0,25 = + 0,25	
linha 8 .....	+ 1 x + 1 x 0,70 = + 0,70	
linha 9 .....	+ 1 x + 1 x 0,80 = + 0,80	
linha 10 .....	+ 1 x 0 x 0,57 = 0	
linha 11 .....	+ 1 x 0 x 0,32 = 0	
linha 12 .....	+ 1 x 0 x 0,85 = 00	
		+ 2,68
		3,94
		+ 6,62

(7) Prova — O controle na formação da 2ª equação normal é obtido acionando-se ao registro da linha 1, coluna 2, o registro da linha 2, prolongando-se para direita até a coluna  $\varphi$  inclusive, que deve ser igual ao registro da coluna  $\varepsilon$  assim:

$$- 1,05 + 5,47 - 0,85 e - 0,34 - 0,57 + 3,94 = + 6,62 \text{ (controlado).}$$

**d. Formação da 3ª equação normal (3ª linha do quadro D).**

(1) 1º coeficiente obtém-se multiplicando os registros da coluna 3 do quadro C, por si mesmo e pelos registros correspondentes da coluna 1/p somando-se depois os produtos obtidos.

$$1^\circ \text{ coeficiente} = c_1^2 \frac{1}{p_1} + c_2^2 \frac{1}{p_2} + \dots \dots \dots$$

procedendo-se como nos casos anteriores, tem-se:

$$\begin{array}{r} \text{linha 5 do quadro C} - 1 \times - 1 \times 0,15 = + 0,15 \\ \text{linha 12} \dots \dots \dots - 1 \times - 1 \times 0,85 = + 0,85 \\ \text{linha 13} \dots \dots \dots + 1 \times + 1 \times 1,00 = + 1,00 \\ \text{linha 14} \dots \dots \dots + 1 \times + 1 \times 0,89 = + 0,89 \\ \hline 1^\circ \text{ coeficiente} = + 2,89 \end{array}$$

(2) 2º coeficiente é igual à soma dos produtos de cada coeficiente da coluna 3, multiplicado pelos coeficientes da coluna 4 e pelo registro correspondente da coluna 1/p do quadro C.

$$2^\circ \text{ coeficiente} = c_1 d_1 \frac{1}{p_1} + c_2 d_2 \frac{1}{p_2} + \dots$$

No exemplo, tem-se o produto do + 1 (Cln 3) pelo - 1 (Cln. 4), multiplicado por 1,00. (Cln. 1/p), correspondente à linha 13 do quadro C, assim:

$$2^\circ \text{ coef.} = + 1 \times - 1 \times 1,00 = - 1,00$$

(3) Procedendo-se do mesmo modo com as colunas 3 e 5 tem-se o

$$3^\circ \text{ coeficiente} = c_1 e_1 \frac{1}{p_1} + c_2 e_2 \frac{1}{p_2} + \dots \dots \dots$$

No caso presente o 3º coeficiente é nulo, visto não existir na coluna 5 nenhum registro correspondente à coluna 3 do quadro C.

O registro da coluna  $\varphi$  é o erro de fechamento do circuito III, ou - 8,01 cm.  
 O registro da coluna  $\varphi$  obtém-se multiplicando os registros da coluna 3 pelos correspondentes da coluna  $\mathcal{E}$  e coluna 1/p do quadro C, somando-se depois esses produtos e corrigindo-se o total pelo fechamento do circuito II, assim:

$$\begin{array}{l}
 \text{linha 3} \dots\dots\dots - 1 \times 0 \times 0,15 = 0 \\
 \text{linha 12} \dots\dots\dots - 1 \times 0 \times 0,85 = 0 \\
 \text{linha 13} \dots\dots\dots + 1 \times 0 \times 1,00 = 0 \\
 \text{linha 14} \dots\dots\dots + 1 \times 1 \times 0,89 = + 0,89 \\
 \hspace{20em} + 0,89 - 8,01 = -7,12
 \end{array}$$

(4) Prova - O controle é obtido adicionando-se à coluna 3 os registros da linha 3, prolongando-se para a direita até à coluna  $\varphi$  inclusive, cuja soma deve ser igual ao registro da coluna  $\mathcal{E}$ .

$$- 0,15 - 0,85 + 2,89 - 1,00 - 8,01 = - 7,12$$

**e. Formação da 4ª equação normal (4ª linha do quadro D)**

(1) Seguindo o mesmo raciocínio aplicado na formação das equações anteriores, tem-se:

$$\begin{aligned}
 1^{\text{a}} \text{ coef.} &= d_1^2 \frac{1}{p_1} + d_2^2 \frac{1}{p_2} + \dots\dots\dots \\
 2^{\text{a}} \text{ coef.} &= d_1 \ e_1 \frac{1}{p_1} + d_2 \ e_2 \frac{1}{p_2} + \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

Do quadro C, tira-se para o 1º coeficiente

$$\begin{array}{l}
 \text{linha 11} \dots\dots\dots - 1 \times - 1 \times 0,32 = + 0,32 \\
 \text{linha 13} \dots\dots\dots - 1 \times - 1 \times 1,00 = + 1,00 \\
 \text{linha 15} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,50 = + 0,50 \\
 \text{linha 16} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,55 = + 0,55 \\
 \text{linha 17} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,20 = + 0,20 \\
 \text{linha 18} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,78 = + 0,78 \\
 \text{linha 19} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,37 = + 0,37 \\
 \text{linha 20} \dots\dots\dots + 1 \times + 1 \times 0,68 = + 0,68 \\
 \hspace{10em} \underline{\hspace{4em}} \\
 1^{\text{a}} \text{ coeficiente} \hspace{10em} = + 4,40
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 \text{linha 15} \dots\dots\dots + 1 \times - 1 \times 0,50 = - 0,50 \\
 \text{linha 16} \dots\dots\dots + 1 \times - 1 \times 0,55 = - 0,55 \\
 \hline
 \text{2}^{\text{a}} \text{ coeficiente} \quad \quad = - 1,05
 \end{array}$$

(2) O registro da coluna  $\varphi$  do quadro D é o erro de fechamento do circuito IV, isto é, + 0,19 cm.

(3) O registro da coluna  $\varepsilon$  obtém-se da maneira semelhante ao das equações anteriores, assim tem-se, do quadro C:

$$\begin{array}{r}
 \text{linha 11} \dots\dots\dots - 1 \times 0 \times 0,32 = 0 \\
 \text{linha 13} \dots\dots\dots - 1 \times 0 \times 1,00 = 0 \\
 \text{linha 15} \dots\dots\dots + 1 \times 0 \times 0,50 = 0 \\
 \text{linha 16} \dots\dots\dots + 1 \times 0 \times 0,55 = 0 \\
 \text{linha 17} \dots\dots\dots + 1 \times +1 \times 0,20 = +0,20 \\
 \text{linha 18} \dots\dots\dots + 1 \times +1 \times 0,78 = +0,78 \\
 \text{linha 19} \dots\dots\dots + 1 \times +1 \times 0,37 = +0,37 \\
 \text{linha 20} \dots\dots\dots + 1 \times +1 \times 0,68 = +0,68 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad +2,03 \quad \quad + 0,19 = \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad = +2,22
 \end{array}$$

(4) Prova — O controle é obtido adicionando-se à coluna 4 os registros da linha 4 até a coluna  $\varphi$  inclusive, que deve ser igual ao registro da coluna  $\varepsilon$  assim:

$$- 0,32 - 1,00 + 4,40 - 1,05 + 0,19 = + 2,22 \text{ (controlado).}$$

**f. Formação da 5ª equação normal (5ª linha do quadro D)**

(1) 1º coeficiente, tem-se:

$$1^{\text{a}} \text{ coef.} = e_1^2 \frac{1}{p_1} + e_2^2 \frac{1}{p_2} + \dots\dots\dots$$

Do quadro C, tira-se então:

linha 10 .....	- 1 x - 1 x 0,57 = + 0,57
linha 15 .....	- 1 x - 1 x 0,50 = + 0,50
linha 16 .....	- 1 x - 1 x 0,55 = + 0,55
linha 21 .....	+ 1 x + 1 x 0,22 = + 0,22
linha 22 .....	+ 1 x + 1 x 0,35 = + 0,35
linha 23 .....	+ 1 x + 1 x 0,05 = + 0,05
linha 24 .....	+ 1 x + 1 x 0,78 = + 0,78
linha 25 .....	+ 1 x + 1 x 0,80 = + 0,80
	1º coeficiente = + 3,92

(2) O registro da coluna  $\varphi$  é o erro de fechamento do circuito V, isto é, 0,05 cm.

(3) A coluna  $\varepsilon$ , como nos casos anteriores; assim tem-se, do quadro C:

linha 10 .....	- 1 x 0 x 0,57 = 0
linha 15 .....	- 1 x 0 x 0,50 = 0
linha 16 .....	- 1 x 0 x 0,55 = 0
linha 21 .....	+ 1 x + 1 x 0,22 = + 0,22
linha 22 .....	+ 1 x + 1 x 0,35 = + 0,35
linha 23 .....	+ 1 x + 1 x 0,05 = + 0,05
linha 24 .....	+ 1 x + 1 x 0,78 = + 0,78
linha 25 .....	+ 1 x + 1 x 0,80 = + 0,80
	+ 2,20 - 0,05 =
	= + 2,15

(4) Prova – Aos registros da coluna 5 soma-se algebricamente o registro da coluna  $\varphi$ , cuja soma deve ser igual ao registro da coluna  $\varepsilon$ , assim:

$$- 0,57 - 1,05 + 3,82 - 0,05 = + 2,15 \text{ (controlado)}$$

## 8-11. 8ª OPERAÇÃO – RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES NORMAIS

a. Organiza-se um quadro com  $n + 4$  colunas, sendo a primeira correspondente ao número das linhas, as  $n$  colunas ( $n = 5$ ) posteriores numeradas de 1 a 5 e as três últimas, respectivamente denominadas  $\varphi$ ,  $\varepsilon$ , e Prova (quadro E).

1ª linha (linha I) – Reproduz-se, simplesmente, a 1ª equação normal do quadro D, porém com cinco casas decimais.

Prova – A soma dos valores das  $n$  colunas mais a coluna  $\varphi$  deve ser igual ao valor inscrito na coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$+ 3,01000 - 0,05000 - 0,15000 + 3,45000 = + 5,26000$$

b. 2ª linha (linha  $C_1$ ) – Obtém-se dividindo os valores da 1ª linha pelo seu primeiro coeficiente, com o sinal trocado. Na coluna 1 escrever o símbolo  $C_1$  equivalente a - 1,00000.

$$\text{Cln. 2} \dots\dots - 1,05000 \div -3,01000 = + 0,34884$$

$$\text{Cln. 3} \dots\dots - 0,15000 \div -3,01000 = + 0,04983$$

$$\text{Cln. } \varphi \dots\dots + 3,45000 \div -3,01000 = - 1,14617$$

$$\text{Cln. } \varepsilon \dots\dots + 5,26000 \div -3,01000 = - 1,74751$$

Prova – A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$  inclusive, deve ser igual ao valor inscrito na coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$- 1,00000 + 0,34884 + 0,04983 - 1,14617 = - 1,74751$$

c. 3ª linha (linha II) – dá-se um traço sob a 2ª linha e escreve-se abaixo a 2ª equação normal.

Prova – A soma dos valores constantes nesta linha até a coluna  $\varphi$ , mais o registro da coluna 2, linha 1, deve ser igual ao da coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$- 1,05000 + 5,47000 - 0,85000 - 0,32000 - 0,57000 + 3,94000 = + 6,62000$$

d. 4ª linha (linha  $L_1$ ) – Obtém-se multiplicando o 1º termo da linha  $C_1$  pelos termos da linha, a partir da coluna 2 para a direita.

$$\text{Cln. 2} \dots\dots + 0,34884 \times - 1,05000 = - 0,36628$$

$$\text{Cln. 3} \dots\dots + 0,34884 \times - 0,15000 = - 0,05233$$

$$\text{Cln. } \varphi \dots\dots + 0,34884 \times + 3,45000 = + 1,20350$$

$$\text{Cln. } \varepsilon \dots\dots + 0,34884 \times + 5,26000 = + 1,83489$$

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$ , mais o registro da linha 1, coluna 2, tomado com o sinal trocado, deve ser igual ao da coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$+ 1,05000 - 0,36628 - 0,05233 + 1,20350 = + 1,83489$$

**e. 5ª linha (linha R<sub>1</sub>)** – Dá-se um traço (tinta carmim) e escreve-se abaixo a soma algébrica das 3ª e 4ª linhas, coluna por coluna, obtendo-se assim, a 1ª equação reduzida.

$$\text{Cln } 2 \dots\dots\dots + 5,47000 - 0,36628 = + 5,10372$$

$$\text{Cln } 3 \dots\dots\dots - 0,85000 - 0,05233 = - 0,90233$$

$$\text{Cln } 4 \dots\dots\dots - 0,32000 - 0 \quad = - 0,32000$$

$$\text{Cln } 5 \dots\dots\dots - 0,57000 - 0 \quad = - 0,57000$$

$$\text{Cln } \varphi \dots\dots\dots + 3,94000 + 1,20350 = + 5,14350$$

$$\text{Cln } \varepsilon \dots\dots\dots + 6,62000 + 1,83489 = + 8,45489$$

Prova: A soma dos valores inscritos nesta linha até a coluna  $\varphi$  deve ser igual ao da coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$+ 5,10372 - 0,90233 - 0,32000 - 0,57000 + 5,14350 = + 8,45489$$

**f. 6ª linha (linha C<sub>2</sub>)** – Obtém-se dividindo os termos da 5ª linha pelo seu 1º termo, com o sinal trocado. O símbolo C<sub>2</sub> é inscrito na coluna 2 e equivale a 1,00000.

$$\text{Cln. } 3 \dots\dots\dots - 0,90232 \div -5,10372 = + 0,17680$$

$$\text{Cln. } 4 \dots\dots\dots - 0,32000 \div -5,10372 = + 0,06270$$

$$\text{Cln. } 5 \dots\dots\dots - 0,57000 \div -5,10372 = + 0,11168$$

$$\text{Cln. } \varphi \dots\dots\dots + 5,14350 \div -5,10372 = - 1,00779$$

$$\text{Cln. } \varepsilon \dots\dots\dots + 8,45489 \div -5,10372 = - 1,65661$$

Prova: A soma dos valores inscritos nesta linha a partir da coluna 2 até a coluna  $\varphi$  deve ser igual ao da coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$- 1,00000 + 0,17680 + 0,06270 + 0,11167 - 1,00779 = - 1,65661$$

**g. 7ª linha (linha III)** – Dá-se um traço sob a 6ª linha e reproduz-se a 3ª equação normal.

Prova: A soma dos valores constantes nesta linha até a coluna  $\varphi$ , mais a soma algébrica dos registros das linhas 1 e 3 da coluna  $\varepsilon$ , deve ser igual ao da coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$- 0,15000 - 0,85000 - 2,89000 - 1,00000 - 8,01000 = - 7,12000$$

**h. 8ª linha (linha L<sub>1</sub>)** – Resulta da multiplicação do 2º termo da 2ª linha pelos termos da 1ª linha a partir da coluna 3.

$$\text{Cln } 3 \dots\dots\dots + 0,04983 \times - 0,15000 = - 0,00747$$

$$\text{Cln } \varphi \dots\dots\dots + 0,04983 \times + 3,45000 = + 0,17191$$

$$\text{Cln } \varepsilon \dots\dots\dots + 0,04983 \times + 5,26000 = + 0,26211$$

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$ , adicionada aos valores inscritos nas linhas 1 (este com sinal trocado) e 4 da coluna 3, deve ser igual ao valor da coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$+ 0,15000 - 0,05233 - 0,00747 + 0,17191 = + 0,26211$$

**i. 9ª linha (linha L<sub>2</sub>)** – Resulta da multiplicação do 1º termo da linha C<sub>2</sub> pelos termos da linha acima (linha 5) a partir da coluna 3 para a direita.

$$\text{Cln } 3 \dots\dots\dots + 0,17680 \times - 0,90233 = - 0,15953$$

$$\text{Cln } 4 \dots\dots\dots + 0,17680 \times - 0,32000 = - 0,05658$$

$$\text{Cln } 5 \dots\dots\dots + 0,17680 \times - 0,57000 = - 0,10078$$

$$\text{Cln } \varphi \dots\dots\dots + 0,17680 \times + 5,14350 = + 0,90937$$

$$\text{Cln } \varepsilon \dots\dots\dots + 0,17680 \times + 8,45489 = + 1,49481$$

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$ , adicionada ao valor inscrito na linha 5 (este com o sinal trocado), deve ser igual ao da coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$+ 0,90233 - 0,15953 - 0,05658 - 0,10078 + 0,90937 = + 1,49481$$

**j. 10ª linha (linha R<sub>2</sub>)** –Dá-se um traço e efetua-se abaixo a soma algébrica das linhas 7, 8 e 9, coluna por coluna, e tem-se a 2ª reduzida.

$$\text{Cln } 3 \dots\dots\dots + 2,89000 - 0,00747 - 0,15953 = + 2,72300$$

$$\text{Cln } 4 \dots\dots\dots - 1,00000 \qquad - 0,05658 = - 1,05658$$

$$\text{Cln } 5 \dots\dots\dots \qquad - 0,10078 = - 0,10078$$

$$\text{Cln } \varphi \dots\dots\dots - 8,01000 + 0,17191 + 0,90937 = - 6,92872$$

$$\text{Cln } \varepsilon \dots\dots\dots - 7,12000 + 0,26211 + 1,49481 = - 5,36308$$

Prova: A soma dos valores inscritos nesta linha até a coluna  $\varphi$ , deve ser igual a da coluna  $\varepsilon$ ; assim:

$$+ 2,72300 - 1,05658 - 0,10078 - 6,92872 = - 5,36308$$

1. **11ª linha (linha C<sub>3</sub>)** – Obtém-se dividindo os termos da 10ª linha pelo seu primeiro termo, trocando-se o sinal destes termos. Escreve-se C<sub>3</sub>, na coluna 3, equivalente a - 1,00000.

$$\text{Cln 4} \dots\dots\dots - 1,05658 \div - 2,72300 = + 0,38802$$

$$\text{Cln 5} \dots\dots\dots - 0,10078 \div - 2,72300 = + 0,03701$$

$$\text{Cln } \psi \dots\dots\dots - 6,92872 \div - 2,72300 = + 2,54451$$

$$\text{Cln } \epsilon \dots\dots\dots - 5,36308 \div - 2,72300 = + 1,96954$$

Prova: A soma dos valores nesta linha até a coluna  $\varphi$  deve ser igual ao da coluna  $\epsilon$  ; assim:

$$- 1,00000 + 0,38802 + 0,03701 + 2,54451 = + 1,96954$$

m. **12ª linha (linha IV)** – Dá-se um traço sob a linha 11 e reproduz-se a 4ª equação normal.

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$  , adicionada aos valores das linhas 1,3 e 7, da col. 4, deve ser igual ao da coluna  $\epsilon$  ; assim:

$$- 0,32000 - 1,00000 + 4,40000 - 1,05000 + 0,19000 = + 2,22000$$

n. **13ª linha (linha L<sub>1</sub>)** – Deixa-se em branco, porque o 3º termo da linha C<sub>1</sub> sendo nulo, os produtos desse termo pelos termos da 1ª linha serão nulos.

o. **14ª linha (linha L<sub>2</sub>)** – Multiplica-se, agora, o 2º termo da linha C<sub>2</sub> pelos termos da linha acima (5ª linha) a partir da coluna 4.

$$\text{Cln 4} \dots\dots\dots + 0,06270 \times - 0,32000 = - 0,02006$$

$$\text{Cln 5} \dots\dots\dots + 0,06270 \times - 0,57000 = - 0,03574$$

$$\text{Cln } \psi \dots\dots\dots + 0,06270 \times + 5,14350 = + 0,32250$$

$$\text{Cln } \epsilon \dots\dots\dots + 0,06270 \times + 8,45489 = + 0,53012$$

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$  , adicionada aos valores das linhas 3 (com o sinal trocado) e 9 da coluna 4, deve ser igual ao da coluna  $\epsilon$  ; assim:

$$+ 0,32000 - 0,05658 - 0,02006 - 0,03574 + 0,32250 = + 0,53012$$

p. **15ª linha (linha L<sub>3</sub>)** – Multiplica-se o 1º termo da linha C<sub>3</sub> pelos termos da linha acima (10ª linha) a partir da coluna 4 para a direita.

$$\begin{aligned} \text{Cln 4} & \dots\dots\dots + 0,38802 \times - 1,05658 = - 0,40997 \\ \text{Cln 5} & \dots\dots\dots + 0,38802 \times - 0,10078 = - 0,03910 \\ \text{Cln } \varphi & \dots\dots\dots + 0,38802 \times - 6,92372 = - 2,68848 \\ \text{Cln } \xi & \dots\dots\dots + 0,38802 \times - 5,36308 = - 2,08097 \end{aligned}$$

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$ , adicionada ao valor da linha 10 (com sinal trocado), deve ser igual ao da coluna  $\xi$ ; assim:

$$+ 1,05658 - 0,40997 - 0,03910 - 2,68848 = - 2,08097$$

**q. 16ª linha (linha  $R_3$ )** – Dá-se um traço, abaixo da 15ª linha e efetua-se a soma algébrica das linhas 12 e 15, coluna por coluna.

$$\begin{aligned} \text{Cln 4} & \dots\dots\dots + 4,40000 - 0,02006 - 0,40997 = + 3,96997 \\ \text{Cln 5} & \dots\dots\dots - 1,05000 - 0,03574 - 0,03910 = - 1,12484 \\ \text{Cln } \varphi & \dots\dots\dots + 0,19000 + 0,32250 - 2,68848 = - 2,17598 \\ \text{Cln } \xi & \dots\dots\dots + 2,22000 + 0,53012 - 2,08097 = + 0,66915 \end{aligned}$$

Prova: A soma dos registros desta linha até a coluna  $\varphi$ , deve ser igual a da coluna  $\xi$ ; assim:

$$+ 3,96997 - 1,12484 - 2,17598 = + 0,66915$$

**r. 17ª linha (linha  $C_4$ )** – Procedendo-se, sempre, da mesma forma, divide-se, agora, os termos da 16ª linha pelo seu 1º termo (este com o sinal trocado). Escreve-se na coluna 4 o símbolo  $C_4$  equivalente a - 1,00000.

$$\begin{aligned} \text{Cln 5} & \dots\dots\dots - 1,12484 \div - 3,96997 = + 0,28334 \\ \text{Cln } \varphi & \dots\dots\dots - 2,17598 \div - 3,96997 = + 0,54811 \\ \text{Cln } \xi & \dots\dots\dots + 0,66915 \div - 3,96997 = - 0,16855 \end{aligned}$$

Prova: A soma dos registros nesta linha até a coluna  $\varphi$  deve ser igual ao da coluna  $\xi$ ; assim:

$$- 1,00000 + 0,28334 + 0,54811 = - 0,16855$$

**s. 18ª linha (linha V)** – Reproduz-se a 5ª equação normal.

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$ , adicionada aos valores inscritos nas linhas 1, 3, 7, e 12 da coluna 5, deve ser igual ao da coluna  $\xi$ ; assim:

$$- 0,57000 - 1,05000 + 3,82000 - 0,05000 = + 2,15000$$

t. **19ª linha (linha L<sub>1</sub>)** – Deixa-se em branco, porque o 5º termo da linha C<sub>1</sub> é nulo, isto é:

linha C<sub>1</sub>: coluna 4 x valores da linha 1 = 0

u. **20ª linha (linha L<sub>2</sub>)** – Tem-se os produtos:

linha C<sub>2</sub>: coluna 5 x valores da linha 5

ou

$$\text{Cln } 5 \dots\dots\dots + 0,11168 \times - 0,57000 = - 0,06366$$

$$\text{Cln } \varphi \dots\dots\dots + 0,11168 \times + 5,14350 = + 0,57442$$

$$\text{Cln } \epsilon \dots\dots\dots + 0,11168 \times + 8,45489 = + 0,94424$$

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$ , adicionada aos das linhas 5 (este com o sinal trocado), 9 e 14 da coluna 5, deve ser igual ao da coluna  $\epsilon$ ; assim:

$$+ 0,57000 - 0,10078 - 0,03574 - 0,06366 + 0,57442 = + 0,94424$$

v. **21ª linha (linha L<sub>3</sub>)** – Produtos: linha 3 coluna 5 x valores da linha 10.

$$\text{Cln } 5 \dots\dots\dots + 0,03701 \times - 0,10078 = - 0,00373$$

$$\text{Cln } \varphi \dots\dots\dots + 0,03701 \times - 6,92872 = - 0,25643$$

$$\text{Cln } \epsilon \dots\dots\dots + 0,03701 \times - 5,36308 = - 0,19848$$

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$ , adicionada aos valores das linhas 10 (este com o sinal trocado) e 15, da coluna 5, deve ser igual ao da coluna  $\epsilon$ ; assim:

$$+ 0,10078 - 0,03910 - 0,00373 - 0,25643 = - 0,19848$$

x. **22ª linha (linha L<sub>4</sub>)** – Produtos: linha C<sub>4</sub> Cln 5 x valores da linha 16.

$$\text{Cln } 5 \dots\dots\dots + 0,28334 \times - 1,12484 = - 0,31871$$

$$\text{Cln } \varphi \dots\dots\dots + 0,28334 \times - 2,17598 = - 0,61654$$

$$\text{Cln } \epsilon \dots\dots\dots + 0,28334 \times + 0,66915 = + 0,18959$$

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\varphi$ , adicionada ao valor da linha 16, com o sinal trocado, deve ser igual ao da coluna  $\epsilon$ ; assim:

$$+ 1,12484 - 0,31871 - 0,61654 = + 0,18959$$

z. **23ª linha (linha R<sub>4</sub>)** – Dá-se um traço e efetua-se a soma algébrica das linhas 18 e 22, coluna por coluna.



$$\text{Cln } \mathfrak{E} \dots\dots\dots + 3,82000 - 0,06366 - 0,00373 - 0,31871 = + 3,43390$$

$$\text{Cln } \mathcal{P} \dots\dots\dots - 0,05000 + 0,57442 - 0,25643 - 0,61654 = -0,34855$$

$$\text{Cln } \mathcal{E} \dots\dots\dots + 2,15000 + 0,94424 + 0,19848 + 0,18959 = +3,08535$$

Prova: A soma dos valores desta linha até a coluna  $\mathcal{P}$ , deve ser igual ao da coluna  $\mathcal{E}$  assim:

$$+ 3,43390 - 0,34855 = + 3,08535$$

**ab. 24ª linha (linha  $C_5$ )** – Divisão dos termos da linha 23 pelo seu 1º termo, com o sinal trocado. Escreve-se na coluna 5 o símbolo  $C_5$  equivalente a - 1,00000

$$\text{Cln } \mathcal{P} \dots\dots\dots - 0,34855 \div + 3,43390 = - 0,10150$$

$$\text{Cln } \mathcal{E} \dots\dots\dots + 3,08535 \div + 3,43390 = + 0,89850$$

Prova: A soma desta linha até a coluna  $\mathcal{P}$ , deve ser igual ao da coluna  $\mathcal{E}$ ; assim:  
 $- 1,00000 + 0,10150 = - 0,89850$

**ac. 25ª linha** – Na coluna  $\mathcal{P}$  escreve-se um 0 (zero) e na coluna  $\mathcal{E}$  registra-se a soma algébrica dos erros de fechamento, isto é:

$$+ 3,45000 + 3,94000 - 8,01000 + 0,19000 - 0,05000 = - 0,48000$$

**ad. 26ª a 30ª linha** – São registrados os produtos dos valores inscritos na coluna  $\mathcal{P}$ , linhas 1, 5, 10, 16 e 23, respectivamente pelos constantes nas linhas 2, 6, 11, 17 e 24 da mesma coluna  $\mathcal{P}$  e da coluna  $\mathcal{E}$ ; assim:

$$\text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 1} \times \text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 2}$$

$$\text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 5} \times \text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 6}$$

$$\text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 10} \times \text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 11}$$

$$\text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 16} \times \text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 17}$$

$$\text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 23} \times \text{Cln } \mathcal{P} \text{ linha 24}$$

No exemplo tem-se:

$$+ 3,45000 \times - 1,14617 = - 3,95429$$

$$+ 5,14350 \times - 1,00779 = - 5,18357$$

$$- 6,92872 \times + 2,54451 = -17,63020$$

$$- 2,17598 \times + 0,54811 = - 1,19268$$

$$- 0,34855 \times + 0,10150 = - 0,03538$$

Cln  $\varphi$  linha 1 x Cln  $\mathcal{E}$  linha 2  
 Cln  $\varphi$  linha 5 x Cln  $\mathcal{E}$  linha 6  
 Cln  $\varphi$  linha 10 x Cln  $\mathcal{E}$  linha 11  
 Cln  $\varphi$  linha 16 x Cln  $\mathcal{E}$  linha 17  
 Cln  $\varphi$  linha 23 x Cln  $\mathcal{E}$  linha 24

No exemplo tem-se:

$$\begin{aligned}
 &+ 3,45000 \times - 1,74751 = - 6,02890 \\
 &+ 5,14350 \times - 1,65661 = - 8,52077 \\
 &- 6,92872 \times + 1,96954 = -13,64639 \\
 &- 2,17598 \times - 0,16855 = + 0,36676 \\
 &- 0,34855 \times - 0,89850 = + 0,31318
 \end{aligned}$$

**ae. 31ª linha** – Provas: Obtém-se somando os valores inscritos nas linhas 26 a 30, das colunas  $\varphi$  e  $\mathcal{E}$  respectivamente. Estas duas somas devem ser iguais entre si e aos valores de  $\sum C \varphi$  e  $\sum pvv$ .

$$0 - 3,95429 - 5,18357 - 17,63020 - 1,19268 - 0,03538 = - 27,99612$$

$$- 0,48000 - 6,02890 - 8,52077 - 13,64639 + 0,36676 + 0,31318 = - 27,99612$$

## 8-12. OBSERVAÇÕES

**a.** Na organização do quadro E (Resolução das equações normais) podemos adotar, ainda, as seguintes indicações para as linhas horizontais.

(1) Algarismos romanos I, II, III, ... para as linhas em que são reproduzidas as equações normais;

(2) Letras  $C_1, C_2, C_3, \dots$  as que encerram os símbolos das correlatas.

(3) Letras  $R_1, R_2, R_3, \dots$  as que se referem às reduzidas;

(4) Letras  $L_1, L_2, L_3, \dots$  para as linhas compreendidas entre as equações normais e as reduzidas.

Essas indicações facilitam as "provas", que de um modo geral são obtidas como se segue.

**b. Para as linhas em algarismos romanos:** A soma dos valores constantes na linha considerada até a coluna  $\varphi$  adicionada aos valores inscritos nas linhas

anteriores do mesmo nome (em romanos), deve ser igual ao da coluna  $\mathcal{E}$  da linha em questão.

Exemplo da linha III.

$$- 0,15000 (\text{I Cln } 3) - 0,85000 (\text{II Col } 3) + 2,89000 - 1,00000 - 8,01000 \\ (\text{III Cln } 3, 4, \varphi) = - 7,12000 (\text{III Cln } \mathcal{E})$$

**c. Para as linhas em R ou em C:** A soma dos valores inscritos nessas linhas (R ou C) até a coluna  $\varphi$ , deve ser igual ao da coluna  $\mathcal{E}$  da linha considerada.

Seja, por exemplo, a linha  $R_2$  :

$$+ 2,72300 - 1,05658 - 0,10078 - 6,92872 = - 5,36308$$

ou para a linha  $C_3$  :

$$- 1,00000 + 0,38802 + 0,03701 + 2,54451 = + 1,96954$$

**d. Para as linhas com as indicações L:** A soma dos valores constantes da linha considerada até a coluna  $\varphi$  adicionada aos valores registrados nas linhas anteriores do mesmo nome, mais o valor da linha I,  $R_1, R_2 \dots$  (este tomado com o sinal trocado) respectivamente, conforme a linha considerada seja  $L_1, L_2, L_3, \dots$  deve ser igual ao valor inscrito na coluna  $\mathcal{E}$  da linha em questão.

Seja por exemplo a linha  $L_1$  compreendida entre as linhas III e  $R_2$  :

$$+ 0,15000 (\text{linha I, Cln } 3, \text{ o sinal trocado}) - 0,05233 (\text{linha } L_1 \text{ Cln } 3) \\ - 0,10078 + 0,90937 (\text{linha } L_2) = + 1,49481 (\text{linha } L_2, \text{ Cln } \mathcal{E}).$$

Linha  $L_2$ , entre as linhas III e  $R_2$  :

$$+ 0,90233 (\text{linha } R_1 \text{ Cln. } 3, \text{ sinal trocado}) - 0,15953 - 0,05658 - 0,10078 \\ + 0,90937 (\text{linha } L_2) = + 1,49491 (\text{linha } L_2 \text{ Cln } \mathcal{E}).$$

Para a linha  $L_3$ , entre as linhas V e  $R_4$  :

$$+ 0,10078 (\text{linha } R_2 \text{ Cln } 5, \text{ sinal trocado}) - 0,03910 (\text{linha } L_3 \text{ Cln } 5) \\ - 0,00373 - 0,25643 (\text{linha } L_3 \text{ Cln } 5) = - 0,19848 (\text{linha } L_3 \text{ Cln } \mathcal{E})$$

### 8-13. 9ª OPERAÇÃO – CÁLCULO DAS CORRELATIVAS C

Organiza-se um quadro com n colunas (n = 5), numeradas na ordem decrescente de n a 1.

**a. 1ª linha** – São registrados os termos da coluna  $\varphi$ , constantes nas linhas C, do quadro da resolução das equações normais, (quadro E), começando de baixo para cima.

**b. 2ª linha** – Dá-se um traço sob o termo da coluna 5, repetindo-se este valor em baixo do referido traço, é o  $C_5$ . Multiplica-se depois o valor de  $C_5$  por todos os registros da coluna 5 das linhas C do quadro E de baixo para cima.

$$\begin{aligned}
 C_5 &= + 0,10150 + 0,10150 \times + 0,29334 = + 0,02876 \\
 &+ 0,01050 \times + 0,03701 = + 0,00375 \\
 &+ 0,10150 \times + 0,11168 = + 0,01133
 \end{aligned}$$

**c. 3ª linha** – Dá-se um traço sob a 2ª linha da coluna 4 e efetua-se a soma dos valores das linhas 1 e 2, obtendo-se o valor de  $C_4$ . Multiplica-se em seguida o valor de  $C_4$  por todos os valores da coluna 4 das linhas C do quadro E de baixo para cima.

$$\begin{aligned}
 C_4 &= + 0,54811 + 0,02876 = + 0,57687 \\
 &+ 0,57687 \times + 0,38802 = + 0,22384 \quad \text{Cln 3} \\
 &+ 0,57687 \times + 0,06270 = + 0,03617 \quad \text{Cln 2}
 \end{aligned}$$

**d. 4ª linha** – Procedendo-se do mesmo modo, efetua-se a soma das linhas 1 a 3 da coluna 3, obtendo-se o valor de  $C_3$ . Multiplica-se depois o valor de  $C_3$  por todos os valores das linhas C, coluna 3 do quadro E, de baixo para cima.

$$\begin{aligned}
 C_3 &= + 2,54451 + 0,00375 \times + 0,22304 = + 2,77210 \\
 &+ 2,77210 \times + 0,17680 = + 0,49011 \quad \text{Cln 2} \\
 &+ 2,77270 \times + 0,04983 = + 0,13813 \quad \text{Cln 1}
 \end{aligned}$$

**e. 5ª linha** – Efetuando-se a soma das linhas 1 e 4 da coluna 2, obtém-se o valor de  $C_2$ . Multiplica-se em seguida o valor de  $C_2$  pelos valores das linhas C, coluna 2 do quadro E de baixo para cima.

$$\begin{aligned}
 C_2 &= - 1,00779 + 0,1133 + 0,03617 + 0,49011 = - 0,47018 \\
 &- 0,47018 \times + 0,34384 = - 0,16402 \quad \text{Cln 1}
 \end{aligned}$$

**f. 6ª linha** – É o resultado da soma dos valores das linhas 1 a 5 da coluna 1, que é o valor de  $C_1$

$$C_1 = - 1,14617 + 0,13813 - 0,16402 = - 1,17206$$

#### 8-14. 10ª OPERAÇÃO – CÁLCULOS DAS CORREÇÕES V

**a.** Forma-se um quadro G, semelhante ao das correlatas com  $n + 5$  colunas ( $n=5$ ).

- (1) A primeira coluna é denominada "Nº dos V";
- (2) As cinco colunas seguintes são numeradas 1, 2, 3, ... n, relativas às N equações usadas neste trabalho;
- (3) As quatro colunas seguintes são designadas, respectivamente,  $\Sigma C$ ,  $1/p$ ,  $V = \Sigma C \cdot 1/p$  e "v".

**b.** O quadro é preenchido, coluna por coluna, como se segue:

- (1) Na coluna "nº de v" escreve-se os números das correções que entram no cálculo;
- (2) Nas colunas 1, 2, 3, ... n são registrados, respectivamente, os produtos das correlativas  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$  pelos coeficientes + 1 ou - 1 das colunas correspondentes indicadas no quadro das correlativas (quadro C);
- (3) Cada registro na coluna  $\Sigma C$  é a soma dos valores na mesma linha das n (n=5) colunas numeradas do quadro G;
- (4) A coluna  $1/p$  é preenchida copiando diretamente da coluna correspondente do quadro das correlativas (quadro C);
- (5) Cada registro na coluna  $V = \Sigma C \cdot 1/p$  é o produto dos valores das duas colunas anteriores; os v são expressos em cm;
- (6) Na coluna v os valores das correções são inscritos em mm.

#### 8-15. 11ª OPERAÇÃO – VERIFICAÇÃO

**a.** Concluindo o cálculo das correções v, é verificado se as correções igualam o erro de fechamento dos diversos circuitos. Caso ocorram pequenas discrepâncias, procura-se arredondar os valores dos v, de forma a se verificar o fechamento. Esta discrepância deve-se a defeitos de aproximação nos cálculos.

**b.** Os valores de V, depois de arredondados, são transportados para o quadro B-1, escrevendo-se na coluna 1, em metros, deixando a coluna 2, desse quadro B-1, para as diferenças de nível compensadas.

#### 8-16. 12ª OPERAÇÃO – CONCLUSÃO

Terminadas as operações anteriores resta somente fazer a distribuição linear das correções por todas as RN colocadas entre os diversos pontos nodais, ou melhor, distribuir pela RN as correções V, proporcionais às distâncias das seções consideradas.

As correções  $V'$  das diversas RN são dadas pelas fórmulas:

$$V' = \frac{V}{L} R ; \frac{V}{L} = \text{constante}$$

onde  $V$  é a correção calculada para a linha  $L$  e  $R$  a distância entre as RN.

#### 8-17. RESUMO DAS OPERAÇÕES

- a. **1ª operação** – Croqui da rede a ser compensada.
- b. **2ª operação** – Organização do quadro das linhas – Quadro A.
- c. **3ª operação** – Organização dos quadros do cálculo do fechamento dos circuitos e do cálculo dos circuitos compensados.

$l_1, l_2, l_3, \dots$  medidas executadas

$v_1, v_2, v_3, \dots$  correções em  $l_1, l_2, l_3, \dots$

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$  erros de fechamento dos circuitos I, II, ...

- d. **4ª operação** – Formação das equações de condição

$a_1, a_2, a_3, \dots$  coeficientes da 1ª equação

$b_1, b_2, b_3, \dots$  coeficiente da 2ª equação

Equações de condição:

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + \dots + \varphi_1 = 0$$

$$b_1 v_1 + b_2 v_2 + b_3 v_3 + \dots + \varphi_2 = 0$$

- e. **5ª operação** – Adotamos para cada percurso um peso inversamente proporcional ao seu comprimento, isto é,  $p = A \frac{1}{L}$

$P_1, P_2, P_3, \dots$  pesos das medidas  $l_1, l_2, l_3, \dots$

$A$  ..... fator de proporcionalidade.

**f. 6ª operação** – Formação das equações correlatas.

$$v_1 = ( a_2 C_1 + b_2 C_2 + c_2 C_3 + \dots ) 1/p_2$$

$$v_2 = ( a_1 C_1 + b_1 C_2 + c_1 C_3 + \dots ) 1/p_1$$

$$v_3 = ( a_3 C_1 + b_3 C_2 + c_3 C_3 + \dots ) 1/p_3$$

.....

sendo:

$C_1, C_2, C_3$  ..... os coeficientes correlatos  
 .....

**g. 7ª operação** – Formação das equações normais.

Equações normais:

$$\left[ \frac{aa}{p} \right] = \frac{a_1^2}{p_1} + \frac{a_2^2}{p_2} + \frac{a_3^2}{p_3} + \dots \quad 1^a \text{ coef. da } 1^a \text{ eq.}$$

$$\left[ \frac{ab}{p} \right] = \frac{a_1 b_1}{p_1} + \frac{a_2 b_2}{p_2} + \frac{a_3 b_3}{p_3} + \dots \quad 2^a \text{ coef. da } 1^a \text{ eq.}$$

$$\left[ \frac{ac}{p} \right] = \frac{a_1 c_1}{p_1} + \frac{a_2 c_2}{p_2} + \frac{a_3 c_3}{p_3} + \dots \quad 3^a \text{ coef. da } 1^a \text{ eq.}$$

$$\left[ \frac{bb}{p} \right] = \frac{b_1^2}{p_1} + \frac{b_2^2}{p_2} + \frac{b_3^2}{p_3} + \dots \quad 1^a \text{ coef. da } 2^a \text{ eq.}$$

$$\left[ \frac{bc}{p} \right] = \frac{b_1 c_1}{p_1} + \frac{b_2 c_2}{p_2} + \frac{b_3 c_3}{p_3} + \dots \quad 2^a \text{ coef. da } 2^a \text{ eq.}$$

.....

$$\left[ \frac{ac}{p} \right] = \frac{c_1^2}{p_1} + \frac{c_2^2}{p_2} + \frac{c_3^2}{p_3} + \dots \quad 1^{\text{e}} \text{ coef. da } 3^{\text{a}} \text{ eq.}$$

$$\left[ \frac{cd}{p} \right] = \frac{c_1 d_1}{p_1} + \frac{c_2 d_2}{p_2} + \frac{c_3 d_3}{p_3} + \dots \quad 2^{\text{e}} \text{ coef. da } 3^{\text{a}} \text{ eq.}$$

Na formação do quadro das equações normais introduzimos os "termos somas" para facilitar as verificações e temos:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{aa}{p} \right] c_1 + \left[ \frac{ab}{p} \right] c_2 + \left[ \frac{ac}{p} \right] c_3 + \dots + \varphi_1 - \varepsilon_1 &= 0 \\ &+ \left[ \frac{bb}{p} \right] c_2 + \left[ \frac{bc}{p} \right] c_3 + \dots + \varphi_2 - \varepsilon_2 = 0 \\ &\left[ \frac{cc}{p} \right] c_3 + \dots + \varphi_3 - \varepsilon_3 = 0 \end{aligned}$$

**h. 8ª operação** – Resolução das equações normais.

O esquema prático para a resolução de um sistema de equações normais, encontra-se no quadro E.

**i. 9ª operação** – Cálculo das correlativas.

O quadro F, mostra a maneira simples e prática do cálculo dos valores das correlativas C.

$$\begin{aligned} c_1 &= \left[ \frac{ab}{aa} \right] c_2 + \left[ \frac{ac}{aa} \right] c_3 + \left[ \frac{ad}{aa} \right] c_4 + \dots + \frac{\varphi_1}{aa} \\ c_2 &= \left[ \frac{bc-1}{bb-1} \right] c_3 + \left[ \frac{bd-1}{bb-1} \right] c_4 + \dots + \frac{\varphi_2}{bb-1} \\ c_3 &= \left[ \frac{cd-2}{cc-2} \right] c_4 + \dots + \frac{\varphi_3}{cc-2} \end{aligned}$$



**j. 10ª operação** – Cálculo das correções  $v$  (quadro G).

$$v = ( a_1 c_1 + b_1 c_2 + c_1 c_3 + \dots ) \quad 1/P_1$$

$$v = ( a_2 c_1 + b_2 c_2 + c_2 c_3 + \dots ) \quad 1/P_2$$

**l. 11ª operação** – Arredondamento dos valores das correções  $V$  caso ocorram pequenas discrepâncias no fechamento dos circuitos e preenchimento do quadro B-1, escrevendo-se os valores das correções em metros.

**m. 12ª operação** – Distribuição linear das correções por todas as RN, colocadas entre os diversos pontos nodais, pela fórmula:

$$v' = \frac{V}{L} \cdot R$$

sendo  $v$  a correção calculada para a linha  $L$  e  $R$  distâncias entre as RN.

#### 8-18. TRANSPORTE DAS ALTITUDES COMPENSADAS (G - 452)

- a. Para o cálculo das altitudes compensadas, emprega-se o formulário G - 452.
- b. Nas duas primeiras colunas, são lançadas as matrículas e os comprimentos "R" das seções retiradas do formulário G - 450.
- c. Na coluna 4, lançam-se, em metros, os desníveis corrigidos da correção ortométrica, retiradas da coluna 4 do formulário G - 451.
- d. Os valores das correções "V" entre as RN, em metros, surgem na coluna 5, multiplicando o valor da constante  $\frac{V}{L}$ , consignada no alto do formulário G - 452 pelo comprimento "R" da seção considerada.
- e. Na coluna 6, tem-se, em metros, os desníveis ajustados, resultantes da soma algébrica dos valores das colunas 4 e 5.
- f. Finalmente, tem-se, na última coluna, as altitudes compensadas e transportadas, apuradas ao décimo de milímetros.
- g. Exemplo e preenchimento do formulário G - 452.



A QUADRO DAS LINHAS							
Número de Ordem	Linhas	Designação das RN RNi - RNF	Altitudes das RN com as correções ortométricas		Diferenças de nível observadas entre as RN	Corr. "V"	Extensão das linhas em Km
1	L-42	3T — 43-76	386,6319	965,4688	+ 578,8369	+V1	139
2	43	43-76 — 46-9	965,4588	8,1029	-957,3659	+V2	211
3	46	46-9 — 49-118	8,1029	6,9846	-1,1183	+V3	30
4	49	49-118 — 50-74	6,9846	2,9964	-3,9882	+V4	134
5	50	50-74 — 50-1	2,9964	4,1406	+ 1,1442	+V5	89
6	39	43-76 — 39-49	965,4688	672,3087	-293,1601	+V6	186
7	37	39-49 — 37-13	672,3087	602,7474	-69,5613	+V7	51
8	8	37-13 — 1-44	602,7474	469,0511	-133,6983	+V8	140
9	1	1-44 — 2-31	469,0117	113,4530	-355,5587	+V9	159
10	2	2-3 — 10-13	113,453	69,1009	-44,3521	+V10	114
11	10	10-13 — 45-39	69,1009	21,4604	-47,6405	+V11	64
12	45	45-39 — 46-9	21,4604	8,1029	-13,3575	+V12	171
13	47	45-39 — 48-65	21,5405	54,0299	+32,4894	+V13	200
14	48	48-65 — 49-118	54,0299	6,9846	-47,0453	+V14	178
15	3	10-13 — 3-45	69,1009	445,1658	+376,0649	+V15	100
16	12	3-45 — 17-51	445,1658	393,8691	-51,3067	+V16	109
17	14	17-51 — 14-10	393,8585	210,1186	-183,7400	+V17	39
18	55	14-10 — 55-39	210,1186	51,7234	-158,3952	+V18	157
19	56	55-39 — 56-25	51,7234	11,4005	-40,3229	+V19	74
20	58	56-25 — 48-65	11,4005	53,9512	+42,5507	+V20	137
21	4	2-31 — 4-23	113,4530	107,9302	-5,5228	+V21	44
22	5	4-23 — 5-28	107,9302	102,4965	-5,4337	+V22	70
23	19	5-28 — 19-6	102,4965	87,4688	-15,0277	+V23	11
24	18	19-6 — 18-33	87,4588	183,0628	+95,5940	+V24	155
25	L-17	18-33 — 17-51	183,0628	393,8586	+210,7958	+V25	159
							2.921 [L]
Pontos Fixos			Altitude				
RN 50 - 1 Marégrafo de Torres (Datum)			4,1406 m				
RN 3T Pilar do I.B.G.E., em Rocinha			386,6664m				
RN 7L Pilar do I.B.G.E., em Barracão			464,1245m				

Figura 8 - 3. QUADRO A - Quadro das Linhas

B						B-1			
Quadro dos fechamentos de circuitos						Quadro dos circuitos compensados			
Circuitos	Nº de ordem	Linhas	Designação das RN RN <sub>i</sub> - RN <sub>f</sub>	Extensão das linhas em Km.	Dif. de nível com corr. ortom. (m)	Corr. "V"	Valores das "V" (m)	Dif. de nível compensada (m)	
I	1	L-42	50-1 - 3 T		382,5258			+ 382,5258	
	2	L-43	3 T - 43-76	139	+ 578,8369	+ V 1	- 0,0082	+ 578,8287	
	3	43	43-76 - 46-9	211	- 957,3659	+ V 2	- 0,0074	- 957,3733	
	4	46	46-9 - 49-118	30	- 1,1183	+ V 3	- 0,0059	- 1,1242	
	5	49	49-118 - 50-74	134	- 3,9882	+ V 4	- 0,0078	- 3,9960	
	5	L-50	50-74 - 50-1	89	+ 1,1442	+ V 5	- 0,0052	+ 1,1390	
			603	+ 0,0345		0,0345	0		
					$\psi_1$				
II	2	L-43	46-9 - 43-76	211	+ 957,3659	- V 2	+ 0,0074	+ 957,3733	
	6	39	43-76 - 39-49	186	- 293,1601	+ V 6	- 0,0044	- 293,1645	
	7	37	39-49 - 37-13	51	- 69,5613	+ V 7	- 0,0012	- 69,5625	
	8	8	37-13 - 1-44	140	- 133,6963	+ V 8	- 0,0033	- 133,6996	
	9	1	1-44 - 2-31	159	- 355,5587	+ V 9	- 0,0038	- 355,5625	
	10	2	2-31 - 10-13	114	- 44,3521	+ V 10	- 0,0032	- 44,3553	
	11	10	10-13 - 45-39	64	- 47,6405	+ V 11	- 0,0034	- 47,6439	
	12	L-45	45-39 - 46-9	171	- 13,3575	+ V 12	- 0,0275	- 13,3850	
				1.096	+ 0,0394		- 0,0394	0	
						$\psi_2$			
	III	3	L-46	49-118 - 46-9	30	+ 1,1183	- V 3	+ 0,0059	+ 1,1242
		12	45	46-9 - 45-39	171	+ 13,3575	- V 12	+ 0,0275	+ 13,3850
13		47	45-39 - 48-65	200	+ 32,4894	+ V 13	+ 0,0220	+ 32,5114	
14		L-48	48-65 - 49-118	178	- 47,0453	+ V 14	+ 0,0247	- 47,0206	
				579	- 0,0801		+ 0,0801	0	
					$\psi_3$				
IV	11	L-10	45-39 - 10-13	64	+ 47,6405	- V 11	+ 0,0034	+ 47,6439	
	15	3	10-13 - 3-45	100	+ 376,0649	+ V 15	+ 0,0024	+ 376,0673	
	16	12	3-45 - 17-51	109	- 51,3067	+ V 16	+ 0,0026	- 51,3041	
	17	14	17-51 - 14-10	39	- 183,7400	+ V 17	+ 0,0012	- 183,7388	
	18	55	14-10 - 55-39	157	- 158,3952	+ V 18	+ 0,0045	- 158,3907	
	19	56	55-39 - 56-25	74	- 40,3229	+ V 19	+ 0,0021	- 40,3208	
	20	58	56-25 - 48-65	137	+ 42,5507	+ V 20	+ 0,0039	+ 42,5546	
	13	L-47	48-65 - 45-39	200	- 32,4894	- V 13	- 0,0220	- 32,5114	
				880	+ 0,0019		- 0,0019	0	
						$\psi_4$			
	V	10	L-2	10-13 - 2-31	114	+ 44,3521	- V 10	+ 0,0032	+ 44,3553
		21	4	2-31 - 4-23	44	- 5,5228	+ V 21	+ 0,0002	- 5,5226
		22	5	4-23 - 5-28	70	- 5,4337	+ V 22	+ 0,0004	- 5,4333
23		19	5-28 - 19-6	11	- 15,0277	+ V 23	+ 0,0001	- 15,0276	
24		18	19-6 - 18-33	155	+ 95,5940	+ V 24	+ 0,0008	+ 95,5948	
25		17	18-33 - 17-51	159	+ 210,7958	+ V 25	+ 0,0008	+ 210,7966	
16		12	17-51 - 3-45	109	+ 51,3067	- V 14	- 0,0026	+ 51,3041	
15		L-3	3-45 - 10-13	100	- 376,0649	- V 15	- 0,0024	- 376,0673	
				762	- 0,0005		+ 0,0005	0	
						$\psi_5$			

Figura 8-4. QUADRO B - Quadro dos Fechamentos de Circuitos  
QUADRO B 1 - Quadro dos Circuitos Compensados

C - QUADRO DAS CORRELATIVAS

Número dos "y"	$\frac{1}{p}$	1	2	3	4	5	$\epsilon$
2	0,70	+1	.	.	.	.	+1
3	1,05	+1	-1	.	.	.	.0
4	0,15	+1	.	-1	.	.	.0
5	0,67	+1	.	.	.	.	+1
6	0,44	+1	.	.	.	.	+1
7	0,93	.	+1	.	.	.	+1
8	0,25	.	+1	.	.	.	+1
9	0,70	.	+1	.	.	.	+1
10	0,80	.	+1	.	.	.	+1
11	0,51	.	+1	.	.	-1	.0
12	0,32	.	+1	.	-1	.	.0
13	0,05	.	+1	-1	.	.	.0
14	1,00	.	.	+1	-1	.	.0
15	0,89	.	.	.	.	.	+1
16	0,50	.	.	.	+1	-1	.0
17	0,55	.	.	.	+1	-1	.0
18	0,20	.	.	.	+1	.	+1
19	0,78	.	.	.	+1	.	+1
20	0,37	.	.	.	+1	.	+1
21	0,68	.	.	.	+1	.	+1
22	0,22	.	.	.	.	+1	+1
23	0,35	.	.	.	.	+1	+1
24	0,05	.	.	.	.	+1	+1
25	0,78	.	.	.	.	+1	+1
25	0,80	.	.	.	.	+1	+1
14,60							

$\frac{[L]}{A} = \left[ \frac{1}{p} \right] = \frac{2921}{200} = 14,60$  (controlado)

Figura 8-5. Quadro C - Quadro das Correlativas

D - QUADRO DAS EQUAÇÕES NORMAIS

Nº de equações	1	2	3	4	5	$\varphi$	$\epsilon$
1	+ 3,01	- 1,05	- 0,15	.	.	+ 3,45	+ 5,26
2	.	+ 5,47	- 0,85	- 0,32	- 0,57	+ 3,94	+ 6,62
3	.	.	+ 2,89	- 1,00	.	- 8,01	- 7,12
4	.	.	.	+ 4,40	- 1,05	+ 0,19	+ 2,22
5	.	.	.	.	+ 3,82	- 0,05	+ 2,15

Figura 8-6. Quadro D - Quadro das Equações Normais

RESOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES NORMAIS

NUMERO DE LINHAS HORIZONTAIS	1	2	3	4	5	$\psi$	$\xi$	PROVA
1	I + 3 01 000 C <sub>1</sub>	-1.05000	-0.15000	-	-	+3.45000	+5.26000	Ø
2		+0.34884	+0.04883	-	-	-1.14617	-1.74751	Ø
3	II +547000 L <sub>1</sub>	-0.85000	-0.32000	-0.57000	+3.94000	+6.62000	Ø	
4		-0.36628	-0.05233	-	+1.20350	+1.83489	Ø	
5	R <sub>1</sub> +5.10372 C <sub>2</sub>	-0.90233	-0.32000	-0.57000	+5.14350	+8.45489	Ø	
6		+0.17680	+0.06270	+0.11168	-1.00779	-1.65661	Ø	
7	III +2 89000 L <sub>1</sub>	-1.00000	-	-	-8.01000	-7.12000	Ø	
8		-0.00747	-	-	+0.17191	+0.26211	Ø	
9	R <sub>2</sub> +2 72300 C <sub>3</sub>	-0.15953	-0.05658	-0.10078	+0.90937	+1.49481	Ø	
10		-1.05658	-0.10078	-6.92872	-3.36508	Ø		
11	+0.38802	+0.03701	+2.54451	+1.96954	Ø			
12	IV +4 40000 L <sub>1</sub>	-1.05000	+0.19000	+2.22000	Ø			
13		-	-	-	Ø			
14	L <sub>2</sub>	-0.02006	-0.03574	+0.32250	+0.53012	Ø		
15		-0.40997	-0.03910	-2.68846	-2.08097	Ø		
16	R <sub>3</sub> +3.96997 C <sub>4</sub>	-1.12484	-2.17598	+0.66915	Ø			
17		+0.28334	+0.54811	-0.18855	Ø			
18	V +3 82000 L <sub>1</sub>	-0.05000	+2.15000	Ø				
19		-	-	Ø				
20	L <sub>2</sub>	-0.06366	+0.57442	+0.94424	Ø			
21		-0.00373	-0.25643	-0.19848	Ø			
22	L <sub>3</sub>	-0.31871	-0.61654	+0.18959	Ø			
23		-	-	-	Ø			
24	R <sub>4</sub> +3.43390 C <sub>5</sub>	-0.34855	+3.08535	Ø				
25	-0.10150	+0.89850	Ø					
26	0	-0.46000	-					
27	-3.95429	-6.02890	-					
28	-5.18357	-6.52077	-					
29	-17.63020	-13.64639	-					
30	-1.19268	+0.35678	-					
31	-0.35538	+0.31318	-					
						-27.99612	-27.99612	Ø
						$\psi_{6-5}$	$\xi_{6-5}$	

Figura 8-7. QUADRO E – Resoluções das Equações Normais

CÁLCULO DAS CORRELATIVAS

5	4	3	2	1
+0.10150	+0.54811	+2.54451	-1.00779	-1.14617
+0.10150	+0.02876	+0.00375	+0.01133	-
C <sub>5</sub>	+0.57687	+0.22384	+0.03617	-
	C <sub>4</sub>	+2.77210	+0.49011	+0.13813
		C <sub>3</sub>	-0.47018	-0.16402
			C <sub>2</sub>	-1.17208
				C <sub>1</sub>

Figura 8-8. QUADRO F -- Cálculo das Correlativas

CÁLCULO DAS CORREÇÕES

NÚMERO DOS "v"	1	2	3	4	5	[c]	l <sub>p</sub>	v[c] l <sub>p</sub> (cm)	"v" (m)
1	-1.17206					-1.17206	0.70	-0.8204	-0.0082
2	-1.17206	+0.47018				-0.70188	1.05	-0.7370	-0.0074
3	-1.17206		-2.77210			-3.94416	0.15	-0.5916	-0.0059
4	-1.17206					-1.17206	0.67	-0.7853	-0.0078
5	-1.17206					-1.17206	0.44	-0.5157	-0.0052
6		-0.47018				-0.47018	0.93	-0.4373	-0.0044
7		-0.47018				-0.47018	0.25	-0.1175	-0.0012
8		-0.47018				-0.47018	0.70	-0.3291	-0.0033
9		-0.47018				-0.47018	0.80	-0.3761	-0.0038
10		-0.47018				-0.47018	0.57	-0.2689	-0.0027
11		-0.47018			-0.10150	-1.04705	0.32	-0.3351	-0.0034
12		-0.47018	-2.77210			-3.24228	0.85	-2.7559	-0.0275
13		+2.77210				+2.19523	1.00	+2.1952	+0.0220
14		+2.77210				+2.77210	0.89	+2.4672	+0.0247
15				+0.57687	-0.10150	+0.47537	0.50	+0.2377	+0.0024
16				+0.57687	-0.10150	+0.47537	0.55	+0.2614	+0.0026
17				+0.57687		+0.57687	0.20	+0.1153	+0.0012
18				+0.57687		+0.57687	0.78	+0.4500	+0.0045
19				+0.57687		+0.57687	0.37	+0.2134	+0.0021
20				+0.57687		+0.57687	0.68	+0.3923	+0.0039
21					+0.10150	+0.10150	0.22	+0.0223	+0.0002
22					+0.10150	+0.10150	0.35	+0.0355	+0.0004
23					+0.10150	+0.10150	0.05	+0.0051	+0.0001
24					+0.10150	+0.10150	0.78	+0.0792	+0.0008
25					+0.10150	+0.10150	0.80	+0.0812	+0.0008

Figura 8-9. QUADRO G - Cálculo das Correções

PROVA DO  $[c\psi] = \psi - 5$

NÚMERO DE EQUAÇÕES	c	$\psi$	$c\psi$
1	1.17206	+ 3.45	- 4.04361
2	0.47018	+ 3.94	- 1.85251
3	+ 2.77210	- 8.01	- 22.20452
4	+ 0.57687	+ 0.19	+ 0.10960
5	+ 0.10150	- 0.05	- 0.00508
		$[c\psi] =$	- 27.99612
		$\psi_6 - 5$	- 27.99612

Figura 8-10. Prova do  $C \psi = \psi - 5$

## PROVA DO (PVV)

Nº	V	VV	pvv
1	-0.8204	0.67305	0.96150
2	-0.7370	0.54317	0.51730
3	-0.5916	0.34999	0.33327
4	-0.7853	0.51670	0.92045
5	-0.5157	0.26595	0.60443
6	-0.4373	0.19123	0.20562
7	-0.1175	0.01381	0.05524
8	-0.3291	0.10831	0.15473
9	-0.3761	0.14145	0.17681
10	-0.3259	0.10621	0.18633
11	-0.3351	0.11229	0.35091
12	-2.7559	7.59498	8.93527
13	+2.1952	4.81890	4.01890
14	+2.4672	6.08708	6.83942
15	+0.2377	0.05650	0.11300
16	+0.2614	0.06833	0.12424
17	+0.1153	0.01329	0.06645
18	+0.4500	0.20250	0.25962
19	+0.2134	0.04554	0.12308
20	+0.3923	0.15390	0.22632
21	+0.0223	0.00050	0.02273
22	+0.0355	0.00126	0.03600
23	+0.0051	0.00003	0.06000
24	+0.0792	0.00627	0.08038
25	+0.0812	0.00659	0.09238
[ pvv=]			28.25438

Figura 8 -11. Prova do (pvv)



## ÍNDICE ALFABÉTICO

	Prf	Pág
<b>A</b>		
Acumuladas .....	6 - 2	6 - 2
<b>C</b>		
Cálculo da Caderneta G-4 .....	2 - 2	2 - 2
Cálculo dos Erros Prováveis dos Polígonos Isolados .....	6 - 12	6 - 9
Cálculo do Nivelamento Geométrico .....	3 - 1	3 - 1
Correção do Erro de Colimação .....	1 - 9	1 - 7
Correção Ontométrica (Cap. 4) .....	4 - 1	4 - 1
Comprimento Real da Mira .....	1 - 11	1 - 8
Constituição das Turmas .....	1 - 12	1 - 8
<b>D</b>		
Das Operações .....	8 - 1	8 - 1
Definições (Art. I Cap. 1) .....	1 - 2	1 - 1
Definição (Art. I Cap. 4) .....	4 - 1	4 - 1
Definições (Art. IV Cap. 6) .....	6 - 7	6 - 5
Descrição do Método .....	5 - 2	5 - 1
Diagrama das Discrepâncias .....	6 - 3	6 - 3
Dilatação da Mira-Correção de Temperatura .....	1 - 10	1 - 8
<b>E</b>		
Erros .....	6 - 11	6 - 8
Erro Bruto .....	6 - 9	6 - 6
Erro Provável Bruto por Quilômetro .....	6 - 1	6 - 1
Erro Médio da Rede em Função do Erro Provável .....	6 - 14	6 - 13
Erro Médio da Rede em Função dos "PVV" .....	6 - 15	6 - 15
Erro Provável Sistemático por Quilômetro .....	6 - 5	6 - 4
Erro Provável Total da Rede .....	6 - 13	6 - 13
Erro Total .....	6 - 10	6 - 7
Expressão do Erro Provável Total por Quilômetro .....	6 - 8	6 - 6
<b>F</b>		
Fechamento dos Polígonos .....	7 - 3	7 - 3
Finalidade .....	1 - 1	1 - 1







## **BIBLIOGRAFIA**

- a. DSG 1960 – MANUAL TÉCNICO DE NIVELAMENTO GEOMÉTRICO – 2ª EDIÇÃO.
- b. TARDI, Pierre – *Traité de Géodésie*.
- c. BEUF, Francisco – *Curso de Geodesia e Topografia*.
- d. CASTELO BRANCO, Moisés – *Síntese da Teoria dos Erros*.
- e. CASTELO BRANCO, Moisés – *Síntese e Cálculo das Compensações*.
- f. CASTELO BRANCO, Moisés – *Ajustamento das Redes Verticais por Aproximação Sucessivas com Múltiplas Horizontais e Pesos*.





Dr. LACERDA



**EGGCF**

**Desde 1949**  
**Missão de Grandeza: SERVIR!**

1<sup>ª</sup> Edição  
2<sup>ª</sup> Tiragem: 200 exemplares  
Total das tiragens: 2.200 exemplares  
Outubro de 1996