

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA CARTOGRÁFICA**

ALEXANDRE ARAUJO RIBEIRO FREIRE

**ANÁLISE DA ADERÊNCIA DA REDE ALTIMÉTRICA
FUNDAMENTAL DO BRASIL ÀS ALTITUDES FÍSICAS
EMPREGANDO-SE MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL**

Rio de Janeiro

2016

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

ALEXANDRE ARAUJO RIBEIRO FREIRE

**ANÁLISE DA ADERÊNCIA DA REDE ALTIMÉTRICA
FUNDAMENTAL DO BRASIL ÀS ALTITUDES FÍSICAS
EMPREGANDO-SE MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Cartográfica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

Orientador: Prof. Leonardo Castro de Oliveira – D.C.

Orientador: Prof. Vagner Gonçalves Ferreira– D.C.

Rio de Janeiro

2016

a2016

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ

CEP: 22.290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

xxx.xx Freire, Alexandre Araujo Ribeiro

Xxxxx Análise da Aderência da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil às Altitudes Físicas Empregando-se Modelos Globais do Geopotencial / Alexandre Araujo Ribeiro Freire; orientada por Leonardo Castro de Oliveira e Vagner Gonçalves Ferreira – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2016.

101p.: il.

Dissertação (Mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2016.

1. Curso de Engenharia Cartográfica – teses e dissertações.
2. RAFB. 3. Modelos Geopotenciais 4. Altitude Normal e Altitude Ortométrica I. Oliveira, Leonardo Castro de. II. Ferreira, Vagner Gonçalves III. Título. IV. Instituto Militar de Engenharia.

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

ALEXANDRE ARAUJO RIBEIRO FREIRE

**ANÁLISE DA ADERÊNCIA DA REDE ALTIMÉTRICA
FUNDAMENTAL DO BRASIL ÀS ALTITUDES FÍSICAS
EMPREGANDO-SE MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Cartográfica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

Orientador: Prof. Leonardo Castro de Oliveira – D.C.

Orientador: Prof. Vagner Gonçalves Ferreira – D.C.

Aprovada em 14 de Dezembro de 2016 pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. Leonardo Castro de Oliveira – D.C. do IME – Presidente

Prof. Luiz Guimarães Barbosa – D.C. da
UFRRJ

Prof. Haroldo Antonio Marques – D.C. do
IME

**Rio de Janeiro
2016**

Dedico este trabalho à minha família, em especial
A minha mãe Tânia, minha esposa Gabriela e o
Nosso milagre a Mariana! São os
presentes mais preciosos que Deus me deu!

AGRADECIMENTOS

“Não consigo ir além do teu olhar, tudo o que eu consigo é imaginar, a riqueza que existe dentro de você. O ouro eu consigo só admirar, mas te olhando eu posso a Deus adorar, sua alma é um bem que nunca envelhecerá. O pecado não consegue esconder a marca de Jesus que existe em você, o que você fez ou deixou de fazer não mudou o início, Deus escolheu você! Sua raridade não está naquilo que você possui ou que sabe fazer, isso é um mistério de Deus com você. Você é um espelho que reflete a imagem do Senhor, não chore se o mundo ainda não notou, já é o bastante Deus reconhecer o seu valor. Você é precioso, mais raro que o ouro puro de ofir, se você desistiu, Deus não vai desistir, ele está aqui pra te levantar quando o mundo te fizer cair...”

À minha família, pela compreensão das muitas horas dedicadas a conclusão deste trabalho.

Ao Instituto Militar de Engenharia, pela grande oportunidade de realizar o curso de Mestrado em uma das maiores instituições do Brasil. Sinto-me honrado por ter completado esta trajetória no IME.

Ao meu orientador, professor Leonardo Castro de Oliveira, por todo o seu companheirismo, auxílio e principalmente por todos os seus ensinamentos. Obrigado por me atender a todo tempo, inclusive nas mensagens de madrugada!

Ao meu co-orientador, professor Vagner Gonçalves Ferreira, por todos os ensinamentos, aulas e conversas que acenderam este trabalho. Por diversas vezes incentivou-me com sua grande experiência na área, porém sempre com muita simplicidade. Sem você, este trabalho não seria possível.

Ao amigo e professor Tiago Lima Rodrigues, que me auxiliou por diversas vezes durante a elaboração desta dissertação.

Ao meu grande mestre Luiz Guimarães Barbosa, por sempre abrir as portas da sua sala e de sua casa para me atender sempre da melhor maneira possível.

Ao professor Celso Guimarães Barbosa, por disponibilizar seu tempo para auxiliar na interpretação dos dados estatísticos desta dissertação. Essa contribuição foi fundamental para o entendimento do trabalho.

Ao corpo docente do IME, em especial aos professores Luiz Felipe Coutinho, Heloísa Alves Silva Marques, Major Marcos. Suas contribuições foram fundamentais para minha vida acadêmica.

À professora Raquel Aparecida Abrahão Costa e Oliveira, por sua amizade e por sempre me receber com muita alegria na SE/6.

Ao Sargento Aguiar, por sua grande parceria, amizade e dedicação aos alunos do curso de Mestrado em Engenharia Cartográfica, especialmente por toda sua ajuda ao longo da minha trajetória.

Ao coordenador do curso de Pós-Graduação em Engenharia Cartográfica, Ten. Cel. Carlos Frederico de Sá Volotão, por sempre me atender prontamente quando solicitado.

Ao amigo e professor Daniel Camilo de Oliveira Duarte, pelo grande auxílio na confecção dos mapas apresentados nessa dissertação.

“Não cruze os braços diante das dificuldades
Pois o maior homem do mundo
Morreu de braços abertos”.

Autor Desconhecido

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	10
LISTA DE SIGLAS.....	13
LISTA DE SÍMBOLOS	15
RESUMO.....	17
ABSTRACT.....	18
1 INTRODUÇÃO.....	19
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	19
1.2 OBJETIVO.....	23
1.3 JUSTIFICATIVA	23
1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	23
2 O CAMPO DE GRAVIDADE TERRESTRE E OS SISTEMAS DE ALTIUDES.....	25
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	25
2.2 CAMPO DE GRAVIDADE TERRESTRE	26
2.3 POTENCIAL GRAVITACIONAL	27
2.3.1 GEOPOTENCIAL.....	29
2.4 CAMPO DE GRAVIDADE NORMAL	31
2.5 POTENCIAL ANÔMALO	32
2.6 FUNÇÕES HARMÔNICAS	34
2.6.1 EQUAÇÃO DE LAPLACE EM COORDENADAS ESFÉRICAS	35
2.6.2 HARMÔNICOS ESFÉRICOS	36
2.7 SISTEMAS DE ALTITUDES.....	36
2.7.1 NÚMERO GEOPOTENCIAL	39
2.7.2 ALTITUDES FÍSICAS	39
2.7.2.1 ALTITUDE ORTOMÉTRICA.....	40
2.7.2.2 ALTITUDE NORMAL.....	40
2.7.3 ALTITUDE NORMAL-ORTOMÉTRICA.....	42
2.7.4 ALTITUDE ELIPSOIDAL OU GEOMÉTRICA	43
2.7.5 SEPARAÇÃO ENTRE O GEOIDE E O QUASE-GEOIDE	44

3	REDE ALTIMÉTRICA FUNDAMENTAL DO BRASIL E MODELOS GEOPOTENCIAIS.....	46
3.1	REDE ALTIMÉTRICA FUNDAMENTAL DO BRASIL.....	46
3.1.1	CONEXÃO SAT/RN.....	49
3.2	MODELOS GEOPOTENCIAIS.....	51
3.2.1	MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL UTILIZANDO DADOS SOMENTE DE SATÉLITES.....	54
3.2.2	MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL COMBINADOS.....	54
3.2.3	MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL ADAPTADOS.....	60
3.3	SISTEMAS DE MARÉS TERRESTRES.....	60
4	METODOLOGIA PARA INDICAÇÃO DE ADERÊNCIA DA RAFB ÀS ALTITUDES FÍSICAS.....	63
4.1	METODOLOGIA PARA ANÁLISE DA ADERÊNCIA DA RAFB AS ALTITUDES FÍSICAS.....	63
4.2	AQUISIÇÃO DE DADOS.....	65
4.3	DEFINIÇÃO DO SISTEMA GEODÉSICO DE REFERÊNCIA.....	65
5	RESULTADOS E ANÁLISES.....	67
5.1	COMPATIBILIZAÇÃO DOS SISTEMAS DE MARÉS TERRESTRES.....	67
5.2	UTILIZAÇÃO DOS MODELOS GEOPOTENCIAS.....	68
5.2.1	DETERMINAÇÃO DAS ANOMALIAS DA ALTURA.....	71
5.2.2	DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES GEOIDAIAS.....	72
5.3	ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS MODELOS GEOPOTENCIAIS.....	72
5.3.1	ANÁLISE NACIONAL.....	73
5.3.1.1	APLICAÇÃO DO CRITÉRIO SEMELHANÇA/DESSEMELHANÇA.....	75
5.3.2	ANÁLISE REGIONAL.....	77
5.3.2.1	APLICAÇÃO DO CRITÉRIO SEMELHANÇA/DESSEMELHANÇA.....	84
6	CONCLUSÕES.....	92
6.1	CONCLUSÕES.....	92
6.2	SUGESTÕES.....	94
6.3	RECOMENDAÇÕES.....	95
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	96

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.1 1 Os “três pilares da geodésia” e a possibilidade de integrar a rede de referência	19
FIG.1 2 TNMM baseada nos dados Global Mean Dynamic topography (DNSC08).	21
FIG.2.1 Lei de Newton.	26
FIG.2. 2 Forças atuantes no vetor da gravidade	30
FIG.2. 3 Vetor da gravidade, vetor da gravidade normal, e altura geoidal.	33
FIG.2. 4 Coordenadas esféricas	35
FIG.2. 5 Grandezas envolvidas em um sistema de altitude	38
FIG.2. 6 Elementos presentes na definição das altitudes	41
FIG.2. 7 Altitude Elipsoidal	43
FIG.3. 1 Modelo atual de chapas para materialização de estações geodésicas.	46
FIG.3. 2 Não paralelismo das superfícies equipotenciais	48
FIG.3. 3 Espacialização das 592 conexões SAT/RN	50
FIG.3. 4 Contribuição percentual das regiões nas conexões da RAFB	51
FIG.3. 5 Classificação das resoluções espectrais dos modelos geopotenciais	53
FIG.3. 6 Novo modelo de ondulação geoidal para o Brasil	58
FIG.3. 7 Mapa das diferenças entre GNSS/RN e o MAPGEO2015	59
FIG.4. 1 Abordagem proposta para a análise da aderência da RAFB às altitudes físicas.....	64
FIG. 5. 1 Diferenças entre as altitudes no sistema livre-de-marés e no sistema maré-média ..	68
FIG. 5. 2 Desvio padrão em função do grau dos coeficientes harmônicos esféricos.....	70
FIG. 5. 3 Conexões tendentes ao geoide e quase-geóide em função das altitudes para o MGG GECO.....	76
FIG. 5. 4 Acurácia por regiões do Brasil do modelo geopotencial EGM2008	80
FIG. 5. 5 Acurácia por regiões do Brasil do modelo geopotencial EIGEN-6C4.....	81
FIG. 5. 6 Acurácia por regiões do Brasil do modelo geopotencial GECO	81
FIG. 5. 7 Acurácia por regiões do Brasil do modelo de ondulação geoidal MAPGEO2015...	82
FIG. 5. 8 Acurácia por regiões do Brasil para as altitudes ortométricas.....	83
FIG. 5. 9 Acurácia por regiões do Brasil para as altitudes normais.....	83
FIG. 5. 10 Mapa regional das altitudes no Brasil.....	86

FIG. 5. 11 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GECO na região Norte	87
FIG. 5. 12 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GECO na região Nordeste	88
FIG. 5. 13 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GECO na região Centro- Oeste	89
FIG. 5. 14 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GECO na região Sudeste	90
FIG. 5. 15 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GECO na região Sul....	91

LISTA DE TABELAS

TAB 3. 1 Número de conexões SAT/RN por regiões do Brasil .	51
TAB 4. 1 Constantes físicas e geométricas do elipsoide <i>GSR80</i>	66
TAB. 5. 1 Informações sobre os modelos geopotenciais utilizados.....	69
TAB. 5. 2 Parâmetros estatísticos dos modelos geopotenciais na avaliação nacional.....	74
TAB. 5. 3 Acurácia para os modelos geopotenciais na avaliação nacional.....	74
TAB. 5. 4 Respostas dos MGG's ao critério semelhança/dessemelhança na avaliação nacional	75
TAB. 5. 5 Parâmetros estatísticos do MG EGM2008 na avaliação regional.....	77
TAB. 5. 6 Parâmetros estatísticos do MG EIGEN-6C4 na avaliação regional.....	78
TAB. 5. 7 Parâmetros estatísticos do MG GECO na avaliação regional.....	78
TAB. 5. 8 Parâmetros estatísticos do MAPGEO2015 na avaliação regional.....	79
TAB. 5. 9 Respostas dos MGG's e do MAPGEO2015 para a acurácia por regiões do Brasil	79
TAB. 5. 10 Respostas dos MGG's ao critério semelhança/dessemelhança na análise regional	84

LISTA DE SIGLAS

<i>CHAMP</i>	<i>Challenging Minisatellite Payload</i>
<i>DTU</i>	<i>Technical University of Denmark</i>
<i>e.g</i>	<i>exempli gratia, por exemplo</i>
<i>EGM2008</i>	<i>Earth Gravitational Model 2008</i>
<i>EIGEN</i>	<i>European Improved Gravity Model the Earth by New Teqchniques</i>
<i>FFT</i>	<i>Fast Fourier Transform</i>
<i>GECO</i>	Combining <i>GOCE</i> data and <i>EGM2008</i>
<i>GNSS</i>	<i>Global Navigation Satellite System</i>
<i>GPS</i>	<i>Global Positioning System</i>
<i>GOCE</i>	<i>Gravityfield and steady-state Ocean Circulation Explorer</i>
<i>gpu</i>	<i>gravity potential unit</i>
<i>GRACE</i>	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>
<i>GRS80</i>	<i>Geodetic Reference System 1980</i>
<i>IAG</i>	<i>International Association of Geodesy</i>
<i>IBGE</i>	Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
<i>i.e</i>	<i>id est, isto é</i>
<i>ICGEM</i>	<i>International Centre for Global Earth Models</i>
<i>MDT</i>	Modelo Digital de Terreno
<i>MGG</i>	Modelo Global do Geopotencial
<i>NGA</i>	<i>National Geospatial-Intelligence Agency Satélite</i>
<i>RAFB</i>	Rede Altimétrica Fundamental do Brasil
<i>RNs</i>	Referências de Nível, plural de referências de nível
<i>RTM</i>	<i>Residual Terrain Modelling</i>
<i>SAT</i>	Satélite
<i>SGA</i>	Sistema Global de Altitudes
<i>SGB</i>	Sistema Geodésico Brasileiro

SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
<i>SRTM</i>	<i>Shuttle Radar Topography Mission</i>
<i>SST</i>	<i>Sea Surface Topography</i>
TNMM	Topografia do Nível Médio do Mar
USP	Universidade de São Paulo
<i>WGS84</i>	<i>World Geodetic System 1984</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

h	Altitude elipsoidal
H^O	Altitude ortométrica
N	Ondulação geoidal
H^N	Altitude normal
ζ	Anomalia da altitude ou Anomalia da Altura
C	Número geopotencial
W_0	Valor do geopotencial para o geoide
WP	Valor do geopotencial de uma equipotencial passante pelo ponto P
p	Um ponto qualquer sobre a superfície terrestre
UP	Valor do esferopotencial passante pelo ponto P
TP	Distúrbio do potencial para um ponto P
T	Potencial Anômalo
\bar{g}	Valor médio da gravidade ao longo da linha de força
Φ	Potencial Centrífugo
J_2	Fator dinâmico
H^{NO}	Altitude normal-ortométrica
C'	Número esferopotencial
f	Achatamento terrestre
γ_a	Gravidade normal para o equador
γ_b	Gravidade normal para o polo
δ	Parâmetro do critério semelhança/dessemelhança
\bar{x}	Média
η	“Ondulação orto-normal”
Δg_B	Anomalia de gravidade Bouguer
ω	Velocidade angular de rotação
σ	Desvio padrão

g	Vetor gravidade
γ	Vetor gravidade normal
Q	Ponto qualquer sobre o teluroide
Δg	Vetor anomalia de gravidade
Δg_P	Anomalia de gravidade do ponto P
δg_P	Distúrbio de gravidade do ponto P
$n_{máx}$	Grau máximo da expansão em harmônicos esféricos

RESUMO

Um sistema de altitudes moderno permite a determinação de altitudes em relação ao *datum* vertical em todos os lugares de um país, empregando-se a tecnologia *Global Navigation Satellite Systems* (GNSS), associada a modelos que determinem os funcionais geoide ou quase-geoide. No contexto atual, a RAFB (Rede Altimétrica Fundamental do Brasil) não está referenciada ao geoide nem ao quase-geoide, isto é suas altitudes denominadas por normal-ortométricas não possuem significado físico. Portanto este trabalho pretende analisar a aderência da RAFB em relação ao geoide (altitude ortométrica) e ao quase-geoide (altitude normal). Essa análise se dará tanto em nível nacional, quanto regional, indicando para os dois cenários as respectivas respostas obtidas. Para tal, serão utilizados os MGG's (Modelos Globais Geopotenciais) *EGM2008*, *EIGEN-6C4* e *GOCE* todos classificados como MGG's combinados. Para o desenvolvimento desta dissertação, utilizaram-se como base de validação as 592 conexões SAT/RN, dispostas pelo Brasil e cedidos pelo IBGE, as quais serviram também para a determinação dos funcionais do campo de gravidade anomalia da altitude (ζ) e ondulação geoidal (N). Dentro do contexto apresentado, também foi possível avaliar o MAPGEO2015 em relação aos outros MGG's testados. Os resultados indicaram que o MAPGEO2015 é superior em termos de acurácia nas regiões Centro-Oeste, Norte e Sudeste e possui os piores resultados dentre os modelos testados para as regiões Nordeste e Sul. Em paralelo foram feitas as análises de aderência da RAFB de acordo com o critério semelhança/dessemelhança, o teste estatístico "T" e a análise da acurácia, realizando cada procedimento tanto para a análise nacional quanto para a regional. Os resultados encontrados no critério semelhança/dessemelhança e no teste "T" para a análise nacional indicaram uma tendência de proximidade da RAFB em relação ao geoide (altitude ortométrica), porém esta resposta não foi confirmada pela análise da acurácia. Já para a análise regional, a RAFB tendeu a ser mais aderente ao quase-geoide (altitude normal) nas regiões Norte, Centro-Oeste e Sul, mostrando que a altitude ortométrica não é totalmente representativa quando avaliada por regiões do Brasil.

ABSTRACT

A modern altitudes system allows the determination of altitude in the vertical datum everywhere of a country, using the Global Navigation Satellite Systems technology (GNSS) associated with models that determine the geoid functional or quasi-geoid. In the current context, RAFB (Altimetric Network Fundamental of Brazil) is not referenced to the geoid or the quasi-geoid, ie their altitudes called for normal-orthometric dont have physical meaning. Therefore this study aims to examine the adherence of RAFB relative to the geoid (orthometric height) and the quasi-geoid (normal height). The analysis will be carried out both in national and regional level, indicating for both scenarios their replies. To this end, MGG's will be used (Global Models geopotential) EGM2008, EIGEN-6C4 and GOCE all classified as MGG's combined. For the development of this thesis, it was used as a validation based on the 592 SAT/RN connections arranged by Brazil and granted by the IBGE, which also served to determine the functional anormality severity of height field (ζ) and geoid ondulation (N). Inside the context presented, it was also possible to assess the MAPGEO2015 compared to the other tested MGG's. The results indicated that the MAPGEO2015 is higher in the Midwest, North and South and has the worst results among the models tested for the Northeast and South. In parallel it were made the RAFB adherence analysis according to the criterion similarity/dissimilarity, the statistical test "T" and the analysis accuracy by performing each procedure both for the national and regional examination. The results of the criterion similarity/dissimilarity and the test "T" for national analysis indicated a close trend RAFB relative to the geoid (orthometric height), but this response was not confirmed by the analysis of accuracy. As for the regional analysis, RAFB tended to be more adherence to the quasi-geoid (normal height) in the North, Midwest and South, showing that the orthometric height is not fully representative when assessed by regions of Brazil.

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Com o advento do posicionamento por satélites artificiais empregando-se os que compõem o *GNSS (Global Navigation Satellite Systems)*, com destaque para a tecnologia *GPS (Global Positioning System)*, os métodos geodésicos para determinação de coordenadas, ditos clássicos, foram quase que completamente substituídos. Os métodos clássicos normalmente tratam a componente vertical (*e.g.*, altitude ortométrica) dissociada das componentes horizontais (*e.g.*, coordenadas plano-retangulares e coordenadas geodésicas curvilíneas) em termos de instrumentação e técnicas geodésicas. Atualmente, tem-se discutido a modernização do sistema de altitudes dos países onde o mesmo seja capaz de auxiliar os usuários *GPS* a determinarem altitudes ortométricas (ou altitudes normais) em qualquer ponto. Isso é possível em uma visão moderna da geodésia, em que a mesma concentra-se na determinação geométrica, campo de gravidade, e rotação da Terra (FIG. 1.1) bem como variações temporais associadas.

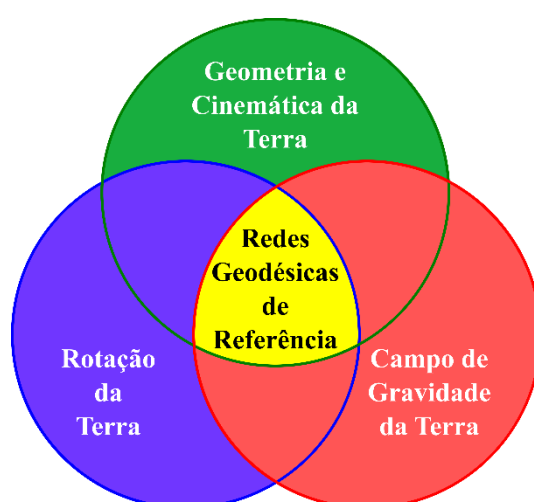


FIG.1 1 Os “três pilares da geodésia” e a possibilidade de integrar a rede de referência (Adaptado de TORGE, 2001).

No contexto acima mencionado bem como da FIG. 1.1, o conhecimento do campo de gravidade terrestre é de fundamental importância para o uso do *GPS* em uma visão moderna da determinação de altitudes físicas. A utilização direta da altitude elipsoidal (ou altitude geodésica) possui poucas aplicações na engenharia e Ciências da Terra (*e.g.*, monitoramento de estruturas, cálculo de volumes). Para aplicações relacionadas ao transporte e anomalias de massas (*e.g.*, ciclo hidrológico) no sistema Terra, escoamentos de líquidos por gravidade, conexão de marégrafos para estudos do aumento do nível dos mares, entre outras aplicações, torna-se necessário uma altitude definida no espaço do geopotencial (*e.g.*, FREITAS *et al.*, 2011). Neste sentido, é possível transformar a altitude elipsoidal (ou altitude geométrica) em altitude com significado físico, ou seja, em altitude normal (H^N) ou em altitude ortométrica (H^O), caso os modelos quase-geoidais ou geoidais, respectivamente, estejam disponíveis (*e.g.*, FERREIRA, 2012).

Porém, esta afirmativa não é válida para o contexto brasileiro. As altitudes que compõem a RAFB (Rede Altimétrica Fundamental do Brasil) não estão vinculadas ao geoide (altitudes ortométricas) e nem ao quase-geoide (altitudes normais). As altitudes da RAFB são altitudes do tipo normais-ortométricas, em que somente correções do não paralelismo das superfícies equipotenciais da Terra normal foram consideradas (LUZ, 2008). Assim, diante da falta de parâmetros que definem um sistema de altitudes moderno, ou seja, um sistema de altitudes efetivamente referenciado ao campo de gravidade terrestre, ficam em aberto as seguintes questões, as quais devem ser debatidas: 1) Desativar as atuais RN's da RAFB, exigindo, portanto, nivelar o país novamente, porém associado com levantamentos gravimétricos; 2) Determinar um modelo geoidal (ou quase-geoidal) com precisão suficiente para substituir a técnica de nivelamento geométrico pela tecnologia *GNSS* associada aos dados da RAFB.

Dentre as duas possibilidades apresentadas, a segunda tende a ser mais viável em um contexto de modernização do sistema de altitudes. No mais, visto o tamanho e dimensão territorial do Brasil, o tempo que seria gasto, recursos financeiros, dentre outros aspectos, a primeira opção não seria recomendada. No contexto da primeira opção, Luz (2008) discutiu a possibilidade de interpolar valores de gravidade, disponíveis através de várias bases de dados, em cada referência de nível (RN) da RAFB. Esta opção parece ser viável em áreas com boa cobertura de levantamentos gravimétricos, porém, existem muitas áreas com quantidade insuficiente de valores de gravidade. Apesar da falta de observações de gravidade associadas

com as medidas dos desníveis que compõem a RAFB, tem-se que reconhecer que as altitudes ortométricas-normal servem muito bem a comunidade técnica até o presente momento.

Em longo prazo, pensando na possibilidade de utilizar o *GNSS* como uma tecnologia propícia a determinação de altitudes físicas quando combinada com modelos geopotenciais, será inevitável em um futuro próximo que ocorram melhorias na RAFB. Devido ao tamanho e a evolução temporal da RAFB, a mesma é suscetível a erros de todas as naturezas. Cita-se como exemplo, diferenças de aproximadamente 3,45 m entre as altitudes referidas aos *data* venezuelano e brasileiro (HERNÁNDEZ *et al.*, 2002). Possíveis diferenças encontradas entre dois *data* verticais podem ser atribuídas com a época de observações dos níveis dos mares, condições locais pertinentes às costas onde os marégrafos se localizam, entre outras que produzem a chamada Topografia do Nível Médio dos Mares (TNMM, do inglês *Sea Surface Topography, SST*). Porém, globalmente a TNMM varia aproximadamente entre ± 2 m (FIG. 1.2). Com base na FIG. 1.2, nota-se que a TNMM no Atlântico Sul está na ordem de 50 cm, o que torna ainda mais evidente a hipótese de erros grosseiros na RAFB (ou na rede altimétrica venezuelana), sendo este um erro grosseiro compatível com a impossibilidade de formação de circuitos na RAFB ao norte de Humaitá (LUZ, 2008).

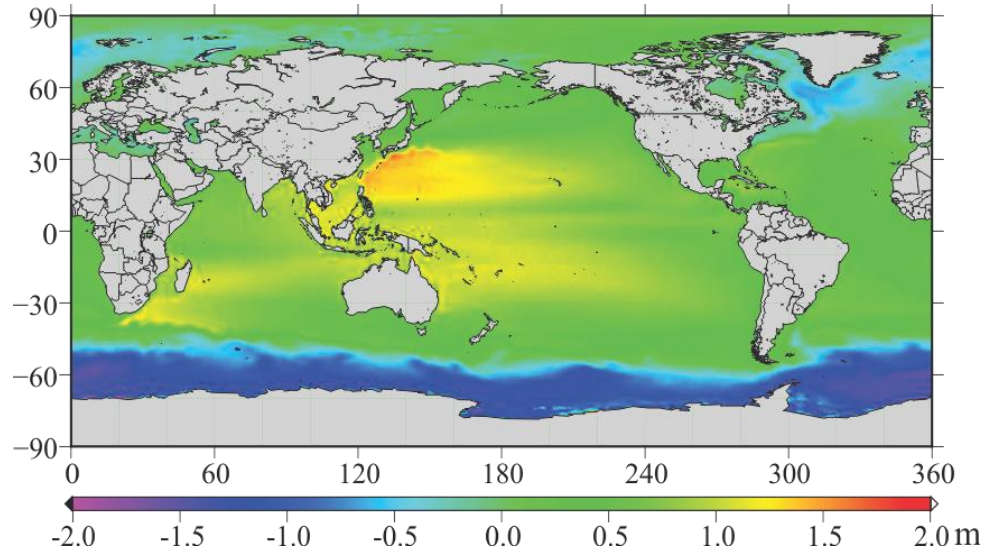


FIG.1 2 TNMM baseada nos dados Global Mean Dynamic topography (DNSC08) (O Autor, 2016).

A grande heterogeneidade da rede, a falta de robustez, e consistência dos dados gravimétricos são fatores determinantes para que a RAFB não tenha condições para conexões com as redes verticais de outros países da América do Sul. Logo é de suma importância à

mobilização de esforços da comunidade técnica-científica no sentido de acelerar as questões que envolvem a modernização da RAFB.

Uma solução para as questões de compatibilização de altitudes entre os países da América Sul e, para sanar muitos problemas internos da RAFB seria a utilização do número geopotencial. Segundo Vanicek, Krakiwsky (1986) existe um grande empecilho em sua adoção como descritor do posicionamento vertical, devido ao fato de sua unidade ser expressa em *g.p.u.* (*gravity potential unit*) ou m^2/s^2 . Na tentativa de contornar o problema da não utilização do número geopotencial, surgem diferentes tipos de altitudes físicas, advindas da transformação do número geopotencial (C), para unidade de comprimento métrico, o que é de fácil utilização para diversos usuários dos sistemas de altitudes. De acordo com essa premissa, surge à necessidade de vincular a RAFB de forma consistente a uma altitude com real significado físico e, conseqüentemente, a uma superfície de referencia (geoide ou quase geoide). Por fim, digno de nota é o esforço da parceria IBGE/USP (Universidade de São Paulo) na determinação do modelo de ondulação geoidal para o Brasil ao longo dos anos, em que sua versão mais atual, MAPGEO2015 (IBGE, 2015), possui um desvio padrão de 0,17 m com relação a valores das conexões SAT/RNs. Luz, (2008) apresentou as comparações entre os desníveis da RAFB e os deníveis provenientes de altitudes físicas (especificamente, ortométrica e normal) em que, os desnívies normais são mais próximos aos desníveis normais-ortométricos. Em um estudo conduzido no Estado do Paraná, Ferreira *et al.* (2011) concluíram que as altitudes normal-ortométricas da RAFB estão mais próximas às altitudes normais (*i.e.*, quase-geoide como referência). Este estudo baseou-se em valores de gravidade e estimativa da densidade das massas topográficas para calcular a separação entre o geóide e o quase-geóide bem como dados *GPS/RNs*. Recentemente, em um estudo conduzido no estado do Rio Grande do Sul, Severo *et al.* (2011) concluíram que o sistema de altitude normal é o mais compatível à atual rede altimétrica brasileira devido ao fato das correções normais serem mais próximas ao termo corretivo aplicado aos desníveis da RAFB (correção ortométrica-normal). Diante do exposto e considerando que o MAPGEO2015 (bem como os seus antecessores) é expresso no funcional geóide (funcional do campo de gravidade) pergunta-se: por que não utilizar o quase-geoide para reduzir as altitudes elipsoidais ou geométricas às altitudes normais? Pois estas aparentam serem mais próximas às altitudes da RAFB (normal-ortométricas), conforme verificado para os dois estados acima mencionados pertencentes à região Sul do Brasil.

1.2 OBJETIVO

Diante do acima mencionado, esta dissertação tem por objetivo analisar a aderência das coordenadas da RAFB em relação às altitudes ortométricas (geóide) e altitudes normais (quase-geóide), empregando-se modelos globais do geopotencial combinados confrontando com dados *GNSS*-nivelamento.

1.3 JUSTIFICATIVA

Esta investigação justifica-se principalmente pelas razões citadas a seguir:

1. Dar consistência aos trabalhos de engenharia e todos os outros que utilizem o atributo altimétrico pelo Brasil inteiro.
2. Reduzir os custos com a execução de nivelamento geométrico.
3. Viabilizar através da análise da RAFB, um indicativo de tendência para a adoção de um referencial geodésico único, seja o geóide ou quase geóide. Esta análise irá auxiliar para a correta implantação de um sistema de altitudes com real significado físico para o Brasil.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação está estruturada da seguinte forma:

- Capítulo 1 – **Introdução:** Neste capítulo são apresentadas as considerações iniciais sobre o tema proposto, o objetivo, a justificativa e a estruturação da dissertação.

- **Capítulo 2 – O Campo de Gravidade Terrestre e os Sistemas de Altitudes:** Neste capítulo são apresentadas algumas definições e considerações pertinentes quanto ao campo de gravidade e a obtenção de seus funcionais, com foco no geopotencial, apresentando também alguns pontos importantes sobre os coeficientes harmônicos esféricos correlacionados com a equação de Laplace. Finalizando o capítulo, são abordadas as altitudes de interesse para a pesquisa.
- **Capítulo 3 – Apresentação da RAFB e Modelos Geopotenciais:** Neste capítulo são apresentadas as considerações sobre a RAFB e os modelos geopotenciais utilizados.
- **Capítulo 4 – Metodologia para a indicação de aderência da RAFB às altitudes físicas:** Neste capítulo são descritos os passos metodológicos da análise, apresentado os resultados obtidos com suas respectivas considerações.
- **Capítulo 5 – Resultados e Análises:** Neste capítulo são mostrados os resultados frutos das análises realizadas com suas respectivas considerações.
- **Capítulo 6 – Conclusões:** Neste capítulo são apresentadas as conclusões da investigação, sugestões para futuros trabalhos e algumas recomendações acerca do tema.
- **Capítulo 7 – Referências Bibliográficas:** Neste último capítulo são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas nesta dissertação.

2 O CAMPO DE GRAVIDADE TERRESTRE E OS SISTEMAS DE ALTIUDES

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os modelos do geopotencial estão diretamente ligados à teoria do potencial e, os mesmos são normalmente representados através dos coeficientes dos harmônicos esféricos, o que permitem a determinação de diversos funcionais do campo de gravidade terrestre (*e.g.*, altura geoidal, anomalia de gravidade). Estes funcionais podem ser obtidos em função das coordenadas esféricas (latitude e longitude) de um ponto qualquer na superfície terrestre. Vale ressaltar que, para esta pesquisa, os funcionais em questão estão restritos apenas a ondulação geoidal (N) e anomalia da altura (ζ).

Antes da era espacial em 1957, o modelo geopotencial da Terra era muito pouco conhecido. Apenas era de conhecimento o achatamento terrestre (f), normalmente expresso em termos do fator dinâmico de forma (J_2).

Atualmente, devido o desenvolvimento do segmento da geodesia espacial, constata-se uma grande evolução dos modelos do geopotencial. Tais modelos, desenvolvidos em séries de harmônicos esféricos, constituem-se na mais utilizada técnica de representação do campo de gravidade terrestre. Os modelos geopotenciais de baixo grau e ordem tem a capacidade de representar com fidelidade os longos comprimentos de onda do campo de gravidade terrestre, enquanto os modelos de alto grau e ordem tendem a fornecer uma boa representação dos curtos comprimentos de onda do campo de gravidade terrestre.

O movimento executado pelos satélites sob a ação do campo gravitacional terrestre e variações dos parâmetros orbitais, permitem quantificar de forma mais precisa o campo de gravidade terrestre, logo, por consequência, aprimorando os modelos geopotenciais.

As forças perturbadoras devido ao potencial terrestre atuam diretamente nos movimentos dos satélites artificiais. Logo, se busca cada vez mais modelos mais precisos, com a intenção de minimizar as influências das perturbações causadoras dos erros nos cálculos das órbitas.

A estimativa da acurácia global das ondulações geoidais (ou anomalias da altitude) variam de modelo para modelo e também em um mesmo modelo, em função da localização geográfica (PESSOA, 1994).

2.2 CAMPO DE GRAVIDADE TERRESTRE

A lei da gravitação universal foi formulada por Isaac Newton, com base nas Leis de Kepler. A lei da gravitação universal parte da seguinte premissa: No universo, duas partículas se atraem mutuamente com uma força proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado das distâncias que as separam (FIG. 2.1) (GEMAEL,2002). Matematicamente, a lei da gravitação universal é expressa como:

$$\mathbf{F} = -G \frac{m_1 m_2}{\ell^2} \left(\frac{\mathbf{1}}{\ell} \right), \quad \text{EQ. 2.1}$$

em que \mathbf{F} é a força gravitacional ou força de atração gravitacional, m_1 e m_2 são as massas das partículas 1 e 2, respectivamente, G é a constante gravitacional, e ℓ é a distância entre as partículas.

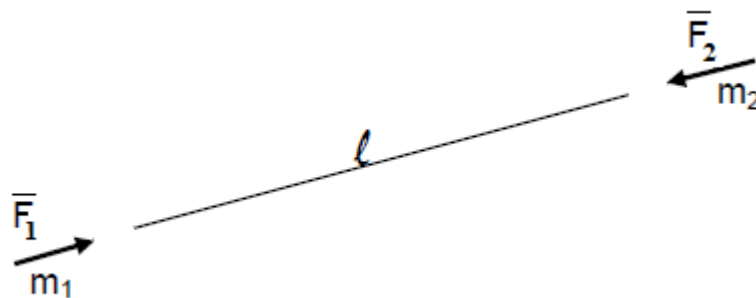


FIG.2. 1 Lei de Newton (GEMAEL, 2002).

Considerando $m_1 := m$ e m_2 uma massa arbitrária em um ponto arbitrário, m_2 pode ser eliminado na EQ. 2.1 por $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m_2$, assim, tem-se a atração gravitacional:

$$\mathbf{a} = -G \frac{m}{\ell^2} \left(\frac{\mathbf{l}}{\ell} \right), \quad \text{EQ. 2.2}$$

A atração gravitacional tem como unidades m/s^2 , porém é comum o uso da unidade mGal na Geodésia em que $1 \text{ mGal} = 1 \text{ m/s}^2$. É importante notar que apesar da unidade (m/s^2), a atração gravitacional não é aceleração, logo a atração gravitacional é uma quantidade cinemática enquanto a aceleração é uma quantidade dinâmica (força específica ou força por unidade de massa).

O módulo do vetor da gravidade (aqui designado como gravidade) pode ser obtido através de determinações absolutas ou determinado indiretamente, por meio de determinações relativas.

2.3 POTENCIAL GRAVITACIONAL

A teoria do potencial desempenha um papel importante na área da geodesia como ferramenta para o estudo do campo de gravidade e de suas vinculações com o problema da forma e dimensões da Terra.

O potencial gravitacional V em um ponto $P(x,y,z)$, vinculado a um corpo de massa m , é dado por (GEMAEL, 2002):

$$V = \frac{Gm}{\ell}, \quad \text{EQ. 2.3}$$

Em um sistema discreto de distribuição de massas, tem-se:

$$V = G \sum_i^n \frac{m_i}{\ell_i}, \quad \text{EQ. 2.4}$$

E o potencial vinculado a um sistema contínuo, por exemplo, a Terra, é dado por:

$$V_P = G \iiint_v \frac{\rho}{\ell} dv, \quad \text{EQ. 2.5}$$

em que $dm = \rho dv$, sendo ρ a densidade das massas encerradas pelo volume v . Caso a distribuição de densidade das massas no interior da Terra fosse conhecida com alta precisão, poder-se-ia empregar a integral de Newton (EQ. 2.5) para calcular o potencial gravitacional V em qualquer ponto P na superfície terrestre. Assim, as altitudes elipsoidais (h) poderiam ser facilmente convertidas em, por exemplo, em altitudes normais (H^n) como:

$$H^n(\varphi, \lambda) = h(\varphi, \lambda) - \frac{V(\varphi, \lambda, h) - V'(\varphi, \lambda, h)}{\gamma_Q(\varphi, H^n)}. \quad \text{EQ. 2.6}$$

Na EQ. 2.6, γ_Q é a gravidade normal calculada no quase-geoide e V' é o potencial gravitacional segundo a Terra normal (elipsoide de referência).

É possível demonstrar que as derivadas parciais do potencial de atração (EQ. 2.5) segundo os eixos coordenados, proporcionam as componentes do vetor da atração gravitacional (EQ. 2.2) em relação aos mesmos eixos:

$$a_x = \frac{\partial V}{\partial x} = G \int_M \frac{x - x'}{\ell^3} dm,$$

$$a_y = \frac{\partial V}{\partial y} = G \int_M \frac{y - y'}{\ell^3} dm,$$
EQ. 2.7

$$a_z = \frac{\partial V}{\partial z} = G \int_M \frac{z - z'}{\ell^3} dm,$$

Onde a_x , a_y , e a_z , são as componentes do vetor atração gravitacional \mathbf{a} . A relação entre potencial gravitacional e o vetor atração gravitacional pode ser escrito como:

$$\mathbf{a} = \text{grad}V. \quad \text{EQ. 2.8}$$

A seguir é apresentado o Operador de Laplace (ou Laplaciano), frequentemente

utilizado na teoria do potencial (HEISKANEN & MORITZ, 1967):

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0, \quad \text{EQ. 2.9}$$

onde Δ representa o operador Laplaciano. Vale ressaltar que as funções harmônicas abordadas são definidas como aquelas que satisfazem as derivadas parciais de segunda ordem. A EQ. 2.9 é de grande importância, pois através desta, é verificado que o potencial gravitacional é uma função harmônica, pois satisfaz a equação de Laplace, no exterior das massas.

Faz-se necessário também, mencionar que as superfícies equipotenciais, são locais geométricos dos pontos do campo de gravidade que possuem o mesmo potencial escalar, representado como:

$$V(x, y, z) = \text{constante} . \quad \text{EQ. 2.10}$$

2.3.1 GEOPOTENCIAL

Um dos problemas fundamentais da Geodesia consiste na determinação da superfície da Terra, em termos do conhecimento do campo de gravidade. O vetor da gravidade \mathbf{g} em um determinado ponto é a resultante da composição do vetor representando a atração gravitacional \mathbf{a} exercida pela massa da Terra sobre a massa unitária, e o vetor referente à aceleração centrífuga \mathbf{f} desenvolvida sobre o mesmo ponto, por consequência do movimento de rotação da Terra (FIG. 2.2). Em Torge (2012), é encontrada a expressão:

$$\mathbf{g} = \mathbf{a} + \mathbf{f} . \quad \text{EQ. 2.11}$$

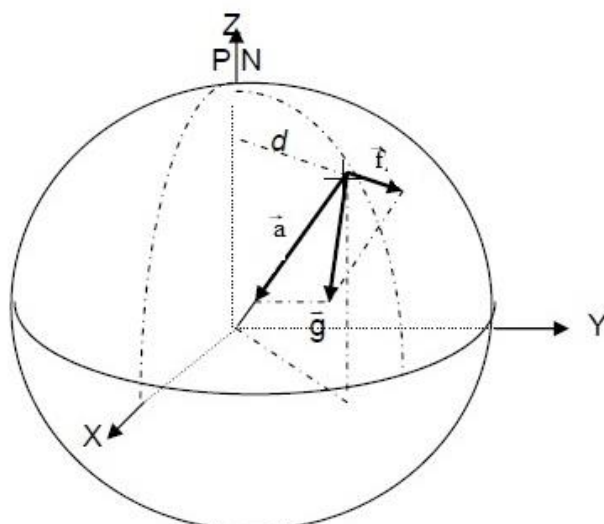


FIG.2. 2 Forças atuantes no vetor da gravidade (O Autor, 2016).

O vetor da força centrífuga \mathbf{f} , é calculado em função da magnitude da velocidade de rotação da Terra, ω , e pelo vetor da separação entre o eixo de rotação da Terra e o ponto em questão \mathbf{p} :

$$\mathbf{f} = \omega^2 \mathbf{p}. \quad \text{EQ. 2.12}$$

sendo:

$$\mathbf{p} = [x, y, 0], \quad \text{EQ. 2.13}$$

Assim, a força centrífuga é consequência do potencial centrífugo Φ , dado por:

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 p^2, \quad \text{EQ. 2.14}$$

em que p é dado por:

$$p = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \text{EQ. 2.15}$$

Finalmente tem-se que o geopotencial W é consequência da soma do potencial de atração V e do potencial centrífugo Φ isto é:

$$W = V + \Phi. \quad \text{EQ. 2.16}$$

2.4 CAMPO DE GRAVIDADE NORMAL

Denomina-se como Terra normal à figura geométrica (elipsoide de revolução), que possui a mesma massa da Terra real (M), considerando uma distribuição homogênea das massas, incluindo a massa da atmosfera (GEMAEL, 2002). Também possui a mesma velocidade de rotação (ω) e é imposta a condição da superfície de contorno ser equipotencial, diferente à superfície geoidal, a qual é imposta a condição de possuir o mesmo geopotencial (W), aludindo a ser numericamente igual ao esferopotencial (U) da superfície equipotencial da Terra normal. Além disso possui seu centro geométrico coincidente com o centro de massa da Terra. Vinculado à Terra normal está o potencial de gravidade normal ou esferopotencial e o vetor da gravidade normal γ .

Pode-se definir o esferopotencial pela soma do potencial de atração da Terra normal (Z) e do potencial centrífugo (Q), que é semelhante ao potencial centrífugo da Terra real (GEMAEL, 2002):

$$U = V' + \Phi, \quad \text{EQ. 2.17}$$

A Terra normal descreve o campo da gravidade normal γ , em seu operador gradiente através do esferopotencial U , ou seja:

$$\gamma = \text{grad}U, \quad \text{EQ. 2.18}$$

Diferentemente da Terra real que apresenta o campo da gravidade \mathbf{g} com o operador gradiente em função do geopotencial W , isto é:

$$\mathbf{g} = \text{grad}W. \quad \text{EQ. 2.19}$$

Pode-se dizer que o potencial gravitacional da Terra normal, V' , para o sistema de massas é uma função harmônica, pois este satisfaz a condição $\Delta V' = 0$

2.5 POTENCIAL ANÔMALO

O potencial anômalo T consiste na diferença, em um mesmo ponto, entre o potencial da Terra real W e o potencial da Terra normal U (TORGE, 2012). O potencial anômalo é dado por:

$$T(x, y, z) = W(x, y, z) - U(x, y, z), \quad \text{EQ. 2.20}$$

Assim, o potencial anômalo pode ser considerado como o potencial produzido pelas massas anômalas da Terra. Percebe-se no desenvolvimento do potencial anômalo, que o potencial centrífugo Φ , é eliminado, tornando possível que duas equações não harmônicas, transformem-se em uma equação harmônica, isto é, $\Delta T = 0$. Logo é factível mencionar que o potencial anômalo pode ser interpretado como o potencial produzido pelas anomalias entre a Terra real e a Terra normal.

Existe ainda a diferença pontual entre os vetores da gravidade (EQ. 2.19) e da gravidade normal (EQ. 2.18). A esta diferença, dá-se o nome de vetor distúrbio de gravidade:

$$\delta \mathbf{g} = \mathbf{g}_P - \gamma_P, \quad \text{EQ. 2.21}$$

O qual é vinculado diretamente ao potencial anômalo, isto é

$$\delta \mathbf{g} = \text{grad}W - \text{grad}U = \text{grad}T, \quad \text{EQ. 2.22}$$

Pode-se ainda, definir a diferença entre a gravidade observada reduzida ao geóide em um ponto P qualquer e a gravidade normal calculada sobre um ponto Q qualquer no elipsoide (FIG. 2.3), como sendo a anomalia da gravidade (Δg), representada como.

$$\Delta g_P = g_P - \gamma_Q, \quad \text{EQ. 2.23}$$

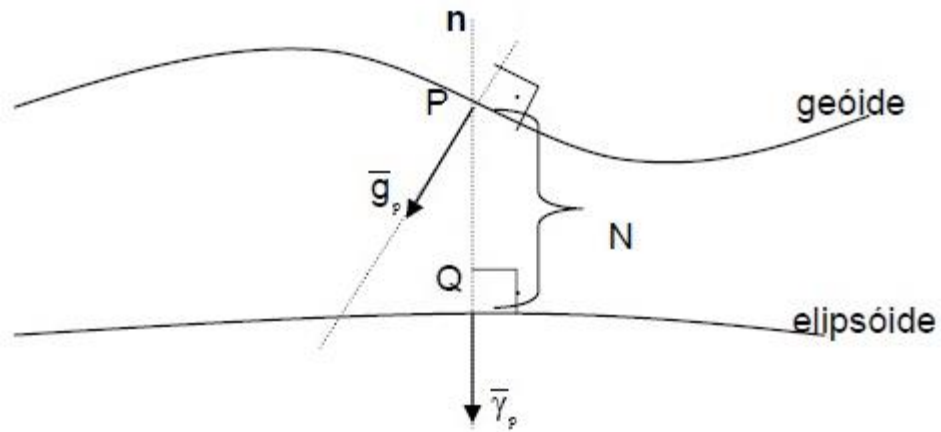


FIG.2. 3 Vetor da gravidade, vetor da gravidade normal, e altura geoidal (O Autor, 2016).

Considerando a orientação da gravidade normal, pode-se escrever γ_P como uma expansão de γ_Q em séries de Taylor:

$$\gamma_P = \gamma_Q + \frac{\partial \gamma}{\partial n} N + O(N^2), \quad \text{EQ. 2.24}$$

em que os termos não lineares em N foram desprezados. Utilizando as EQ. 2.21 e 2.22, chega-se a:

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial n}, \quad \text{EQ. 2.25}$$

onde n refere-se a direção da normal voltada para o exterior da superfície. Logo substituindo a EQ. 2.25 na EQ. 2.24, temos a equação diferencial da geodesia física:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial n} + \frac{\partial \gamma}{\partial n} N, \quad \text{EQ. 2.26}$$

após o uso do teorema de Bruns para obtenção da ondulação geoidal e da anomalia da altitude respectivamente (TORGE, 2012, p. 259):

$$N = \frac{T}{g}, \quad \zeta = \frac{T}{\gamma} \quad \text{EQ. 2.27}$$

tem-se para a EQ. 2.28:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial n} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial n} T, \quad \text{EQ. 2.28}$$

A EQ. 2.28, demonstra que a anomalia de gravidade (grandeza esta conhecida) é resultado da combinação entre o potencial anômalo (grandeza a ser determinada) e a sua derivada normal. Percebe-se que a anomalia de gravidade funciona como uma condição de contorno para a determinação do potencial anômalo (T). Após a determinação do potencial anômalo, é possível através da EQ. 2.27, encontrar o valor da ondulação geoidal (N).

Analogamente ao cálculo de N , também pelo teorema de Bruns, pode-se conhecer a anomalia da altitude ζ , que corresponde ao afastamento entre o quase-geoide e o elipsoide (ou entre o teluróide e a superfície física) após consideradas as ressalvas na solução da EQ. 2.27 empregando-se a teoria de Stokes (geoide) e a de Molodenskii (quase-geoide). Seguindo a teoria de Molodensky, a anomalia da altitude, também pode ser determinada entre a superfície física e o teluróide, este por sua vez, é uma superfície do campo de gravidade que possui o esferopotencial igual ao geopotencial do ponto determinado.

É necessário para o conhecimento de ζ , manter a condição de que o esferopotencial U em um ponto Q seja igual ao geopotencial W em um ponto Q ($U_p = W_p$).

2.6 FUNÇÕES HARMÔNICAS

As funções harmônicas possuem a importante propriedade de satisfazerem a equação de Laplace em todos os pontos de uma região do espaço. Estas funções são analíticas, ou seja, suas derivadas parciais são contínuas na região considerada.

2.6.1 EQUAÇÃO DE LAPLACE EM COORDENADAS ESFÉRICAS

No desenvolvimento Laplaciano, é necessário expressar o potencial em coordenadas esféricas, retratadas pela FIG. 2.4, onde as coordenadas retangulares (x , y , z) estão relacionadas com as esféricas (r , θ , λ), de acordo com as considerações do sistema mostrado na EQ. 2.29. Encontra-se em Gemael, (2002) o desenvolvimento do laplaciano em coordenadas esféricas, apresentadas pela EQ. 2.30, considerando um função escalar $E = E(x, y, z)$.

$$\begin{aligned}x_p &= r \operatorname{sen} \theta \cos \lambda \\y_p &= r \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \lambda \\z_p &= r \cos \theta\end{aligned}\tag{EQ. 2.29}$$

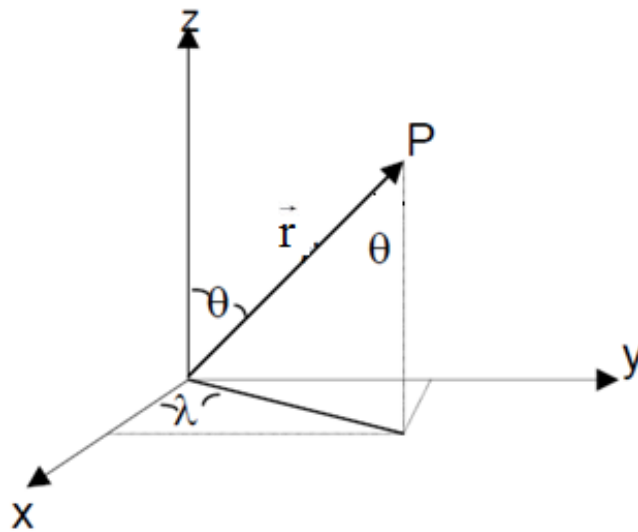


FIG.2. 4 Coordenadas esféricas (O AUTOR, 2016).

$$\Delta V = r^2 \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{\partial E^2}{\partial \theta^2} + \cot g \theta \frac{\partial E}{\partial \theta} + \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 E}{\partial \lambda^2}\tag{EQ. 2.30}$$

2.6.2 HARMÔNICOS ESFÉRICOS

Dentre as funções harmônicas as mais importantes são as funções harmônicas esféricas, que constituem as soluções da equação de Laplace ($\Delta V=0$). A formulação de Laplace analisa o potencial interno V_i e externo V_e , gerado por uma distribuição contínua de massas em um ponto exterior a esta distribuição. As soluções da equação de Laplace são dadas pelas funções harmônicas, encontradas em (HEISKANEN e MORITZ, 1967):

$$V_i(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} r^{\frac{1}{n+1}} \sum_{m=0}^n [C_{nm} P_{nm}(\cos\theta) \cos m\lambda + S_{nm} P_{nm}(\cos\theta) \sin m\lambda] \quad \text{EQ. 2.31}$$

Ou

$$V_e(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} r^n \sum_{m=0}^n [C_{nm} P_{nm}(\cos\theta) \cos m\lambda + S_{nm} P_{nm}(\cos\theta) \sin m\lambda] \quad \text{EQ. 2.32}$$

onde os termos C_{nm} e S_{nm} representam os coeficientes do desenvolvimento em série, P_{nm} representa o polinômio de Legendre de grau nm , r representa a distância entre o ponto e o centro de massa da Terra.

As EQ. 2.31 e 2.32 representam as soluções gerais sendo V uma função potencial, logo se pode dizer que ambas as equações expressam a forma de expansão em séries de harmônicos esféricos do potencial de atração. A utilização da EQ. 2.31 se dará quando o ponto em questão estiver situado no interior da esfera, já para a EQ. 2.32, o ponto deve situar-se fora da esfera.

2.7 SISTEMAS DE ALTITUDES

Segundo Palmeiro (2007, p.9), um sistema de altitudes é um sistema no qual se procura expressar os desníveis mensurados em uma rede altimétrica entre pontos em uma escala métrica, sendo estes utilizados para descrever a diferença física do potencial da gravidade, ou seja, os desníveis mensurados devem estar aderentes à ação da força da gravidade. Logo, se conclui que a gravidade é fundamental para a definição de um sistema de

altitudes, pois permite a determinação desta componente atribuindo a ela um significado físico.

No cenário atual brasileiro, em função dos constantes avanços na tecnologia que envolve as questões da determinação das componentes do campo da gravidade, existe no país um esforço na tentativa de modernizar o sistema de altitudes atual, visando a sua conexão com outros sistemas de altitudes de países vizinhos, ou até mesmo pensando em sua inserção em um SGA (Sistema de Altitudes Global), maiores detalhes são encontrados em LUZ, (2008).

Diante desse contexto, serão descritas a seguir os quatro tipos de altitudes envolvidas nesta pesquisa (altitude geométrica, altitude normal, altitude ortométrica, e altitude normal-ortométrica), servindo de embasamento teórico e prático para a realização das análises do sistema de altitudes atual do Brasil. As altitudes de Helmert, Vignal e Dinâmica não fazem parte do escopo desta pesquisa, porém maiores detalhes sobre estas altitudes podem ser encontrados em GEMAEL (2002 p.216-218).

Através da FIG 2.5 podem ser visualizadas as informações que retratam as superfícies de referência envolvidas nos sistemas de altitudes (geoide, teluroide, quase-geoide e elipsoide). De acordo com os afastamentos entre estas superfícies, obtêm-se os funcionais do campo de gravidade, que terão destaques nesta pesquisa e são respectivamente a ondulação geoidal N e a anomalia da altitude ζ , as quais já foram descritas na seção 2.5.

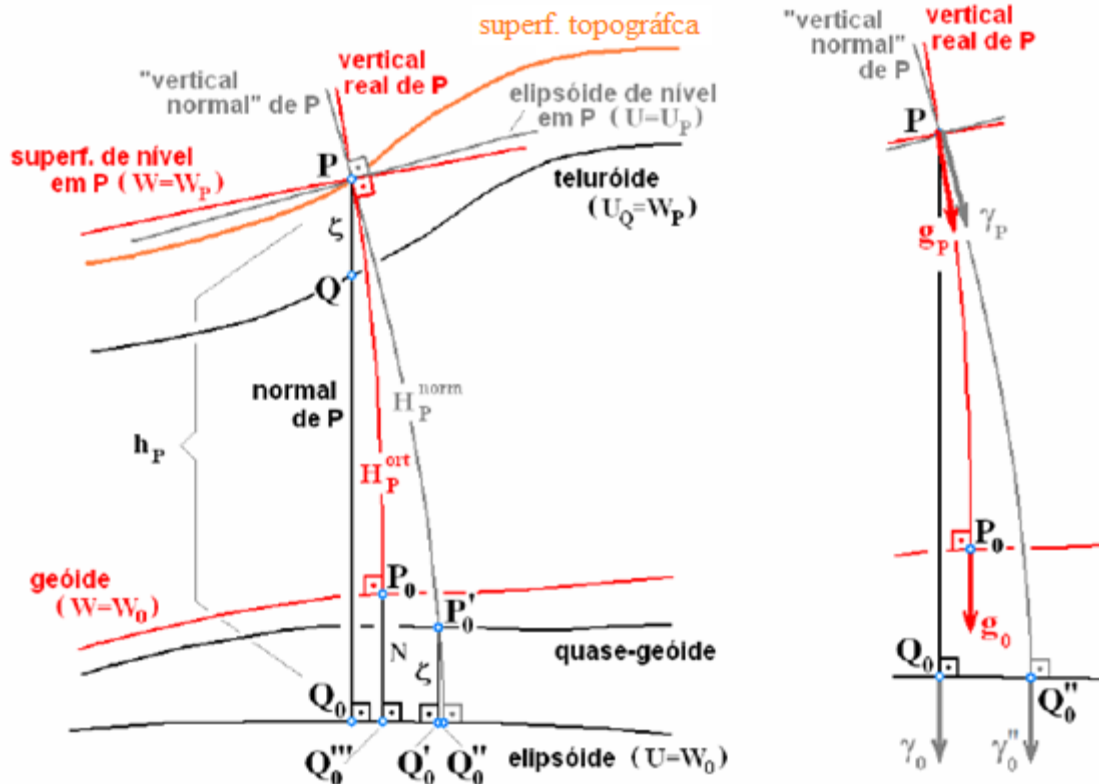


FIG.2. 5 Grandezas envolvidas em um sistema de altitude (TORGE, 2001, p.216-217).

A FIG. 2.5, mostra os elementos e grandezas envolvidos para se formar um sistema de altitudes, até então associado ao espaço abstrato, porém, torna-se fundamental para a materialização de uma rede de referência.

Diante do exposto, entende-se, portanto que sistemas geodésicos verticais rigorosos devem estar materializados por conjuntos de altitudes atreladas ao campo de gravidade terrestre. As altitudes com significado físico são contrapostas as altitudes referidas a modelos elipsoidais, possuindo apenas significado geométrico (não possui diferença de potencial). As altitudes com significado físico são obtidas por nivelamento geométrico associadas as observações gravimétricas, já as altitudes geodésicas (h) são obtidas diretamente através da aplicação das técnicas espaciais de posicionamento tridimensional (x,y,z), citando as técnicas utilizadas pelo posicionamento *GNSS* (TORGE, 2001).

2.7.1 NÚMERO GEOPOTENCIAL

O conhecimento do geopotencial é a premissa fundamental para definição das componentes verticais. Em Luz (2008) é mencionada a necessidade de referenciar a coordenada vertical ao geóide, por meio da adoção do número geopotencial C , expresso como a diferença entre os valores do geopotencial no geóide e no ponto considerado.

Pode-se também descrever o número geopotencial como o trabalho que a gravidade exerce para transportar uma partícula de massa unitária do geóide ao ponto em questão. A EQ. 2.33 expressa o número geopotencial de um ponto (C_p) pertencente à superfície física da Terra, em função da diferença do geopotencial do geóide (W_0) e o geopotencial no ponto considerado (W_p).

$$C_p = W_0 - W_p = \int_0^p g \partial H \approx \sum_{i=1}^K (g_m^{obs} \Delta H^{obs}) \quad \text{EQ. 2.33}$$

sendo g_m^{obs} a média dos valores observados da gravidade em cada par de pontos nivelados, ΔH^{obs} o desnível observado e K o número total de seções niveladas.

2.7.2 ALTITUDES FÍSICAS

De acordo com Gemael (2002) entende-se por altitude física à altitude gerada em função da razão entre o número geopotencial C e o valor particular da gravidade (g), isto é:

$$H_c = \frac{C}{g} \quad \text{EQ. 2.34}$$

Conforme o tipo de gravidade utilizada (gravidade “real” ou gravidade “normal”), as altitudes serão denominadas respectivamente como ortométricas e normais.

Vale ressaltar que uma altitude dita física mantém a característica de respeitar o significado inerente a definição de altitude científica, pois estas utilizam como base o

número geopotencial, ou seja, estão vinculadas diretamente ao potencial. Luz (2008) descreve que as altitudes científicas, são aproximações satisfatórias da relação hidrostática vinculada à diferença de nível oriunda da diferença de geopotencial entre dois pontos.

2.7.2.1 ALTITUDE ORTOMÉTRICA

A altitude ortométrica (H^O) é definida como a distância entre o ponto considerado ao geoide, determinada ao longo da linha de força. A EQ. 2.35 mostra a integração entre a superfície física e o geoide além da diferença de geopotenciais das superfícies equipotenciais (TORGE, 2012).

$$H^O = \frac{C_B}{g_m} \quad \text{EQ. 2.35}$$

onde g_m representa o valor médio da gravidade entre a superfície física e o geoide, seguindo a linha vertical.

Por consequência de sua definição, percebe-se que a altitude ortométrica está relacionada ao geoide, que por sua vez é a superfície equipotencial que coincide com o nível médio dos mares não perturbados, extrapolados para o continente.

Segundo Torge (2012), a altitude ortométrica na prática possui significado puramente teórico, visto a impossibilidade em se obter o valor de g_m no interior da crosta terrestre. Logo para obter a altitude ortométrica são necessárias aproximações hipotéticas sobre a densidade do material que compõe a litosfera.

2.7.2.2 ALTITUDE NORMAL

A altitude normal (H^N) é definida como a distância entre o ponto considerado

na superfície física ao quase-geoide determinada ao longo da normal. A EQ. 2.36 é relacionada à EQ. 2.35, porém utilizando agora o valor da gravidade normal (γ) (TORGE, 2012).

$$H^N = \frac{C_B}{\gamma} \quad \text{EQ. 2.36}$$

A gravidade normal é dada por:

$$\gamma = \frac{1}{H^N} \int_0^{H^N} \gamma \partial H^N \quad \text{EQ. 2.37}$$

Por consequência de sua definição, atrela-se, a altitude normal ao quase-geoide, que descreve uma superfície próxima ao geóide. O quase-geoide está afastado do elipsoide pela componente descrita como anomalia da altitude (ζ), conforme visto na seção 2.5. A FIG. 2.6, mostra os elementos presentes nas definições das altitudes físicas.

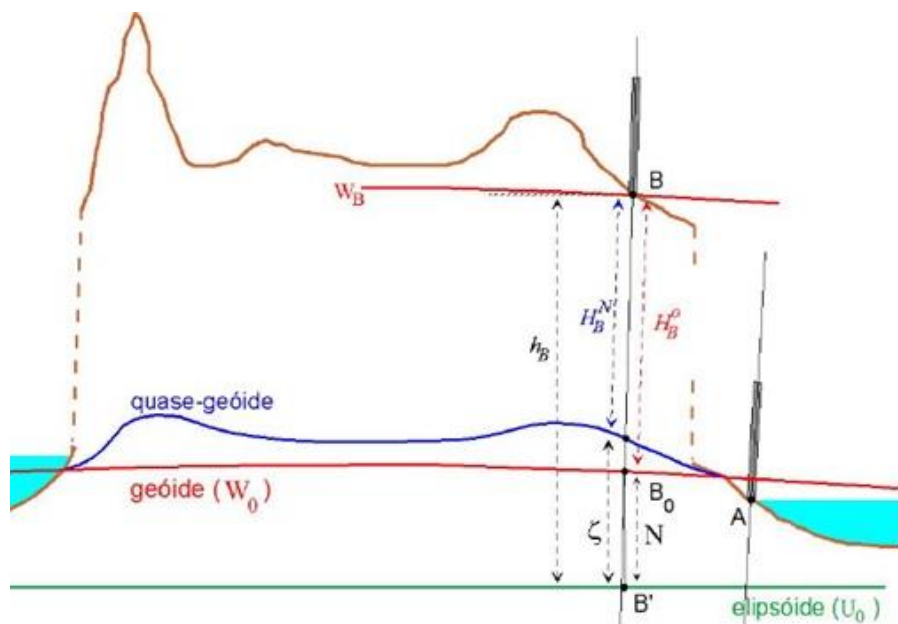


FIG.2. 6 Elementos presentes na definição das altitudes (TORGE, 2001, p.216).

2.7.3 ALTITUDE NORMAL-ORTOMÉTRICA

Segundo Ferreira (2011, p.34), é denominada como altitude normal-ortométrica (H^{NO}), as altitudes que não são ortométricas e nem normais, ou seja, este tipo de altitude não está vinculado ao geoide ou ao quase geoide. Este tipo de altitude é obtido utilizando-se o número eferopotencial (C'_B) ao invés do número geopotencial. A EQ. 2.38 expressa a altitude normal-ortométrica.

$$H^{NO} = \frac{C'_B}{\gamma} \quad \text{EQ. 2.38}$$

onde C'_B é dado por:

$$C'_B = U_{ref} - U_b \quad \text{EQ. 2.39}$$

onde U_{ref} , é o esferopotencial da superfície de referencia e U_b , é o esferopotencial do ponto em questão. Do ponto de vista prático, a altitude normal-ortométrica pode ser determinadas através das correções dos desníveis geométricos, transformando-os em desníveis normais-ortométricos, os quais podem ser encontrados com detalhes em Gemael (2002).

As altitudes normais-ortométricas são as que compõem a RAFB, visto que na época de materialização da rede não havia medidas de gravidade disponíveis para a associação destes dados ao nivelamento geométrico. Ressalta-se ainda que este tipo de altitude não possui significado físico, pois não está vinculada a uma superfície de referência como o geoide ou o quase-geoide, como são os casos das altitudes ortométricas e altitudes normais, respectivamente.

2.7.4 ALTITUDE ELIPSOIDAL OU GEOMÉTRICA

Define-se como altitude elipsoidal ou geodésica (h), o afastamento entre o ponto situado na superfície terrestre ao elipsoide de referência, mensurado ao longo da normal (FIG. 2.7).

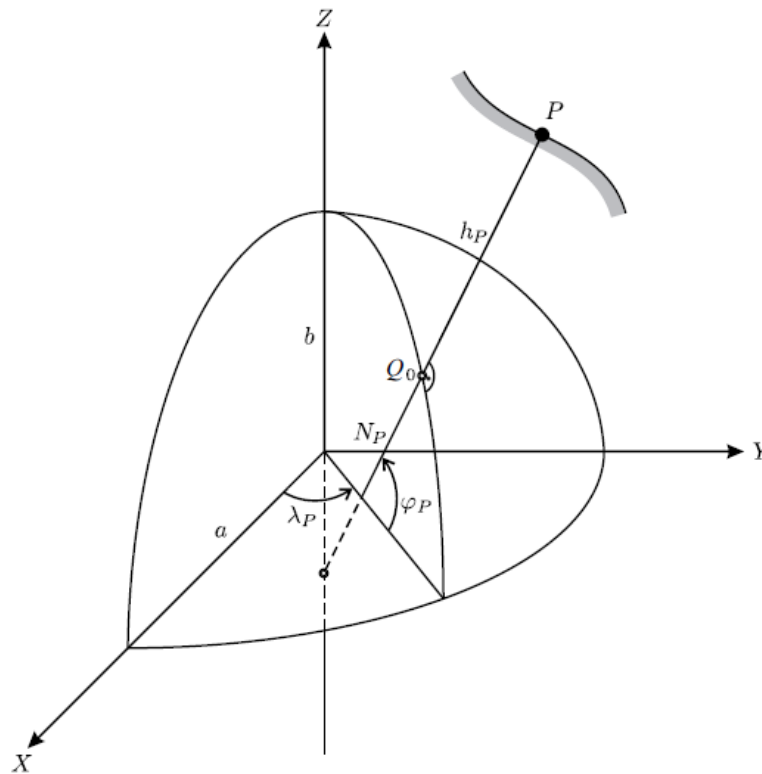


FIG.2. 7 Altitude Elipsoidal (FERREIRA, 2011).

Segundo Torge (2012), a altitude elipsoidal possui como característica intrínseca o fato de não estar vinculada ao campo da gravidade terrestre. Logo pontos com a mesma altitude elipsoidal não descrevem uma superfície equipotencial. A relação entre a altitude elipsoidal e as altitudes ortométricas e normais são dadas, respectivamente pelas expressões 2.40 e 2.41:

$$H^O \approx h - N \quad \text{EQ. 2.40}$$

$$H^N \approx h - \delta \quad \text{EQ. 2.41}$$

De acordo com Jekelli (2000), o sinal aproximado nas EQ. 2.40 e 2.41 deve-se ao

fato de que as altitudes envolvidas são mensuradas em diferentes linhas de campo. No caso da relação entre as altitudes elipsoidais e normal-ortométricas, Ferreira (2011) sugere:

$$H^{ON} \approx h - n \quad \text{EQ. 2.42}$$

O termo (n) é denominado por “ondulação orto normal”, que conceitualmente é diferente da ondulação geoidal N e também da anomalia da altitude ζ . Vale ressaltar que amplamente este termo vem sendo divulgado em literatura nacional e até mesmo pelo próprio IBGE, de forma equivocada como ondulação geoidal.

2.7.5 SEPARAÇÃO ENTRE O GEOIDE E O QUASE-GEOIDE

O entendimento entre a separação geóide e quase-geóide será de fundamental importância para a compreensão da análise que será realizada nos dados da RAFB, quando confrontados com os modelos geopotenciais apresentados. Assim, considerando as EQs. 2.40 e 2.41, tem-se:

$$H^o + N = H^n + \zeta \quad \text{EQ.2.43}$$

em que, considerando as EQs. 2.35 e 2.36 têm-se:

$$N - \zeta = H^n - H^o = \frac{C_B}{\bar{\gamma}} - \frac{C_B}{\bar{g}} \quad \text{EQ.2.44}$$

$$N - \zeta = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} \quad \text{EQ. 2.45}$$

A EQ. 2.45 expressa a separação entre o geóide e o quase-geóide.

Segundo Heiskanen e Moritz (1967) o problema em determinar a separação entre a altitude ortométrica e a altitude normal (o mesmo em quantificar a diferença entre a ondulação geoidal e a anomalia da altitude) é estimar o valor da gravidade média \bar{g} pelo caminhamento da linha de força.

Considera-se na EQ. 2.45, a anomalia de gravidade de Bouguer (Δg_b), igual ao termo $(\bar{g} - \bar{\gamma})$. Logo se tem:

$$N - \zeta \approx \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} \quad \text{EQ. 2.46}$$

Devido a indisponibilidade de dados gravimétricos (anomalias de gravidade Bouguer) para o cálculo da separação geoide/quase-geoide usando EQ. 2.46, empregou-se a solução fornecida pela NGA em termos de coeficientes harmônicos esféricos (PAVLIS et al., 2012). Neste caso tem-se:

$$dH(\varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^{2160} \sum_{m=0}^n [C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)] P_{nm}(\cos \varphi), \quad \text{EQ. 2.47}$$

em que dH é a separação entre o geóide e o quase-geóide, C_{nm} e S_{nm} são os coeficientes que representam a decomposição espectral da quantidade fornecida pela EQ. 2.47.

3 REDE ALTIMÉTRICA FUNDAMENTAL DO BRASIL E MODELOS GEOPOTENCIAIS

3.1 REDE ALTIMÉTRICA FUNDAMENTAL DO BRASIL

A Rede Altimétrica Fundamental do Brasil (RAFB) é executada, implantada e monitorada pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) sendo esta, a referência oficial para a componente vertical no país. A RAFB é composta por pontos materializados fisicamente, através de chapas de bronze, acoplados sobre os marcos de concreto ou estruturas de concreto dispostas sobre a superfície Terrestre. A FIG. 3.1, mostra o modelo de chapas implantadas na RAFB, com suas respectivas medidas em centímetros (IBGE, 1998).

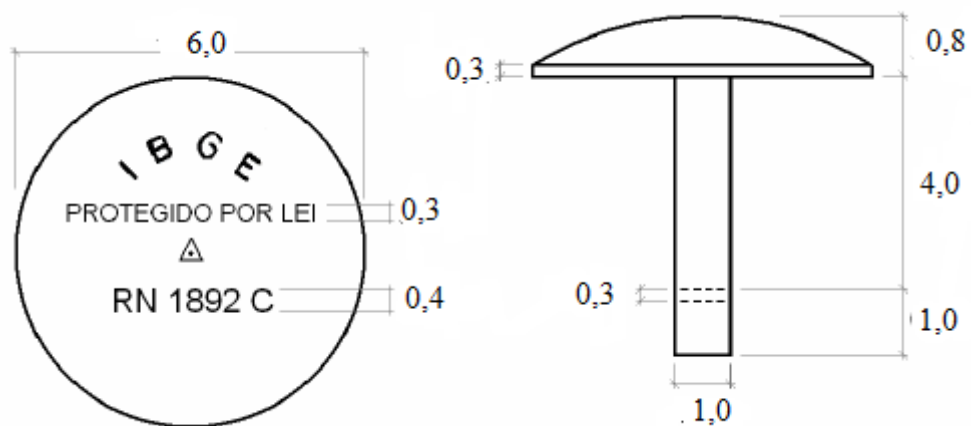


FIG.3. 1 Modelo atual de chapas para materialização de estações geodésicas (IBGE, 1998).

Estes pontos materializados são chamados de RNs (referências de nível), onde suas altitudes são obtidas através da execução de circuitos de nivelamento geométrico dispostos em determinadas partes do país. O objetivo primordial da rede é apoiar o mapeamento básico e servir de suporte para grandes obras de engenharia, tais como rodovias, barragens, saneamento básico, redes de distribuição de águas e telecomunicações (ALENCAR, 1968).

Atualmente a RAFB, em grande parte das altitudes niveladas, referem-se ao *datum* de Imbituba, isto é, ao nível médio do mar no porto de Imbituba-SC, com observações de marés entre os anos de 1949 e 1957. Uma pequena parte da RAFB existente no Amapá não pôde ser conectada ao *datum* de Imbituba, levando à utilização do nível médio dos mares no porto de Santana-AP, entre os anos de 1957 e 1958. Logo, a utilização do nível médio dos mares preconiza a vinculação da superfície geoidal para a concepção do sistema de altitude desenvolvido no Brasil.

De acordo com Souza (2002) apesar da alta precisão obtida na execução do nivelamento geométrico, a implantação de uma rede de nivelamento que se estenda por todo o país, associado a um *datum* vertical, com uma distribuição geográfica adequada, torna-se economicamente inviável, visto a dimensão do Brasil.

Por serem de grandes extensões as redes de nivelamento executadas não estão livres de erros cometidos durante os processos, sendo tais erros classificados em aleatórios, sistemáticos e grosseiros. Diante de tais erros buscam-se minimizar os erros aleatórios e remover os erros sistemáticos e grosseiros através de técnicas adequadas para tal. Uma explicação consistente sobre o tratamento destes erros na RAFB pode ser encontrado em Luz, (2008).

Como principais causas de erros na RAFB podem ser citados os erros de leituras das miras, erros de verticalidades das miras, refração atmosférica, erros na colimação do nível óptico para realização das visadas e por fim as marés terrestres.

Com relação aos efeitos sistemáticos envolvidos no processo de nivelamento geométrico, Bomford (1983), menciona os tipos de erros que necessitam atenções especiais:

- a) colimação incorreta do nível óptico, onde o efeito da defasagem angular entre a linha de visada e o plano horizontal, associado ao processo de materialização da linha de visada, surge com a contínua utilização do instrumento, mostrando de forma clara as imperfeições na materialização da linha de visada horizontal;
- b) refração atmosférica é o erro de curvatura da linha de visada é causado pela variação das densidades das camadas atmosféricas, as quais estão ligadas diretamente a mudanças na temperatura do ar;
- c) falta de verticalidade na colocação da mira, é o deslocamento da mira em relação a direção vertical da estação visada. Este efeito pode ser minimizado utilizando-se um nível de cantoneira acoplado a mira;

- d) erro de graduação da mira refere-se ao erro ocorrido devido às incertezas na graduação da mira utilizada para o procedimento, podendo ser eliminado através de uma aferição ou calibração da mira;
- e) marés terrestres é o erro ocasionado pelo efeito do desvio da vertical advindo da componente horizontal do campo de maré, gerado pela interação gravitacional da Terra, principalmente com os astros Sol e Lua;

A execução do nivelamento geométrico apenas possui objetivo de observar os desníveis entre os pontos. Em função do percurso escolhido para as linhas de nivelamento serão obtidos desníveis, os quais podem ser diferentes caso o caminho escolhido para o nivelamento seja alterado. Esse fato é decorrente do não paralelismo das superfícies equipotenciais, devido à distribuição não homogênea das massas na Terra, representado pela FIG. 3.2.

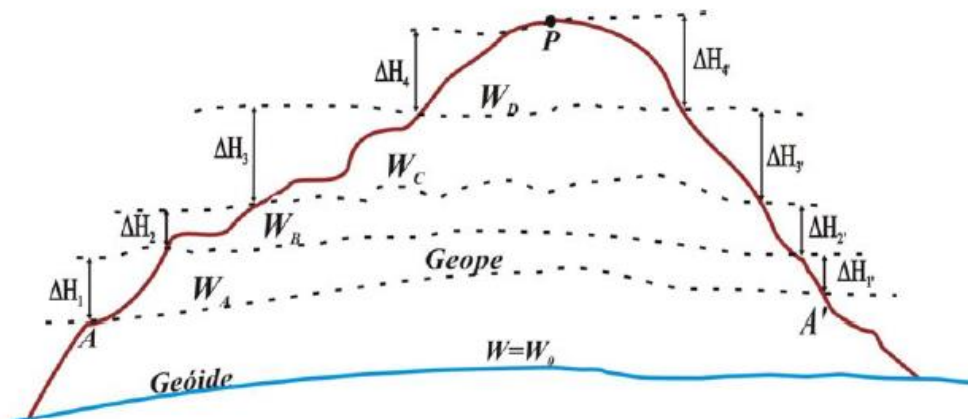


FIG.3. 2 Não paralelismo das superfícies equipotenciais (GEMAEL, 2002).

Logo apenas a realização do nivelamento geométrico, atrelado ao nível médio dos mares de Imbituba ou Santana, não torna o sistema de altitudes no Brasil, vinculado à altitude tipo ortométrica por exemplo. Conforme visto na seção 2.7.2.1, a concepção da altitude ortométrica deve estar diretamente ligada ao campo da gravidade. A indisponibilidade dos dados gravimétricos na época da concepção da rede (início aproximadamente em outubro de 1945 e densificação para o interior do Brasil ocorrendo na década de 1970), faz com que não se possa afirmar que as altitudes da RAFB, sejam consideradas do tipo ortométricas.

Alguns autores, tais como Gemael (2002), sugerem a utilização da correção normal-ortométrica para atrelar as altitudes da RAFB um significado físico. Porém, esta correção apenas dá soluções aproximadas ao problema em questão. A correção normal-ortométrica preconiza a independência da aplicação da gravimetria na rede, logo a correção é feita nos desníveis brutos obtidos pelo nivelamento geométrico (GEMAEL, 2002). Esta afirmação corrobora de forma mais consistente na contraposição do sentido da altitude ortométrica, pois necessariamente esse tipo de altitude depende da associação dos dados da gravidade.

Maiores detalhes sobre a evolução das linhas de nivelamento da RAFB, bem como da forma de tratamento dos dados, podem ser encontrados em Luz (2008).

3.1.1 CONEXÃO SAT/RN

Atualmente a RAFB conta aproximadamente com mais de 69.000 estações de RNs, espalhadas pelas linhas de nivelamento no Brasil (LUZ, 2008). Para controle e validação dos modelos geoidais desenvolvidos no Brasil, digam-se os três últimos; MAPGEO2004, MAPGEO 2010 e MAPGEO2015, eram necessários que existissem conexões entre a rede de nivelamento e a rede GNSS.

O IBGE define como sendo uma conexão SAT/RN os pontos materializados mostrados na seção 3.1 que posteriormente são rastreados por sistema GNSS. As informações contidas em uma conexão SAT/RN importantes para a sequência de análise desta dissertação são: latitude (φ), longitude (λ), altitude elipsoidal ou geodésica (h), “ondulação orto-normal” (n) e por fim altitude normal-ortométrica (H^{NO}).

Atualmente existem 843 conexões SAT/RN espalhadas por todas as regiões do Brasil. Porém na época de lançamento do modelo geoidal MAPGEO2015, existiam apenas 784 conexões. De acordo com o relatório técnico da elaboração do MAPGEO2015, para validar e analisar as discrepâncias do modelo geoidal brasileiro em relação à RAFB foram selecionadas 592 conexões SAT/RN. Essa seleção de 592 conexões foi realizada pelo próprio IBGE, considerando para a exclusão das demais conexões, pontos em ramais de nivelamento e em circuitos com erros altos de fechamento altimétrico. Também foram excluídas conexões que apresentavam erros grosseiros. Essas exclusões geraram um total de 192 conexões SAT/RN

eliminadas, quando houve a efetiva validação do MAPGEO2015 (IBGE, 2015). As conexões utilizadas para a análise são visualizadas na FIG. 3.3.



FIG.3. 3 Espacialização das 592 conexões SAT/RN (O Autor, 2016)

Logo, é factível mencionar que através da seleção realizada pelo IBGE apenas 592 conexões tem reais condições de servirem de base para testar e validar os modelos geopotenciais, sejam eles globais ou locais utilizados no Brasil. A TAB. 3.1 e a FIG. 3.4 mostram a contribuição de cada região do Brasil na amostra total das conexões existentes da RAFB.

TAB 3. 1 Número de conexões SAT/RN por regiões do Brasil (O Autor, 2016).

REGIÃO DO BRASIL	Nº DE CONEXÕES SAT/RN	PERCENTUAL (%)
CENTRO - OESTE	94	15,9
NORDESTE	229	38,7
NORTE	21	3,5
SUDESTE	188	31,8
SUL	60	10,1
TOTAL	592	100

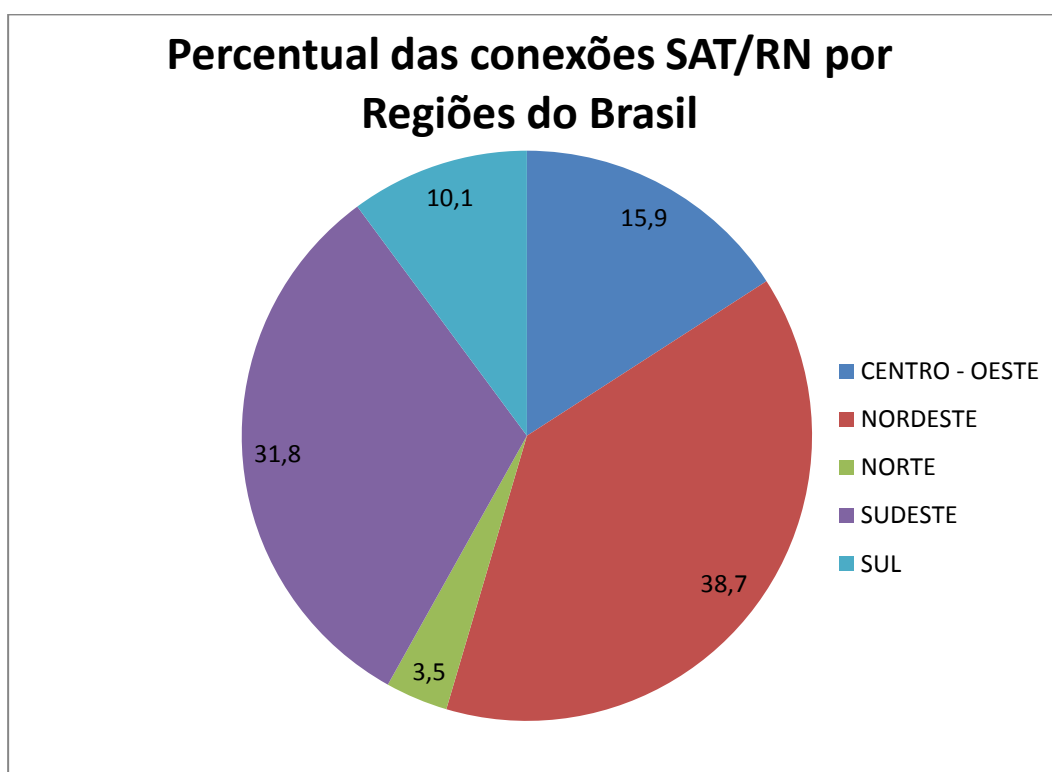


FIG.3. 4 Contribuição percentual das regiões nas conexões da RAFB (O AUTOR, 2016).

3.2 MODELOS GEOPOTENCIAIS

Os modelos do geopotencial permitem a determinação de diversos funcionais do

campo de gravidade através dos coeficientes harmônicos esféricos. Estes funcionais podem ser obtidos em função das coordenadas esféricas (co-latidade e longitude) de um ponto qualquer na superfície terrestre. Ressalta-se que, para esta pesquisa, as funcionais em questão são restritas apenas a ondulação geoidal N e anomalia da altitude ζ .

Os coeficientes harmônicos esféricos dos modelos geopotenciais (C_{nm}) e (S_{nm}) de alto grau e ordem possuem ampla utilização para análises regionais e locais na determinação do geoide ou quase-geoide.

Nas últimas décadas, o grande esforço para tratamento e melhoria da base de dados, em conjunto com os avanços computacionais, permitiram a possibilidade de expandir os coeficientes harmônicos esféricos desde o grau e ordem oito, empregado por volta de 1943, passando pelo grau e ordem trezentos e sessenta, empregado no final dos anos 2000. Atualmente os modelos geopotenciais atingem graus e ordens iguais ou superiores a dois mil cento e noventa. Isto é possível graças aos avanços ocorridos na tecnologia dos satélites artificiais, decorrentes principalmente das missões gravimétricas *CHAMP* (*Challenging Minisatellite Payload*), *GRACE* (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) e *GOCE* (*Gravity Field and Steady State Ocean Circulation Explorer*). Detalhes sobre as missões gravimétricas citadas podem ser encontradas em Torge (2012).

Os modelos geopotenciais podem ser avaliados e testados através de qualquer funcional do campo de gravidade que eles representam desde que estes estejam adequados para a resolução escolhida. Raap (1998) descreve que a resolução espacial dos modelos do geopotencial é calculada para desempenhar o mais alto ganho de precisão na superfície terrestre, sendo determinado pelo grau máximo de expansão dos coeficientes harmônicos esféricos do modelo utilizado ($n_{m\acute{a}x}$). Já o comprimento de onda (λ_{max}) do modelo geopotencial é dado conforme EQ. 3.1.

$$\lambda_{max} = \frac{2\pi R}{n_{m\acute{a}x}} \cos\varphi \quad \text{EQ. 3.1}$$

onde λ_{max} é o comprimento de onda máximo em km, n_{max} é o grau máximo de expansão dos harmônicos esféricos do modelo utilizado e R o raio médio da Terra.

Pode-se encontrar a resolução máxima dos modelos do geopotencial, de acordo com:

$$\rho_{max} = \frac{\pi R}{n_{m\acute{a}x}} \cos\varphi \quad \text{EQ. 3.2}$$

onde ρ_{max} é a resolução máxima do modelo geopotencial em km. O número de coeficiente pode ser determinado por:

$$\sum_{n=2}^{n_{m\acute{a}x}} (2n+1) = (n_{m\acute{a}x} - 1)(n_{m\acute{a}x} + 3) = n_{m\acute{a}x}^2 + 2n_{m\acute{a}x} - 3 \quad \text{EQ. 3.3}$$

assim, para o EGM2008 com $n_{m\acute{a}x} = 2190$ tem-se 4.800.477 coeficientes.

Os modelos geopotenciais podem ser classificados, de acordo com sua resolução espacial ($\rho_{m\acute{a}x}$), em relação ao seu grau e ordem de expansão em coeficientes harmônicos esféricos (n_{max}), conforme observado na FIG. 3.5.

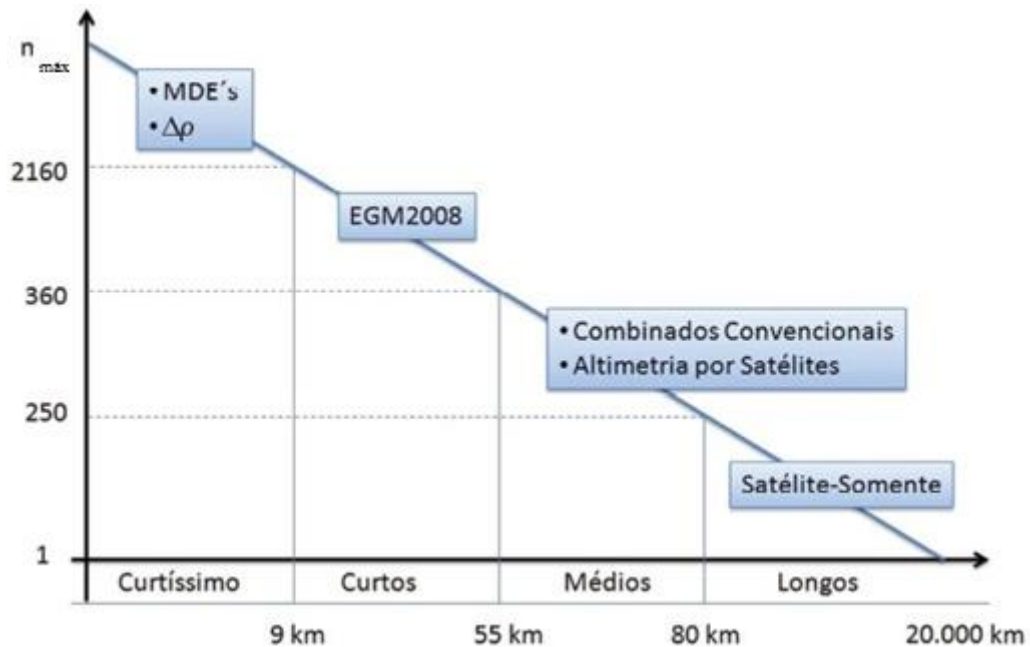


FIG.3. 5 Classificação das resoluções espectrais dos modelos geopotenciais (MONTECINO *et al.* 2011).

Atualmente existem diversos modelos do geopotencial, os quais estão disponíveis no sítio do *ICGEM* (*International Centre for Global Earth Models*), onde se encontram ordenados pelas datas de elaborações dos modelos, grau e ordem de expansão em harmônicos esféricos e por sua classificação.

De acordo com Featherstone (2002) os modelos do geopotencial atuais podem ser classificados em três segmentos conforme o tipo de informação contida no modelo, como se mostra:

1. Modelos Globais do Geopotencial utilizando dados somente de satélites;
2. Modelos Globais do Geopotencial combinados (utilizados nesta dissertação);
3. Modelos Globais do Geopotencial adaptados.

3.2.1 MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL UTILIZANDO DADOS SOMENTE DE SATÉLITES

São modelos do geopotencial obtidos apenas a partir de dados advindos de satélites, derivados em consequência da análise do movimento orbital de satélites artificiais por meio do rastreamento sobre posições conhecidas na Terra. O tipo de modelo em questão possui as seguintes características (MÜLLER *et al.*, 2003):

a) baixo erro de comissão, ou seja, erros devido às incertezas na determinação dos coeficientes (C_{nm}) e (S_{nm}).

b) médio a alto erro de omissão, onde ocorre na parte não modelada devido ao grau de truncamento do desenvolvimento.

Segundo Featherstone (2002), a vantagem em utilizar modelos geopotenciais oriundos apenas de dados de satélites consiste na possibilidade da utilização de soluções não tendenciosas pela combinação de dados heterogêneos de superfície.

3.2.2 MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL COMBINADOS

Segundo Raap (1998), estes modelos geopotenciais são derivados da combinação de dados de satélite, dados de gravimetria terrestre e oceânica, dados de levantamentos aerogravimétricos, dados de modelos digitais de elevação e dados de altimetria por satélites.

A combinação de diferentes fontes de dados permite a expansão dos coeficientes harmônicos esféricos para maiores graus e ordens. Contudo, carregam consigo as limitações

dos modelos oriundos exclusivamente de dados de satélites, combinadas à cobertura espacial deficiente, também estando sujeito à variação da qualidade dos dados inseridos na combinação.

Em locais onde não se tenham dados de gravidade ou que estes não tenham sido disponibilizados para incorporar novos modelos subsequentes, a qualidade dos modelos geopotenciais gerados poderá ser pior do que o modelo original. Os modelos geopotenciais combinados possuem de baixo a médio erro de comissão e o erro de omissão (erro de truncamento) será em função do grau de expansão do novo modelo gerado, ou seja, poderá variar de modelo a modelo, conforme o truncamento realizado no modelo original.

Heck (1990) cita que a ocorrência de distorções nos longos comprimentos de onda nas anomalias da gravidade terrestre é causada pela utilização de diferentes *datas* verticais geodésicos. Isto explica os maiores problemas associados aos erros de comissão nestes tipos de modelos.

Esta dissertação irá utilizar os modelos globais geopotenciais combinados, *EGM2008* (*Earth Gravitational Model 2008*), *EIGEN-6C4* (*European Improved Gravity Model the Earth by New Techniques*) e *GECO* (*Combining GOCE data and EGM2008*) para a realização das análises junto a RAFB. Estes modelos geopotenciais foram escolhidos por serem os modelos globais do geopotencial, com os melhores resultados de precisão para o Brasil conforme verificado no sítio do *ICGEM*. Também serão realizadas comparações entre as respostas dos modelos geopotenciais citados com o modelo de ondulação geoidal oficial Brasileiro MAPGEO2015, este classificado também como um modelo geopotencial combinado. As apresentações de cada modelo encontram-se na próxima seção.

3.2.2.1 MODELO DO GEOPOTENCIAL GLOBAL *EGM2008*

De acordo com Pavlis *et al.* (2008), o modelo geopotencial *EGM2008* é considerado como o melhor resultado obtido em termos de combinação de dados gravimétricos advindos de fontes diversas. O modelo é completo até o grau 2.190 e ordem 2.159 em termos dos coeficientes harmônicos esféricos, tendo uma resolução espacial de aproximadamente 9 km para os funcionais do campo de gravidade.

Este modelo foi disponibilizado no ano de 2008 e elaborado pela *NGA (National Geospatial-Intelligence Agency)* com objetivo de atingir uma acurácia global do geoide em torno de 15 cm. Para isso foram utilizadas as mais precisas fontes de dados gravimétricos mundiais disponíveis nas áreas dos continentes, oceanos, de veículos espaciais e de missões gravimétricas por satélites, citando como principal elemento desta composição os satélites da missão *GRACE*.

Segundo Refag (2010), o *EGM2008* tem se mostrado como uma das melhores bases de dados para a formação de um SGA (Sistema Global de Altitudes), bem como para servir de base para outros modelos geopotencias, como por exemplo, os outros modelos abordados nesta dissertação.

3.2.2.2 MODELO DO GEOPOTENCIAL GLOBAL *EIGEN-6C4*

O modelo geopotencial *EIGEN-6C4*, é um modelo geopotencial, advindo originalmente do modelo *EGM2008*, sendo disponibilizado no ano de 2014. Foi elaborado em conjunto pela agência *GFZ Potsdam* e *GRGS Toulouse*. As técnicas de junção dos diferentes conjuntos de dados de satélites e dados de superfície foram feitas por uma combinação de equações de observações para os coeficientes harmônicos esféricos até o grau máximo 370. Uma descrição detalhada das técnicas aplicadas para a geração deste modelo geopotencial global, pode ser encontrada em Forste (2012).

A solução resultante para o grau e ordem 370 foi estendida para grau e ordem 2.190 por uma solução diagonal de bloco utilizando a malha de dados da anomalia de gravidade global do modelo *DTU10 (Technical University of Denmark)* que constitui em um modelo global de marés oceânicas. Detalhes sobre a solução diagonal de bloco realizada, bem como sobre o modelo *DTU10*, podem ser encontrados em Youngcun e Ole (2011).

3.2.2.3 MODELO DO GEOPOTENCIAL GLOBAL *GECO*

Este modelo do geopotencial global advém da combinação do modelo *EGM2008* com dados provenientes da missão gravimétrica *GOCE*, tendo sido disponibilizado no ano de 2015. A combinação deste modelo é realizada em termos dos valores da ondulação geoidal (N) sobre uma grade regular em áreas locais.

Esta combinação de áreas é repetida diversas vezes gerando uma sobreposição de todo o globo terrestre. Em seguida, é executada uma análise dos coeficientes harmônicos esféricos do modelo combinado. Esta combinação é feita até o grau máximo 359 correspondente a resolução de $0,5^\circ \times 0,5^\circ$. Após este procedimento, o modelo é expandido até o grau 2.159 usando o modelo *EGM2008* como base para os curtos comprimentos de onda. Detalhes da elaboração do modelo geopotencial combinado *GECO* são encontrados em ISG (2015).

3.2.2.4 MODELO DE ONDULAÇÃO GEOIDAL PARA O BRASIL (MAPGEO2015)

Lançado em novembro de 2015, o modelo MAPGEO2015 elaborado pelo IBGE em parceria com a USP é atualmente o modelo geoidal oficial para o Brasil. Este modelo abrange a área compreendida pelas latitudes de 6° Norte e 35° Sul e pelas longitudes de 75° Oeste e 30° Leste, referenciado ao SIRGAS 2000 (Sistema de referência Geocêntrico para as Américas). A FIG. 3.6, traz a área de abrangência do modelo geoidal para o Brasil.

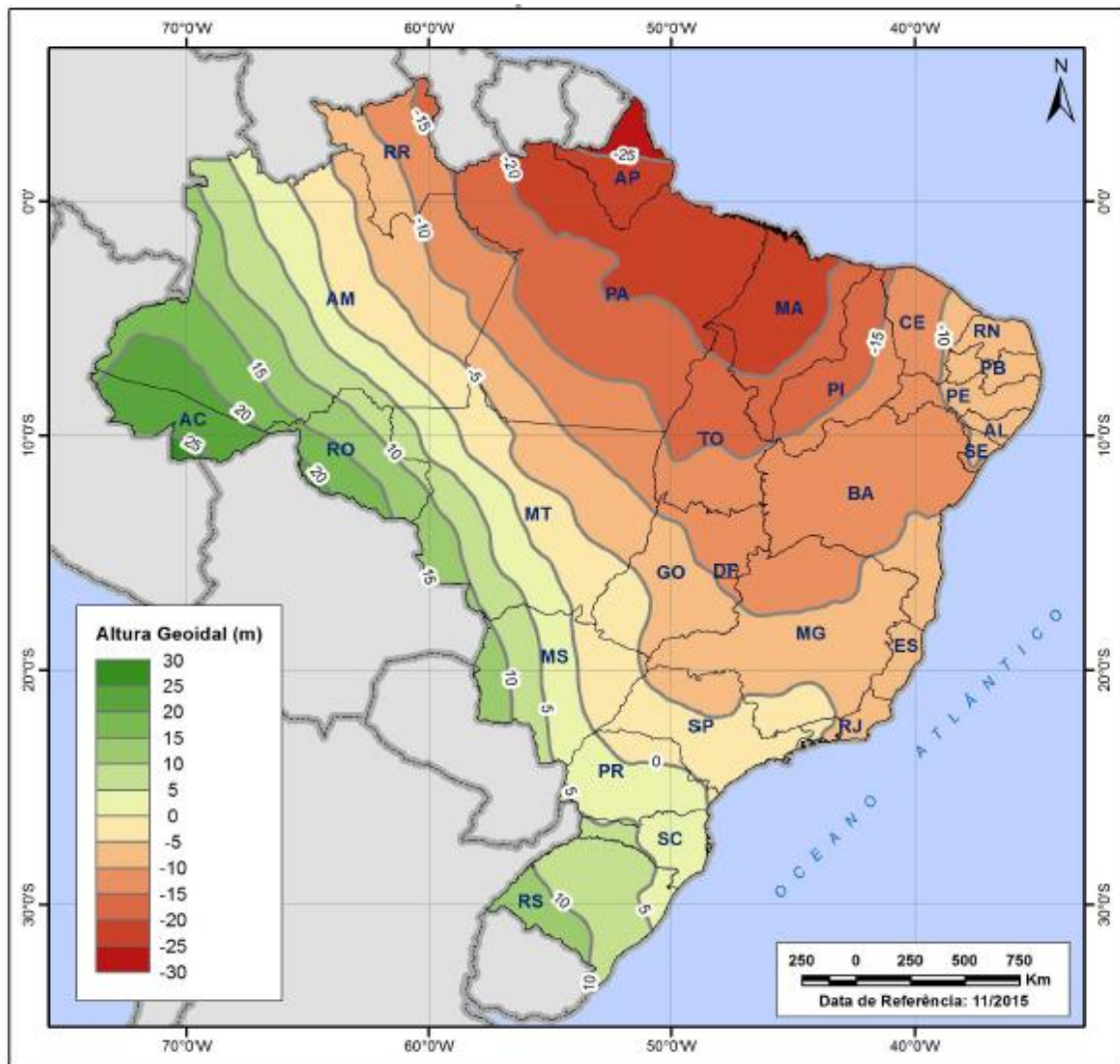


FIG.3. 6 Novo modelo de ondulação geoidal para o Brasil (IBGE, 2015).

Para a concepção do modelo MAPGEO 2015 foram utilizadas diversas fontes de dados, tais como o modelo digital de elevação SAM3s_v2, o qual baseia-se no *SRTM* – (*Shuttle Radar Topography Mission*) (FARR *et. al*, 2007). Este contribui com os valores de altitude utilizados para o cálculo da anomalia de gravidade de Bouguer completa.

A grade de 5' das anomalias ar livre médias foi completada na região oceânica com as anomalias derivadas do modelo de altimetria por satélite DTU10 (YOUNGCUN e OLE, 2011). De acordo com o IBGE (2015), as componentes de curto comprimento de onda foram estimadas através do uso da transformada rápida de Fourier (*FFT - Fast Fourier Transform*) usando a modificação do núcleo de Stokes proposta por Fearthestone (2002).

O modelo geopotencial utilizado como referência para remover as componentes de médios e longos comprimentos de onda da anomalia de Helmert e para repor no final as

mesmas componentes na ondulação geoidal, técnica esta denominada "remover- calcular-repor", foi o modelo *EIGEN- 6C4*, truncado no grau e ordem 200 (IBGE, 2015). Detalhes sobre o uso da transformada rápida de Fourier e da técnica remover – calcular- repor, podem ser encontrados em Sideris (1997).

A validação do MAPGEO2015 se deu utilizando como referência as "ondulações orto-normais", obtidas pela diferença entre as altitudes normais-ortométricas oriundas do nivelamento geométrico de 592 RNs e as respectivas altitudes elipsoidais referidas ao SIRGAS2000, obtidas por técnica *GNSS*, conforme mostra a FIG. 3.7 (IBGE, 2015).

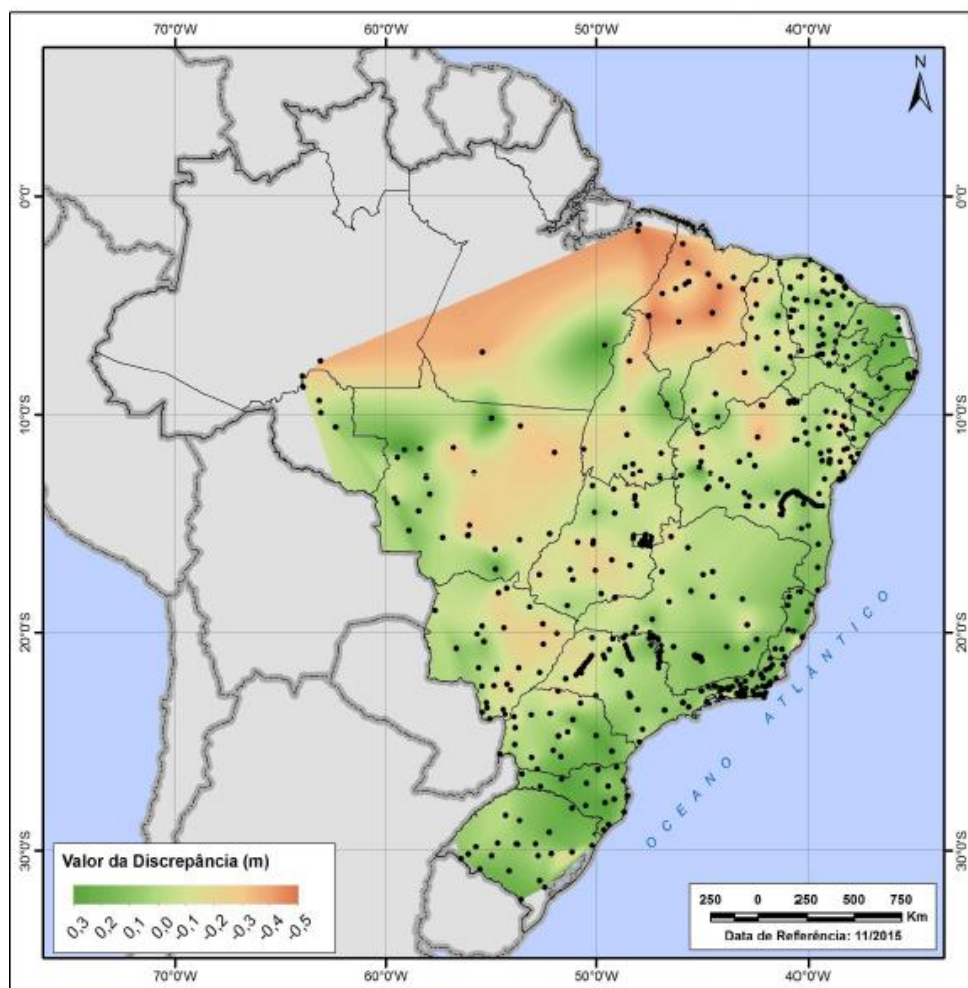


FIG.3. 7 Mapa das diferenças entre GNSS/RN e o MAPGEO2015 (IBGE, 2015).

Os 592 pontos selecionados para a validação do MAPGEO2015 foram criteriosamente selecionados pelo IBGE através de estudos realizados na RAFB, onde foram identificadas as conexões que faziam parte de linhas de nivelamento fechadas, conseqüentemente, tendo valores ajustados das altitudes. Os pontos das linhas de

nivelamento fechadas formam a base crucial para a validação dos experimentos aqui testados, sendo disponibilizadas pelo IBGE. Conforme mencionado na seção 3.1.1 cada ponto possui suas respectivas informações, visto que agora é somente acrescentada a informação sobre a ondulação geoidal N de cada ponto, fornecido pelo cálculo da funcional no MAPGEO2015.

3.2.3 MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL ADAPTADOS

São modelos que realizam uma adaptação em um determinado modelo mais geral para uma determinada região, por meio da inserção de uma maior quantidade de dados locais, obtendo uma maior resolução espectral na região onde os dados inseridos estão contidos. Estes modelos possuem de médio a alto erro de comissão devido a grande heterogeneidade das bases de dados utilizadas, bem como das diferentes incertezas dos referencias utilizados. Porém possuem um médio erro de truncamento (FEATHERSTONE, 2002).

3.3 SISTEMAS DE MARÉS TERRESTRES

A maré terrestre é o resultado da interação gravitacional da Terra com a Lua e o Sol (bem como outros planetas), resultando em esforços diferenciais bastante significativos, que produzem deformações na crosta terrestre e variações no campo de gravidade (*e.g.*, DALAZOANA, 2005). Considerando a Terra como um corpo passível de deformações, as influencias das marés terrestres em termos de variações altimétricas podem chegar a 50 cm. Estas deformações produzem redistribuição de massas e por consequência uma alteração no valor do geopotencial para um dado ponto sobre a superfície terrestre.

O sistema de mares terrestre é um importante aspecto a ser considerado na obtenção dos parâmetros derivados dos modelos geopotenciais. De acordo com Eckman (1989), é

proposto três sistemas de mares, a saber:

- a) Sistema livre-de-maré (*non-tidal* ou *tide-free*): nesse sistema são eliminados completamente os efeitos da deformação e os efeitos diretos e indiretos do potencial associados à maré permanente;
- b) Sistema de maré-média (*mean tide*): neste sistema permanecem os valores médios das deformações da crosta Terrestre e do seu efeito sobre o potencial da gravidade, associados à maré permanente;
- c) Sistema de maré-zero (*zero tide*): nesse sistema é usado somente no campo de gravidade. São eliminados os efeitos diretos do potencial gerador da maré permanente sobre o potencial da gravidade e mantidos os seus efeitos indiretos.

Segundo Freitas *et. al.* (2011), os sistemas de altitudes usualmente estão em um sistema de marés indefinidos, mesmo que haja relatos de autores argumentando a utilização do sistema de maré-média. No entanto, caso não tenha sido realizada correções devido ao efeito de marés, assume-se que os efeitos médios (permanente e temporal) estão presentes nas altitudes vinculadas a um *datum* vertical qualquer. Ou seja, assume-se em princípio que o sistema de marés aos quais as altitudes estão reduzidas seja o sistema maré-média. Vale ressaltar que até o término desta pesquisa não houve manifestação por parte do IBGE, sobre o sistema de marés utilizado pelo MAPGEO2015. Porém, considerando que o mesmo seja destinado a usuários *GNSS* para a determinação de altitudes, assume-se aqui que o mesmo esteja no sistema livre-de-marés.

Para efeito desta pesquisa, foi empregada a seguinte abordagem para transformação entre os sistemas de marés terrestres livre-de-maré e maré-média (FERREIRA e FREITAS, 2012):

$$H_{\text{livre-de-maré}} = H_{\text{maré-média}} + \left\{ (1 + k - h) \left[-0.198 \left(\frac{3}{2} \sin^2 \bar{\varphi} - \frac{1}{2} \right) \right] \right\}, \quad \text{EQ. 3.4}$$

em que k e h são os números de Love com valores 0.3 e 0.6, respectivamente, e $\bar{\varphi}$ é a latitude geocêntrica. A mesma pode ser calculada por:

$$\bar{\varphi} = \arctan \left[\left(\frac{b}{a} \right)^2 \tan \varphi \right], \quad \text{EQ. 3.5}$$

em que φ é a latitude geodésica, a e b são, respectivamente, o semi-eixo maior e menor do

elipsóide de referência.

4 METODOLOGIA PARA INDICAÇÃO DE ADERÊNCIA DA RAFB ÀS ALTITUDES FÍSICAS

4.1 METODOLOGIA PARA ANÁLISE DA ADERÊNCIA DA RAFB AS ALTITUDES FÍSICAS

Diante de todo o exposto nos capítulos anteriores, percebe-se que até mesmo o órgão gestor da RAFB não traduz de forma correta os conceitos aqui abordados sobre as altitudes científicas. Tendo em vista a grande miscelânea de definições decorrentes do tratamento dos dados por meio do IBGE, houve a necessidade de interpretar os dados adquiridos na forma conceitual correta. Essa interpretação fez com que as definições do IBGE quanto à diferença da conexão SAT/RN e, principalmente, a denominação da RN como altitude ortométrica fossem totalmente abandonadas nesta pesquisa.

Como visto na seção 2.7.5, o sistema de altitudes do Brasil é formado por altitudes do tipo normal-ortométrica e não altitudes ortométricas. Logo a diferença entre a conexão SAT/RN também não pode ser chamada de altura geoidal. Em Ferreira (2011), foi proposto chamar a diferença entre altitude elipsoidal e altitude normal-ortométrica como “altura ou ondulação geoidal-normal”, note que o termo se encontra entre aspas indicando a necessidade de uma reflexão sobre a denominação mais adequada para expressar esta diferença. Esta dissertação vem tratando esta mesma diferença como “ondulação orto-normal”, visto as superfícies envolvidas para o cálculo deste afastamento.

Esclarecidos os tópicos anteriores, a proposta metodológica dessa dissertação pode ser explanada em quatro etapas descritas a seguir, lembrando que estes cálculos foram feitos para as 592 conexões SAT/RN:

1. determinação da anomalia da altitude (ζ) e da ondulação geoidal (N) dos três modelos geopotenciais globais utilizados, *EGM2008*, *EIGEN-6C4* e *GECO*.
2. determinação das altitudes ortométricas e altitudes normais para os três modelos geopotenciais globais utilizados, *EGM2008*, *EIGEN-6C4* e *GECO* e cálculo da altitude ortométrica para o MAPGEO2015, comparando as altitudes ortométricas obtidas

- através dos quatro modelos utilizados;
- determinação das diferenças entre as altitudes normais-ortométricas da RAFB (já compatibilizadas para o sistema livre-de-marés), em relação as altitudes ortométricas e altitudes normais dos modelos geopotenciais globais.
 - cálculo da acurácia dos modelos apresentados e aplicação do critério semelhança/dessemelhança para analisar a aderência da RAFB em relação as superfícies geoidais ou quase geoidais. O fluxograma (FIG. 4.1) mostra a metodologia.

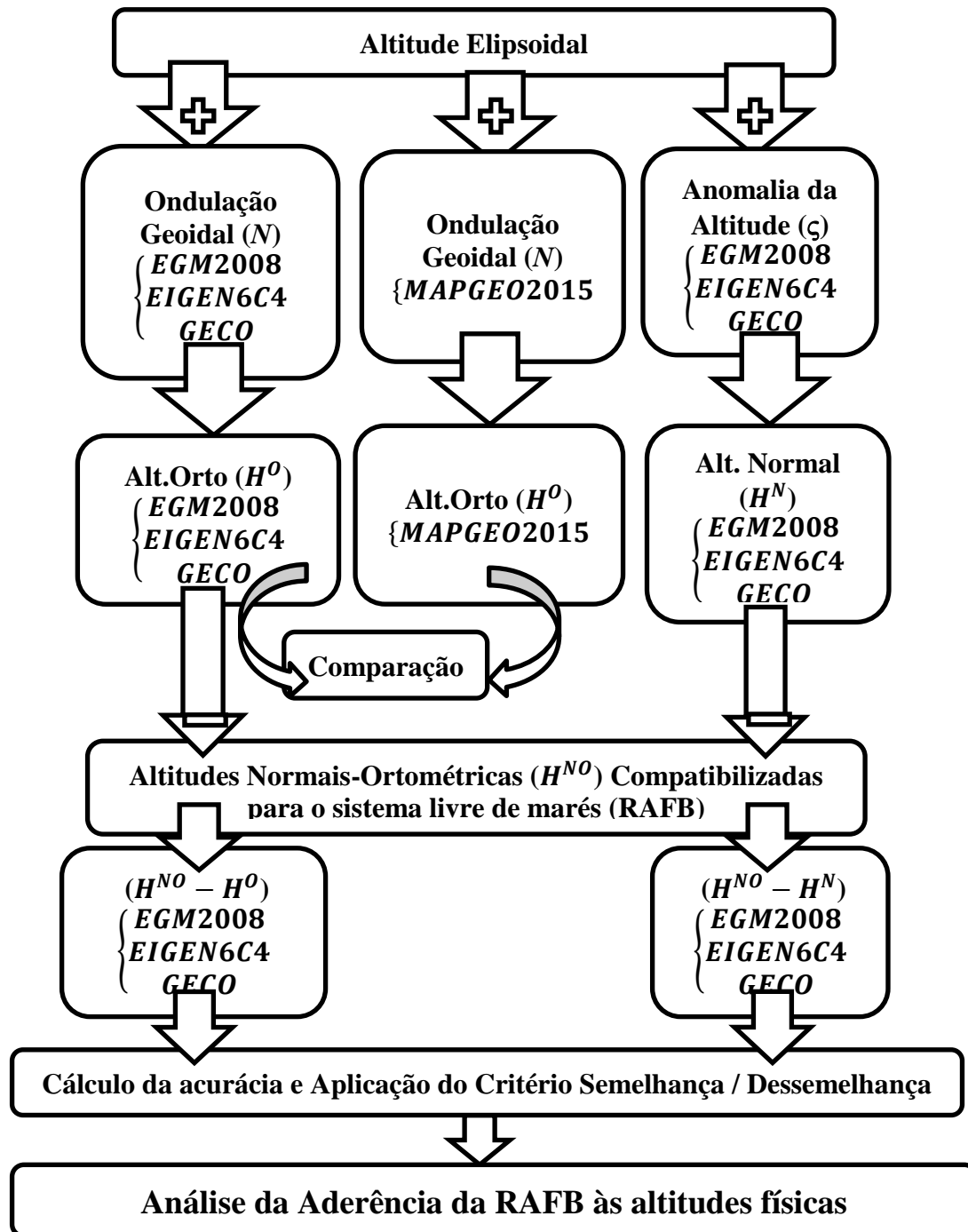


FIG.4. 1 Abordagem proposta para a análise da aderência da RAFB às altitudes físicas (O Autor, 2016).

4.2 AQUISIÇÃO DE DADOS

A aquisição dos dados referentes à RAFB e o MAPGEO2015 utilizados nesta dissertação foram obtidos de forma gratuita, por meio do sítio do IBGE. Os dados estão disponibilizados por meio de uma tabela contendo as informações relevantes das 592 conexões SAT/RN, dispostas no ANEXO “A”.

Nesta tabela estão contidas as seguintes informações acerca das conexões: número identificador da RN; número identificador SAT; região do Brasil; Estado; latitude (ϕ); longitude (λ); valor da altitude normal-ortométrica (H^{NO}); valor da altitude elipsoidal ou geométrica (h); diferença na conexão (n); ondulação geoidal do MAPGEO2015 (N); discrepâncias na diferença da conexão em relação ao MAPGEO2015 ($n - N$); e por fim o endereço do SAT no banco de dados do IBGE, onde é vista a monografia da conexão.

Referentes aos coeficientes harmônicos esféricos dos modelos geopotenciais globais *EGM2008*, *EIGEN-6C4* e *GECO*, estes foram obtidos também de forma gratuita através do sítio do *ICGEM* e encontram-se disponíveis no ANEXO “B”.

Cabe ressaltar que os processamentos dos dados foram realizados no programa computacional MATLAB, com as respectivas rotinas para os cálculos das anomalias da altitude, bem como do afastamento entre o geoide e o quase geoide, utilizando os modelos matemáticos apresentados nas seções 2.5 e 2.7.5.

4.3 DEFINIÇÃO DO SISTEMA GEODÉSICO DE REFERÊNCIA

Faz-se necessário a definição do elipsoide de referência que será utilizado para todos os casos abordados nesta dissertação. Para tal, foram adotados os parâmetros do elipsoide *GRS80* (*Geodetic Reference System 1980*), empregado no SIRGAS2000 (Sistema de Referência Geocêntrico das Américas), conforme observado na TAB. 4.1. O elipsoide *GRS80* foi utilizado, pelo fato deste ser à base do SIRGAS2000, atual SGR (Sistema Geodésico de Referência), na época 2000,4 do SGB (Sistema Geodésico Brasileiro).

TAB 4. 1 Constantes físicas e geométricas do elipsoide *GSR80* (O Autor, 2016).

Constantes		Valores
Físicas	γ_e	$9,7803267715 \text{ ms}^{-2}$
	γ_p	$9,8321863685 \text{ ms}^{-2}$
	m	0,00344978600308
	U_0	$62636860,85 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$
	GM	$3.986.005 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Geométricas	a	6.378.137,000 m
	b	6.356.752,3141 m
	f	0,003352581068118

onde γ_e é a gravidade normal no equador, γ_p é a gravidade normal no polo, U_0 é o potencial gravitacional da Terra normal, GM é a constante gravitacional geocêntrica, a é o semieixo maior do elipsoide, b é o semieixo menor do elipsoide e f o achatamento (MORITZ, 2000).

5 RESULTADOS E ANÁLISES

5.1 COMPATIBILIZAÇÃO DOS SISTEMAS DE MARÉS TERRESTRES

Torna-se essencial definir desde o início, qual será o tratamento para os sistemas de marés, os quais as conexões SAT/RN, sofrerão a redução. Isso porque para a componente vertical (altitude), as diferenças entre os modelos podem chegar a 10 cm (considerando o território brasileiro de norte a sul), o que implica em uma diferença altamente significativa para o problema (DALAZOANA, 2005). Logo, conforme mencionado na seção 3.3, o sistema de marés terrestres que será utilizado nesta dissertação, será o do tipo “livre-de-marés”. Digno de nota é apesar da Associação Internacional de Geodésia (*IAG, International Association of Geodesy*) recomendar o sistema maré-zero, adotou-se aqui o sistema livre-de-marés devido aos usuários *GPS*. Além do mais, como as comparações aqui realizadas são relativas, o sistema de marés adotado não compromete as conclusões (desde que todas as grandezas envolvidas estejam reduzidas ao mesmo sistema).

Para o conjunto das 592 conexões da RAFB foi aplicado o modelo matemático da EQ. 3.4 (seção 3.3) levando em consideração a latitude (φ) de cada ponto em questão (FIG. 5.1).

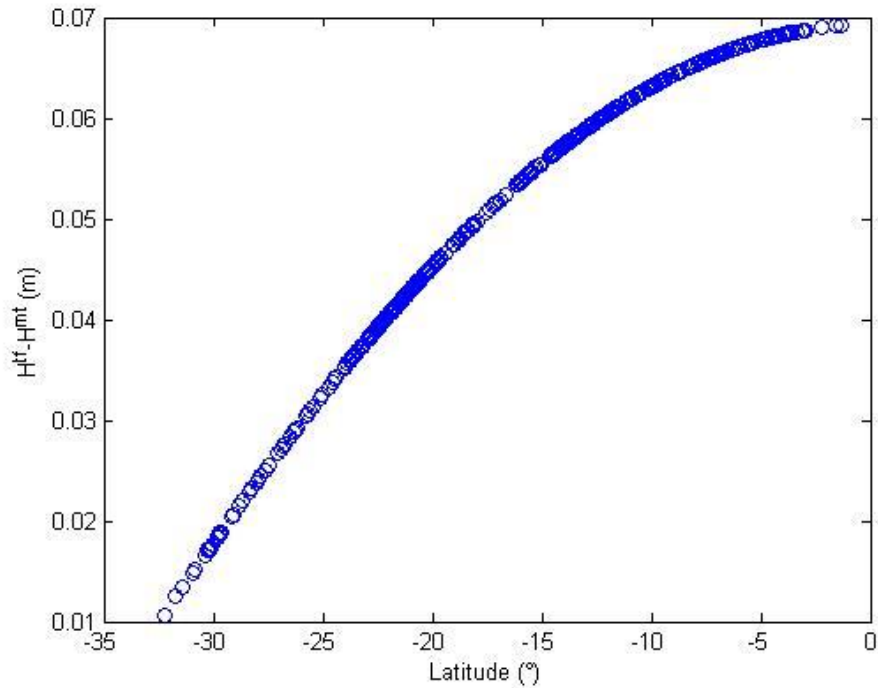


FIG. 5.1 Diferenças entre as altitudes no sistema livre-de-marés e no sistema maré-média (O Autor, 2016).

Percebe-se na FIG. 5.1 que as reduções sofridas nas altitudes apresentam valores até 7 cm em sua amplitude máxima próximo ao Equador e ao mínimo de 1 cm próximo a latitude 33° Sul. Estes valores apresentados na FIG. 5.1 foram usados para reduzir as altitudes normal-ortométricas do sistema maré-média (H^{mt}) para o sistema livre-de-maré (H^{lt}). Este procedimento faz-se necessário para uma correta comparação entre as grandezas envolvidas, *i.e.*, altitudes normal-ortométricas, altitudes elipsoidais, e alturas geoidais (ou anomalias de altitudes). Os resultados das reduções obtidas para cada conexão, bem como os valores das RNs compatibilizadas para o sistema livre-de-marés, encontram-se no ANEXO “A”.

5.2 UTILIZAÇÃO DOS MODELOS GEOPOTENCIAS

Conforme mencionado na seção 3.2.2, foram utilizados os modelos geopotenciais globais *EGM2008*, *GECO* e *EIGEN-6C4*. Todos estes modelos estão completos até o grau 2.159 dos coeficientes harmônicos esféricos e possuem valores diferentes de precisão para cada local do globo Terrestre. A TAB. 5.1, fornece algumas informações interessantes a

respeito das precisões de cada modelo quando utilizados em território Brasileiro. Estas precisões foram obtidas através da validação dos modelos em 1.112 conexões SAT/RN, dispostas no Brasil mostradas através do sítio do *ICGEM*.

TAB. 5. 1 Informações sobre os modelos geopotenciais utilizados (*ICGEM*, 2016).

Modelo	Ano	$n_{\text{máx}}$	Precisão para o Brasil Testado em (1.112 conexões)	Precisão Global Testado em (12.036 conexões)
<i>EGM2008</i>	2008	2.159	0,460 m	0,239 m
<i>EIGEN-6C4</i>	2014	2.159	0,446 m	0,236 m
<i>GECO</i>	2015	2.159	0,451 m	0,237 m

A utilização de um modelo geopotencial para o cálculo dos funcionais do campo da gravidade pode ser realizada a cada grau do desenvolvimento em coeficientes harmônicos esféricos, *i.e.*, conforme o seu espectro (FERREIRA, 2011). Com base nessa afirmação, é possível calcular o desvio padrão de cada modelo do geopotencial, em função do avanço do seu espectro em coeficientes harmônicos esféricos. Para tanto, foi necessário calcular o valor da anomalia de altura, para cada grau de expansão dos harmônicos esféricos, ou seja, cada modelo geopotencial obteve 2.159 resultados ($n = 2, \dots, 2.160$) para a anomalia de altura em cada uma das 592 conexões SAT/RN, encontradas no ANEXO “C”. Em função das respostas de ζ , foram calculadas as curvas de desvios padrão de grau em grau, para os três modelos geopotenciais globais, conforme mostra a FIG. 5.2.

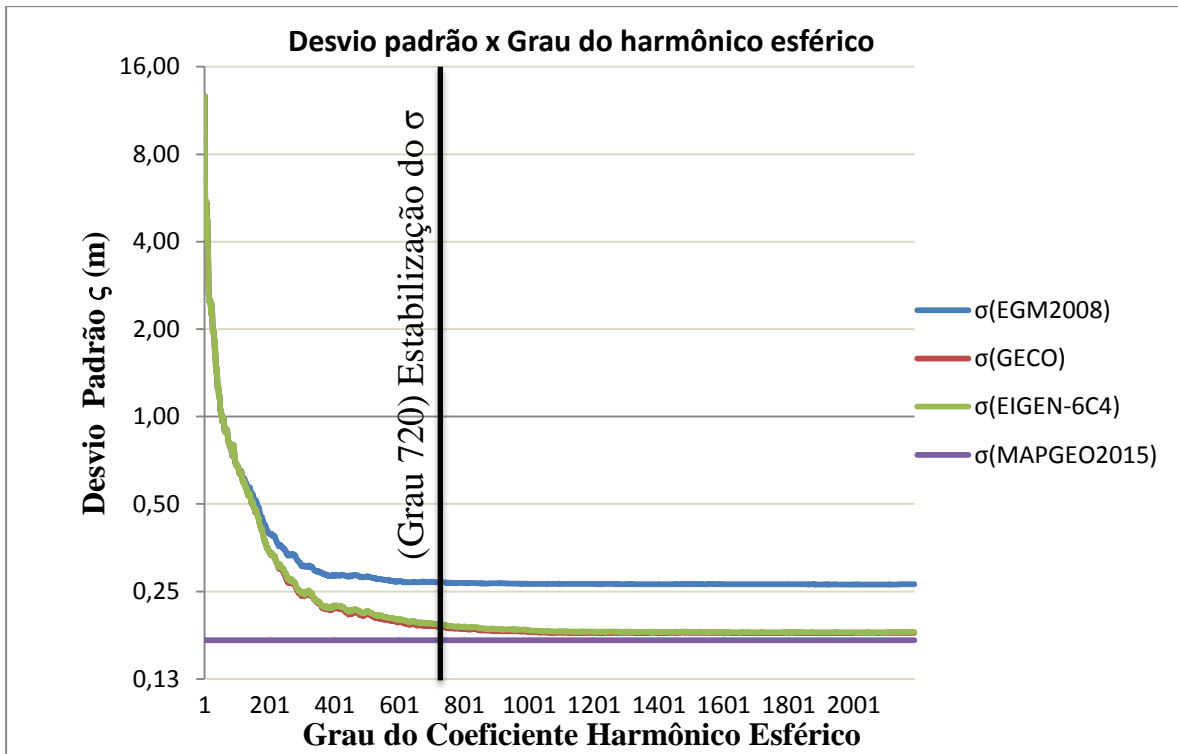


FIG. 5. 2 Desvio padrão em função do grau dos coeficientes harmônicos esféricos (O Autor, 2016).

A FIG. 5.2 mostra a redução do valor do desvio padrão conforme a evolução dos coeficientes harmônicos esféricos na expansão de cada modelo geopotencial global. Com relação ao MAPGEO2015, percebe-se que o desvio padrão do modelo é constante e consta no gráfico somente para comparação com os modelos globais, visto que o modelo não é representado em termos dos coeficientes harmônicos esféricos, por esse motivo o desvio padrão permanece igual ao longo dos graus de desenvolvimento. É importante atentar para a estabilização do desvio padrão dos modelos geopotenciais, conforme a evolução dos coeficientes harmônicos esféricos. Essa informação é de muita relevância, pois realizando essa análise, podem ser evitados problemas de truncamento em modelos geopotenciais combinados, ou seja, a combinação de um novo modelo pode ser feita em um grau do harmônico esférico que já possua estabilidade. Por exemplo, para o cálculo do geóide local (*e.g.*, MAPGEO2015) usando a técnica da decomposição espectral (*remove-restore*), bastaria truncar o MGG (Modelo Global do Geopotencial) nos longos comprimentos de ondas em função do menor desvio padrão. Nota-se também a superioridade dos modelos baseados nos dados da missão *GOCE* (*e.g.*, *GECO*) em comparação a modelos baseados na missão *GRACE* (*e.g.*, *EGM08*).

Conforme dito na seção 3.1.2, os modelos *GECO* e *EIGEN-6C4* foram desdobrados do

modelo *EGM2008*. Verificando a questão da estabilização do modelo, na FIG. 4.3, observa-se que até aproximadamente o grau 720 do *EGM2008* ocorre um ganho significativo na precisão do modelo. Porém, conforme a expansão dos harmônicos esféricos avança, não são obtidas melhorias significativas da precisão. Logo, isto mostra um esforço computacional do modelo sem agregar mais precisão aos resultados já alcançados no grau 720. É importante comentar que a falta de ganho do modelo *EGM2008* sobre o território brasileiro (descrito pelas 592 estações SAT/RNs) além do grau 720 deve-se ao fato dos valores de gravidade terrestres terem sido usados em uma resolução espacial de 15 minutos, o que equivale a uma resolução espectral até o grau 720. Do grau 721 até o grau máximo (2190), foram empregados gravidade calculadas com base na técnica *RTM* (*residual terrain modelling*, modelagem residual do terreno), para maiores detalhes recomenda-se Pavlis *et al.* (2012).

Já para os modelos *GECO* e *EIGEN-6C4*, ambos são muito similares em seu comportamento, principalmente por ambos terem dados da missão gravimétrica *GOCE* e por terem sido desdobrados do *EGM2008*. Tendo em vista que podem ser encontrados 2.159 valores de qualquer funcional do campo de gravidade para cada uma das 592 conexões SAT/RN, padronizou-se a utilização apenas do grau máximo (n_{max}) para calcular as funcionais descritas nas próximas seções. Esta padronização está em consonância com a complexidade de resposta espectral de cada modelo (FIG. 4.3).

5.2.1 DETERMINAÇÃO DAS ANOMALIAS DA ALTURA

A determinação da anomalia da altura se dará para os MGG's *EGM2008*, *GECO* e *EIGEN-6C4*, calculadas sobre a superfície terrestre. Faz-se necessário mencionar que o *MAPGEO2015* não será convertido para quase-geoide, visto que este modelo é preparado apenas para fornecer os dados das ondulações geoidais.

Seguindo o modelo da EQ. 2.27 (seção 2.5) foram calculadas as 592 anomalias de altitudes, com base nos três modelos geopotenciais anteriormente citados. Os resultados encontrados de ζ , foram utilizados para proceder ao cálculo das altitudes normais H^n , conforme apresentado na EQ. 2.41 (seção 2.7.4).

O objetivo na determinação da ζ é de se chegar aos valores das altitudes normais para

cada uma das 592 conexões. Tanto os valores de ζ quanto os valores das altitudes normais para cada modelo geopotencial encontram-se disponíveis no ANEXO “A”.

5.2.2 DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES GEOIDAIS

A ondulação geoidal N foi determinada para as 592 conexões SAT/RN calculando numericamente o afastamento entre o geoide e o quase-geoide, para os três MGG's. A determinação deste funcional do campo de gravidade se dará para os MGG's *EGM2008*, *GECO* e *EIGEN-6C4*, através da combinação das EQ. 2.45 e EQ. 2.47 (seção 2.7.5).

Após a determinação da ondulação geoidal, os resultados obtidos de (N), foram utilizados para proceder ao cálculo das altitudes ortométricas (H^O), conforme apresentado na EQ. 2.40 (seção 2.7.4). A EQ. 2.40, foi utilizada uma vez que já estavam disponíveis os valores da altitude elipsoidal ou geodésica (h) de cada conexão, inserindo também as ondulações geoidais calculadas.

Portanto o objetivo na determinação da (N) é de se alcançar os valores das altitudes ortométricas para cada uma das 592 conexões. Os valores de (N) e os valores das altitudes ortométricas obtidas para cada modelo geopotencial, encontram-se disponíveis no ANEXO “A”.

5.3 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS MODELOS GEOPOTENCIAIS

Tendo sido determinadas as altitudes ortométricas e altitudes normais, para cada uma das 592 conexões SAT/RN, deu-se início as análises comparativas dentre as respostas alcançadas utilizando os três modelos geopotencias citados. Esta análise será dividida em dois segmentos distintos: o primeiro se dará em uma amplitude nacional e o segundo em uma amplitude regional. Todos esses procedimentos visam aludir sobre a hipótese básica de a RAFB estar mais aderente ou próxima das altitudes do tipo ortométrica ou do tipo normal.

5.3.1 ANÁLISE NACIONAL

Para iniciar a análise nacional, serão determinados respectivamente os seguintes parâmetros estatísticos: desvio padrão (σ); média (\bar{x}); amplitude máxima (máx.); amplitude mínima (mín.); Estes parâmetros foram calculados, em função da amostra que representa a diferença entre as altitudes normais-ortométricas da RAFB em relação às altitudes ortométricas e altitudes normais determinadas para os modelos *EGM2008*, *EIGEN-6C4* e *GECO*, conforme demonstram as EQ's. 5.1 e 5.2.

$$Dif_{RAFB-H^o} = H^{no} - H^o \quad \text{EQ. 5.1}$$

$$Dif_{RAFB-H^n} = H^{no} - H^n \quad \text{EQ. 5.2}$$

Com base nos parâmetros estatísticos obtidos, faze-se necessário a realização de um teste estatístico para auxiliar na tomada de decisão acerca da proximidade da RAFB, quando analisada em nível nacional, de um dos tipos de altitudes envolvidas. Para tal, foi realizado o teste “T” pareado, pois os dados amostrais referem-se as diferenças encontradas (MONTGOMERY, 2016). A aplicação do teste “T” pareado permitiu verificar se os dados amostrados fornecem evidência suficiente para que se possa aceitar como verdadeira a hipótese da pesquisa, a qual analisa se existe tendência significativa nas amostras relativas as altitudes ortométricas e altitudes normais, quando comparadas as altitudes normais-ortométricas, admitindo-se um nível de confiança de 95%. Logo existe a precaução, em demonstrar que as diferenças observadas nos dados não são meramente casuais.

A escolha do teste “T” pareado justifica-se pelo fato das amostras representarem o mesmo fenômeno, logo para saber se as respostas dos modelos são satisfatórias, estas não podem sofrer desvios em relação ao padrão (para esta dissertação o padrão são as informações SAT/RNs) ou entre elas. Logo analisando as diferenças das médias, consegue-se verificar o afastamento entre o modelo e o padrão, uma vez que tanto o teste “T” quanto a curva normal, podem ser utilizadas em amostras numerosas ($n > 30$), neste caso, $n = 592$. A EQ. 5.3, expressa o cálculo de do teste “T”, observado na TAB. 5.2 (MONTGOMERY, 2016).

$$T_{calc} = \frac{\bar{x}}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)} \quad \text{EQ. 5.3}$$

TAB. 5. 2 Parâmetros estatísticos dos modelos geopotenciais na avaliação nacional (O Autor, 2016).

Parâmetros	EGM2008		EIGEN-6C4		GECO		MAPGEO2015
	$H^{no} - H^n$	$H^{no} - H^o$	$H^{no} - H^n$	$H^{no} - H^o$	$H^{no} - H^n$	$H^{no} - H^o$	$H^{no} - H^o$
σ	0,263 m	0,266 m	0,180 m	0,187 m	0,179 m	0,186 m	0,167 m
\bar{x}	-0,026 m	0,004 m	-0,034 m	-0,004 m	-0,027 m	0,003 m	0,000 m
máx.	2,886 m	2,909 m	1,062 m	1,100 m	1,143 m	1,116 m	0,495 m
mín.	-2,460 m	-2,437 m	-0,704 m	-0,699 m	-0,788 m	-0,782 m	-0,486 m
“T” crítico	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96
“T” calculado	2,40	0,37	4,59	0,52	3,67	0,39	0,00

De acordo com a TAB. 5.2 percebe-se que existe diferença significativa a nível de 5% de significância entre as altitudes normais e as altitudes normais-ortométricas da RAFB, mostrado pelo teste “T” e ocorrem em todos os modelos. Para as altitudes ortométricas não houve tendência significativa quando comparadas em relação as altitudes normais-ortométricas.

Após a determinação do teste “T”, de forma independente foram calculados os valores de acurácia para as amostras em questão, a fim de correlaciona-las com o critério semelhança/dessemelhança. Vale ressaltar que a acurácia visa indicar a qualidade de uma grandeza observada ou parâmetro estimado, sendo a análise da acurácia expressa pela EQ. 5.4 a seguir (MONICO *et al.*, 2009).

$$\text{Acurácia} = \sqrt{(\bar{x}^2) + (\sigma)^2} \quad \text{EQ. 5.4}$$

Os resultados da acurácia para a amostra nacional estão dispostos na TAB. 5.3

TAB. 5. 3 Acurácia para os modelos geopotenciais na avaliação nacional (O Autor, 2016).

Parâmetro	EGM2008		EIGEN-6C4		GECO		MAPGEO2015	
	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o
Acurácia (m)	0,264	0,266	0,183	0,187	0,181	0,186	-	0,167

A TAB. 5.3, mostra que para os três modelos geopotenciais globais utilizados, a acurácia das altitudes normais é superior a acurácia das altitudes ortométricas. É importante ressaltar que o MAPGEO2015 não possuiu valor de acurácia calculado para as altitudes normais, pelo fato deste modelo fornecer a ondulação geoidal, logo não se deve calcular outra

altitude com base neste modelo, que não seja a altitude ortométrica. Na verdade, carece de informações de como foram convertidos os longos comprimentos de ondas do quase-geóide para geóide quando do uso do modelo *EIGEN-6C4* na elaboração do MAPGEO2015. Normalmente os coeficientes harmônicos esféricos dos modelos do geopotencial são calculados com base na teoria de Molodenskii, para maiores detalhes, consulte (PAVLIS *et al.*, 2012).

Ademais, percebe-se que para todos os modelos houve um padrão de resposta, identificando, a priori que a RAFB, tende a proximidade das altitudes do tipo normais.

5.3.1.1 APLICAÇÃO DO CRITÉRIO SEMELHANÇA/DESSEMEHANÇA

Em Ferreira e de Freitas (2012), foi sugerido a aplicação de um critério de semelhança/dessemelhança para a verificação da tendência da RAFB ser mais aderente às altitudes ortométricas ou altitudes normais. O critério consiste em analisar o quantitativo de pontos tendentes para as altitudes ortométricas e para as altitudes normais (EQ. 5.5), em função das diferenças entre a “ondulação orto-normal” η e a anomalia da altitude ζ , em relação à diferença entre a “ondulação orto-normal” η e a ondulação geoidal N (EQ. 5.6).

$$\text{se } \begin{cases} \delta < 0 \Rightarrow H^{\text{on}} \approx H^n & (\text{quase-geóide}) \\ \delta > 0 \Rightarrow H^{\text{on}} \approx H^o & (\text{geóide}) \end{cases}, \quad \text{EQ. 5.5}$$

em que δ é dado como:

$$\delta = |\eta - \zeta| - |\eta - N|. \quad \text{EQ. 5.6}$$

Este critério realiza uma verificação pontual, ou seja, cada uma das 592 conexões será avaliada separadamente. O estabelecimento da tendência nacional, será efetuada pelo maior número de conexões que estiverem próximas ao quase-geóide, indicando a proximidade da altitude normal, e pelo maior número de conexões que estiverem próximas ao geóide, indicando a proximidade da RAFB a altitude ortométrica. A TAB. 5.4, mostra os resultados alcançados, utilizando o critério semelhança/dessemelhança.

TAB. 5. 4 Respostas dos MGG's ao critério semelhança/dessemelhança na avaliação nacional (O Autor, 2016).

Parâmetro	EGM2008		EIGEN-6C4		GECO	
	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o
Nº de conexões e Porcentagem	259 43,75%	282 47,64%	269 45,44%	274 46,29%	269 45,44%	270 45,61%
Nº de conexões com $\delta=0$ e Porcentagem	51 8,61%		49 8,27%		53 8,95%	

Percebe-se na TAB. 5.4 que existe uma tendência de repostas a proximidade da RAFB para as altitudes ortométricas quando a avaliação é feita pelos modelos *EGM2008*, *EIGEN-6C4* e *GECO*. Também é possível notar que a diferença entre o número de conexões tendentes para as altitudes ortométricas, vai reduzindo conforme a evolução dos modelos geopotenciais, uma vez que estes foram elaborados nos anos de 2008, 2014 e 2015 respectivamente.

Em função das respostas apresentadas, selecionou-se o modelo *GECO* para plotagem dos valores do critério semelhança/dessemelhança δ , visto que foi o modelo com o menor quantitativo de diferenças entre as conexões tendentes para as altitudes normais e ortométricas (FIG. 5.3).

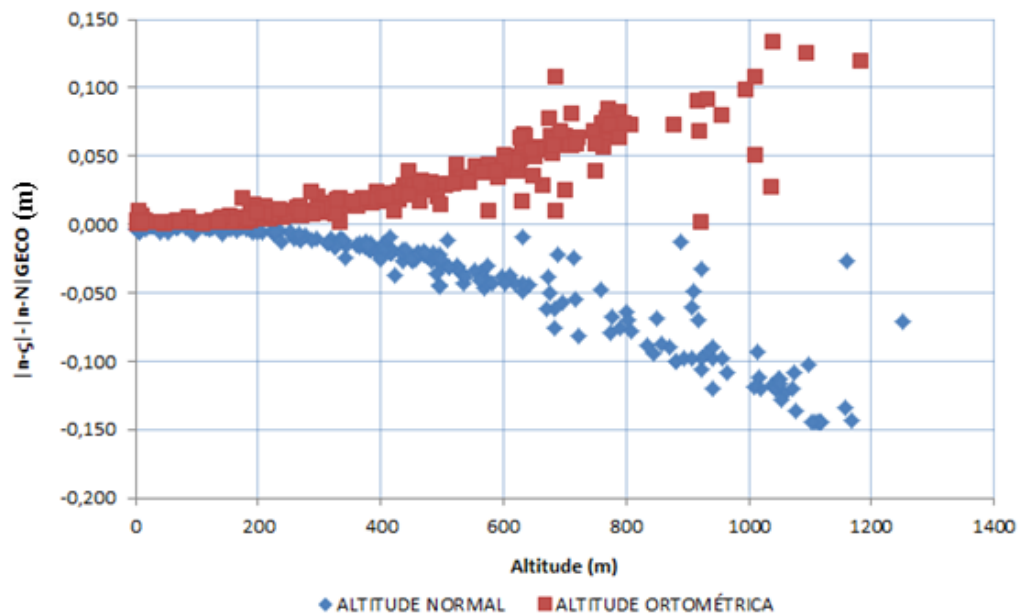


FIG. 5. 3 Conexões tendentes ao geóide e quase-geóide em função das altitudes para o MGG GECO (O Autor, 2016).

Percebe-se pelas FIG. 5.3 que existe um alto índice de correlação entre o afastamento da RAFB tanto para a altitude normal quanto para a altitude ortométrica, conforme as conexões elevam-se em valores de altitude. Ou seja, quanto maior a elevação de um ponto de conexão testado, a tendência é que o afastamento entre o quase-geóide e o geóide seja

superior em relação aos pontos de menores altitudes.

5.3.2 ANÁLISE REGIONAL

Tendo sido finalizada a análise nacional da RAFB, deu-se início as análises comparativas dentre as respostas alcançadas utilizando os três modelos globais geopotenciais citados para as regiões do Brasil. Vale ressaltar que para a análise regional o modelo de ondulação geoidal do Brasil, o MAPGEO2015, será utilizado apenas às questões referentes às altitudes ortométricas, conforme mencionado na seção 3.2.2.4. As análises por regiões foram realizadas nos mesmos moldes da análise nacional (seção 4.6.1 e 4.6.1.1), ou seja, empregou-se a mesma metodologia de cálculos e ações, para determinar a proximidade da RAFB regionalmente, apenas alterando para cada região o tamanho da amostra, conforme descrita na seção 3.1.1.

Foram determinados os parâmetros estatísticos para os modelos geopotenciais *EGM2008*, *EIGEN-6C4* e *GECO*, referentes às altitudes do tipo ortométrica e do tipo normal, para cada região do Brasil, conforme apresentados nas TABs 5.5, 5.6 e 5.7.

TAB. 5. 5 Parâmetros estatísticos do MG EGM2008 na avaliação regional (O Autor, 2016).

Parâmetros	Modelo Geopotencial <i>EGM2008</i>									
	Região Centro-Oeste		Região Nordeste		Região Norte		Região Sudeste		Região Sul	
	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o
σ (m)	0,524	0,525	0,134	0,135	0,290	0,286	0,178	0,181	0,126	0,120
\bar{x} (m)	0,083	0,131	-0,082	-0,067	0,143	0,153	-0,048	-0,007	0,025	0,063
máx. (m)	2,886	2,909	0,383	0,384	0,719	0,722	0,421	0,455	0,425	0,426
mín. (m)	-2,460	-2,437	-0,920	-0,868	-0,407	-0,402	-0,576	-0,560	-0,287	-0,268
“T” crítico	1,99	1,99	1,97	1,97	2,08	2,08	1,97	1,97	2,00	2,00
“T” calculado	1,53	2,42	-9,21	-7,52	2,25	2,46	-3,69	-0,54	1,53	4,10

Percebe-se analisando a TAB. 5.5 que o teste “T” indicou que existe diferença significativa para as amostras das regiões Nordeste e Norte para ambos os tipos de altitudes. Também se observam que houve uma resposta de diferença não significativa do teste para as altitudes normais nas regiões Centro-Oeste e Sul. Em relação a região Sul, este resultado pode ser correlacionado com a conclusão obtida por Ferreira *et al.* (2011) acerca do Estado do

Paraná (região Sul) com base no modelo *EGM2008*, ou seja, a aderência das altitudes normal-ortométrica às altitudes normais. Verifica-se também através da TAB. 5.5 que a única resposta que indica aderência em relação à altitude ortométrica é mostrada na região Sudeste.

TAB. 5. 6 Parâmetros estatísticos do MG EIGEN-6C4 na avaliação regional (O Autor, 2016).

Parâmetros	Modelo Geopotencial <i>EIGEN-6C4</i>									
	Região Centro-Oeste		Região Nordeste		Região Norte		Região Sudeste		Região Sul	
	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o
σ (m)	0,223	0,223	0,137	0,140	0,265	0,262	0,148	0,158	0,124	0,121
\bar{x} (m)	0,123	0,171	-0,092	-0,077	0,054	0,067	-0,073	-0,032	0,028	0,066
máx.(m)	1,062	1,100	0,231	0,287	0,577	0,580	0,348	0,382	0,462	0,463
mín.(m)	-0,536	-0,527	-0,562	-0,518	-0,704	-0,699	-0,482	-0,483	-0,191	-0,191
“T” crítico	1,99	1,99	1,97	1,97	2,08	2,08	1,97	1,97	2,00	2,00
“T” calculado	5,36	7,46	-10,11	-8,31	0,93	1,18	-6,77	-2,82	1,72	4,21

Analisando a TAB. 5.6 percebe-se que o teste “T” indicou que existe tendência significativa para as amostras das regiões Centro-Oeste, Nordeste e Sudeste para ambos os tipos de altitudes. Nota-se que houve uma resposta favorável do teste para as altitudes normais e ortométricas na região Norte, única região a apresentar as duas altitudes sem haver tendências significativamente diferentes entre as amostras. Para a região Sul, o padrão de resposta do modelo *EGM2008* e *EIGEN-6C4* são mantidos, com indicação favorável do teste para a altitude normal.

TAB. 5. 7 Parâmetros estatísticos do MG GECO na avaliação regional (O Autor, 2016).

Parâmetros	Modelo Geopotencial <i>GECO</i>									
	Região Centro-Oeste		Região Nordeste		Região Norte		Região Sudeste		Região Sul	
	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o
σ (m)	0,223	0,225	0,132	0,134	0,262	0,260	0,147	0,155	0,126	0,121
\bar{x} (m)	0,138	0,186	-0,084	-0,070	0,048	0,061	-0,067	-0,026	0,029	0,068
máx.(m)	1,143	1,166	0,233	0,276	0,459	0,472	0,306	0,340	0,503	0,504
mín.(m)	-0,731	-0,722	-0,494	-0,451	-0,788	-0,782	-0,523	-0,464	-0,198	-0,193
“T” crítico	1,99	1,99	1,97	1,97	2,08	2,08	1,97	1,97	2,00	2,00
“T” calculado	6,00	8,04	-9,66	-7,86	0,84	1,08	-6,25	-2,32	1,80	4,32

De acordo a TAB. 5.7 pode-se verificar que as respostas obtidas nos modelos *EGM2008* e *EIGEN-6C4* são mantidas para o modelo *GECO*, no que tange ao padrão encontrado para a região Sul, indicando à proximidade desta região as altitudes normais. Para a região Nordeste também é observado o mesmo padrão de resposta, indicando que existe tendência significativamente diferente nas amostras das altitudes normais e

ortométricas para os três modelos geopotencias. O mesmo resultado é percebido para a região Centro-Oeste, nos modelos *EIGEN-6C4* e *GECO*.

Para a região Norte, o teste “T” indicou o mesmo comportamento para ambos os tipos de altitudes no modelo *GECO*, confirmando a mesma resposta do modelo *EIGEN-6C4*, indicando que não existe tendência significativa para estas amostras em ambos os tipos de altitudes. Já para a região Sudeste, o teste indica o mesmo resultado obtido no modelo *EIGEN-6C4*.

Os mesmos cálculos dos parâmetros foram efetuados para o modelo de ondulação geoidal MAPGEO2015, apresentados na TAB. 5.8.

TAB. 5. 8 Parâmetros estatísticos do MAPGEO2015 na avaliação regional (O Autor, 2016).

Parâmetros	Modelo Geopotencial MAPGEO2015									
	Região Centro-Oeste		Região Nordeste		Região Norte		Região Sudeste		Região Sul	
	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o
σ (m)	-	0,145	-	0,163	-	0,216	-	0,133	-	0,147
\bar{x} (m)	-	0,076	-	0,039	-	0,141	-	-0,065	-	-0,012
máx.(m)	-	0,339	-	0,495	-	0,482	-	0,279	-	0,413
mín.(m)	-	-0,486	-	-0,466	-	-0,394	-	-0,461	-	-0,328
emq(m)	-	0,065	-	0,104	-	0,048	-	0,083	-	0,059
“T” crítico	-	1,99	-	1,97	-	2,08	-	1,97	-	2,00
“T” calculado	-	5,06	-	3,66	-	2,99	-	-6,67	-	-5,88

Realizando a análise das respostas do teste “T” na TAB. 5.8, percebe-se que nenhuma região do Brasil está dentro do limite crítico calculado, portanto verifica-se que existe tendência significativa na amostra de todas as regiões do Brasil, quando a análise é efetuada utilizando o modelo de ondulação geoidal MAPGEO2015.

Após as análises estatísticas foram calculadas as acurácias de cada modelo, para cada tipo de altitude, nas cinco regiões do Brasil, utilizando o modelo matemático descrito na EQ. 5.4. Os resultados encontrados estão dispostos na TAB. 5.9.

TAB. 5. 9 Respostas dos MGG’s e do MAPGEO2015 para a acurácia por regiões do Brasil (O Autor, 2016).

Regiões do Brasil	<i>EGM2008</i>		<i>EIGEN-6C4</i>		<i>GECO</i>		<i>MAPGEO2015</i>	
	Acurácia (m)							
	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o	H^n	H^o
Centro-Oeste	0,531	0,541	0,255	0,281	0,262	0,292	-	0,164
Nordeste	0,157	0,151	0,165	0,160	0,157	0,151	-	0,168
Norte	0,323	0,324	0,270	0,271	0,266	0,267	-	0,258
Sudeste	0,184	0,181	0,166	0,161	0,162	0,157	-	0,148
Sul	0,128	0,135	0,127	0,138	0,129	0,139	-	0,185

A partir dos dados da TAB. 5.9 p \hat{o} de-se representar graficamente, atrav \acute{e} s das FIG's. 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7, as acur \acute{a} cias encontradas em cada modelo por regi \tilde{a} o do Brasil.

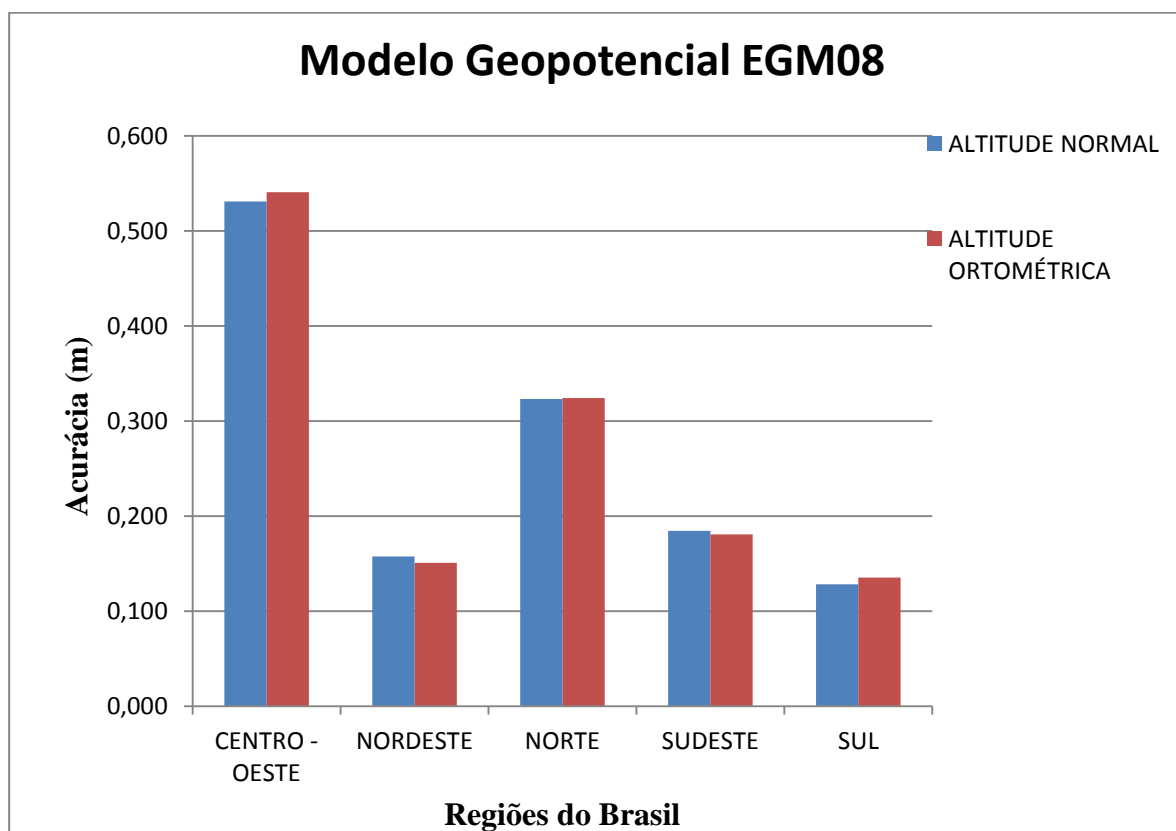


FIG. 5. 4 Acur \acute{a} cia por regi \tilde{a} o \tilde{e} s do Brasil do modelo geopotencial EGM2008 (O Autor, 2016).

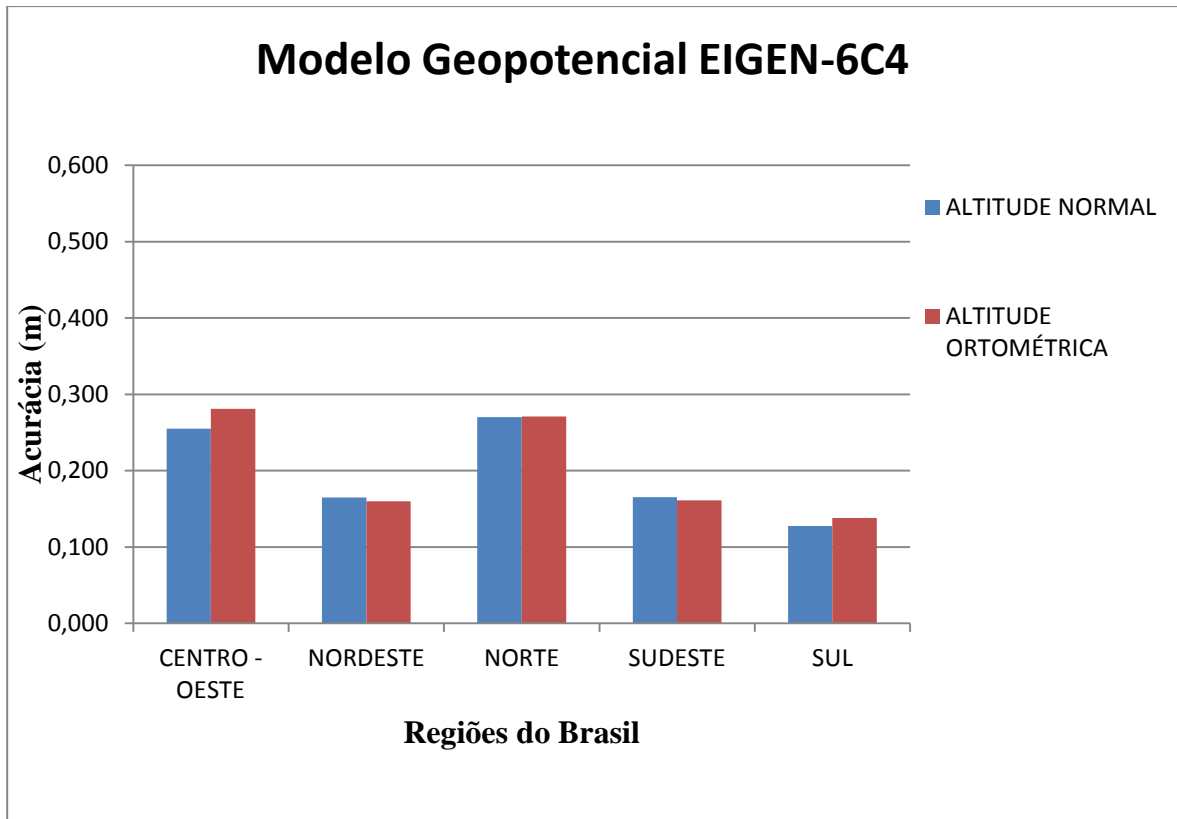


FIG. 5. 5 Acurácia por regiões do Brasil do modelo geopotencial EIGEN-6C4 (O Autor, 2016).

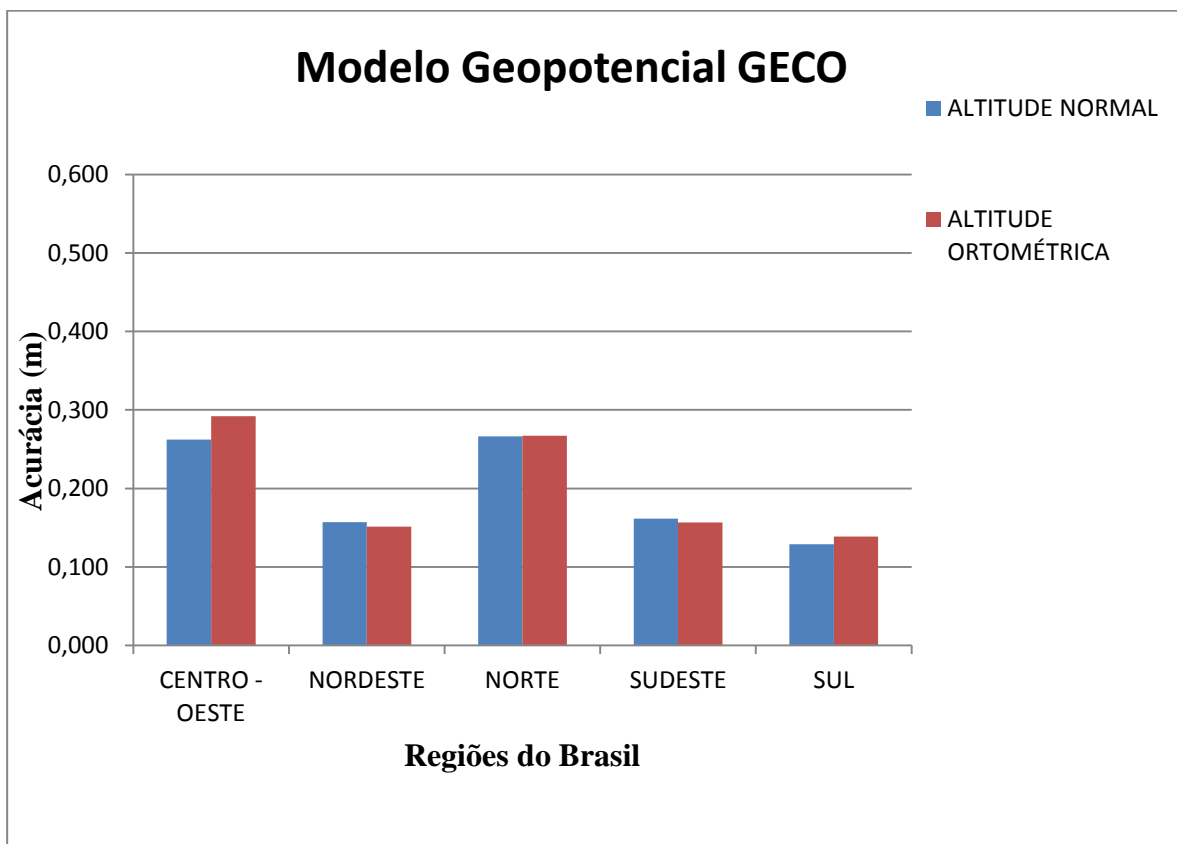


FIG. 5. 6 Acurácia por regiões do Brasil do modelo geopotencial GECO (O Autor, 2016).

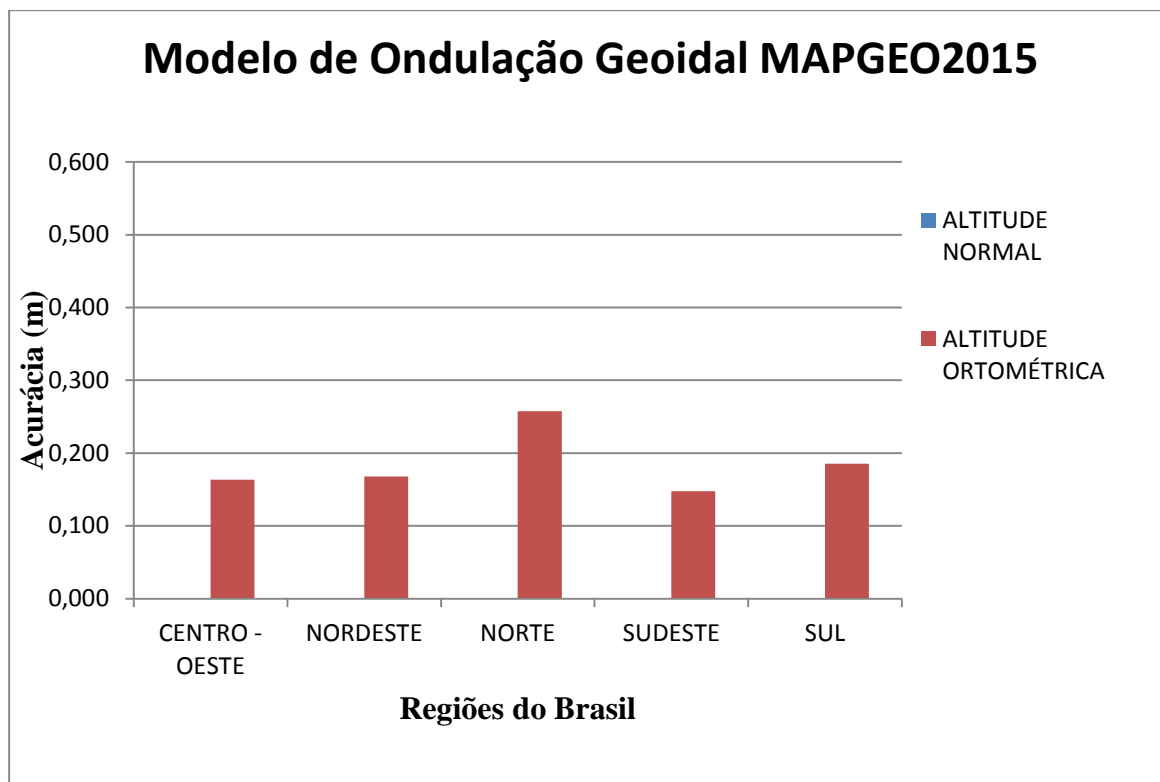


FIG. 5. 7 Acurácia por regiões do Brasil do modelo de ondulação geoidal MAPGEO2015 (O Autor, 2016).

Nota-se que para os três modelos geopotenciais globais existem um padrão de acurácia, tendendo a proximidade da RAFB para as altitudes normais nas regiões Centro-Oeste, Norte e Sul. Houve também o mesmo padrão de respostas, acerca da proximidade das altitudes ortométricas, nas regiões Nordeste e Sudeste. Vale lembrar que estas duas últimas regiões somadas contribuem com aproximadamente 70% da amostra nacional, na qual houve tendência para a altitude ortométrica, conforme demonstrado nas seções 4.6.1. e 4.6.1.1 Para o MAPGEO2015, a acurácia se mostrou mais favorável quando sua atuação se dá nas regiões Norte, Sudeste e Centro-Oeste, onde o modelo se mostra superior aos demais modelos testados.

Já para as regiões, Nordeste e Sul, o MAPGEO2015, possui os piores resultados dentre todos os modelos testados, quando comparados apenas com as respostas das acurácias para as altitudes ortométricas.

Para uma melhor compreensão foram agrupados os dados em termos de acurácia, a fim de representar todas as regiões do Brasil com todos os modelos geopotenciais utilizados. É importante ressaltar que a FIG. 4.9 possui os quatros modelos, visto que as respostas estão relacionadas às altitudes ortométricas, já para a FIG. 4.10, apenas o MAPGEO2015, não está relacionado, pois os dados referem-se às altitudes normais.

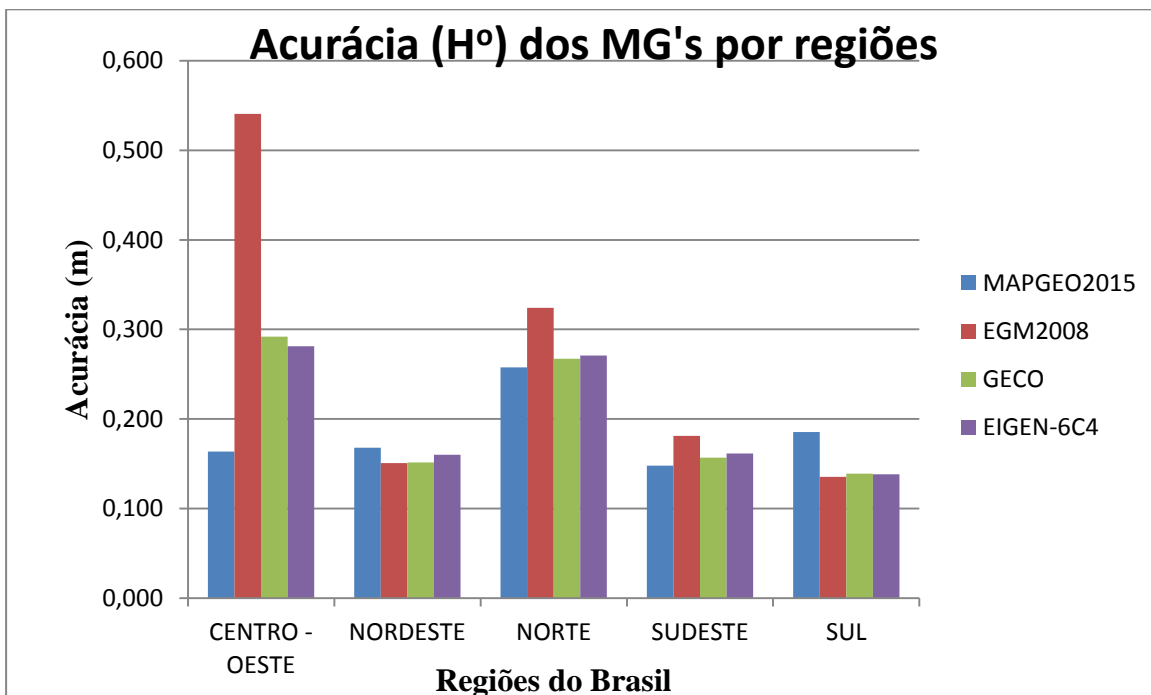


FIG. 5. 8 Acurácia por regiões do Brasil para as altitudes ortométricas (O Autor, 2016).

É possível perceber na FIG. 4.9 que o modelo de ondulação geoidal oficial do Brasil, tem as piores respostas dentre todos os modelos testados, nas regiões Nordeste e Sul, porém possui as melhores respostas dentre todos os modelos, quando utilizado nas regiões Centro-Oeste, Norte e Sudeste.

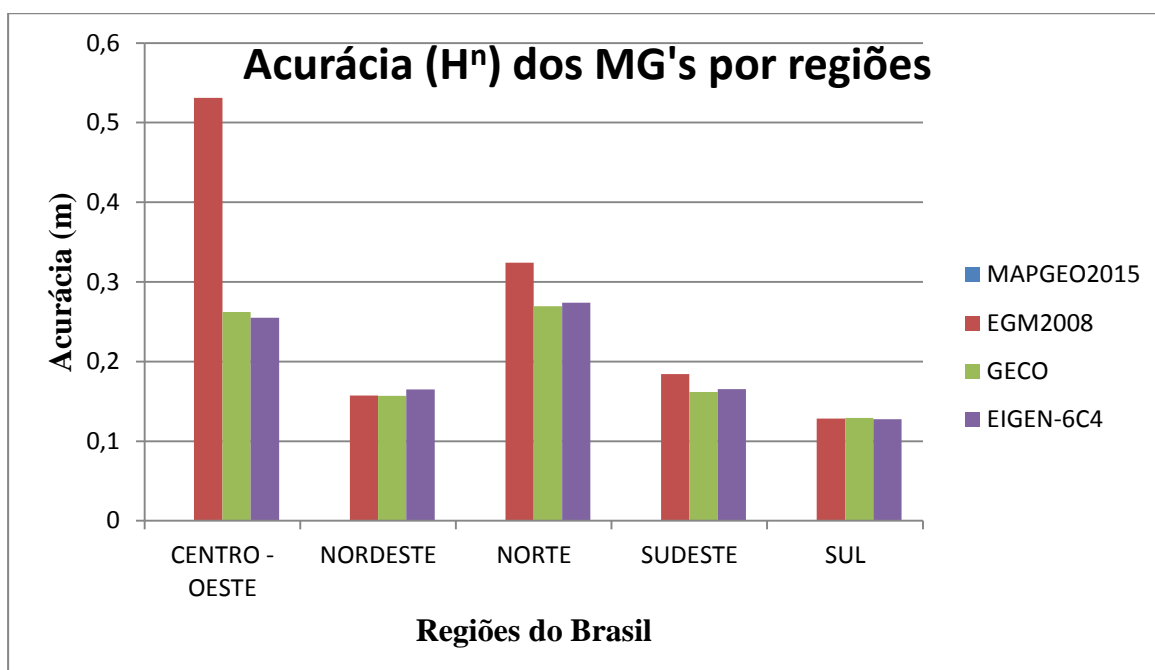


FIG. 5. 9 Acurácia por regiões do Brasil para as altitudes normais (O Autor, 2016).

Para as altitudes normais a FIG. 4.10 mostra a superioridade do modelo geopotencial *GECO*, para as regiões Norte e Sudeste. Para as regiões Centro-Oeste e Sul, o modelo *EIGEN-6C4* apresenta uma pequena superioridade em relação aos demais. Por fim para a região Nordeste, percebe-se que o modelo *GECO*, apresenta os mesmos resultados observados no modelo *EGM2008*. É importante ressaltar que os modelos *EIGEN-6C4* e *GECO*, foram desenvolvidos a partir dos dados do modelo *EGM2008*, mostrando claramente que essa evolução dos modelos geopotenciais vem trazendo resultados satisfatórios, no que tange o funcional do campo de gravidade anomalia da altura ζ .

5.3.2.1 APLICAÇÃO DO CRITÉRIO SEMELHANÇA/DESSEMEHANÇA

Para corroborar com a sequencia dessa pesquisa, novamente será utilizado o critério semelhança/dessemelhança para verificação da tendência da RAFB, em um panorama regional, ser mais aderente às altitudes ortométricas ou altitudes normais, utilizando os modelos matemáticos apresentados pelas EQ's. 5.5. e 5.6. A TAB. 5.10 mostra os resultados alcançados utilizando o critério semelhança/dessemelhança.

TAB. 5. 10 Respostas dos MGG's ao critério semelhança/dessemelhança na análise regional (O Autor, 2016).

Regiões do Brasil	Número de Conexões								
	EGM2008			EIGEN-6C4			GECO		
	H^n	H^o	$\delta=0$	H^n	H^o	$\delta=0$	H^n	H^o	$\delta=0$
Centro-Oeste	71 75%	23 25%	0	79 84%	15 16%	0	80 85%	13 14%	1 1%
Nordeste	58 25%	136 59%	35 16%	63 27%	133 58%	33 15%	67 29%	127 55%	35 16%
Norte	11 52%	7 33%	3 15%	10 47%	8 38%	3 15%	11 52%	08 38%	2 10%
Sudeste	82 43%	98 52%	8 5%	76 40%	104 55%	8 5%	73 39%	107 56%	8 5%
Sul	37 62%	18 30%	5 8%	41 69%	14 23%	5 8%	38 63%	15 25%	7 12%

Conforme observado na TAB. 5.10, houve um padrão de respostas para os três modelos geopotenciais globais analisados. As respostas obtidas tendem a proximidade da RAFB para as altitudes normais nas regiões Centro-Oeste, Norte e Sul. Já para as regiões Sudeste e Nordeste a RAFB se mostra mais próxima das altitudes ortométricas.

De acordo com os resultados obtidos, pode-se fazer uma correlação entre as respostas do critério semelhança/dessemelhança com os padrões de respostas fornecidos pelos cálculos da acurácia. Essa afirmação pode ser confirmada analisando os gráficos das FIG's. 5.4, 5.5 e 5.6, onde as acurácias obtidas para os três modelos geopotenciais globais, foram melhores nas regiões Centro-Oeste, Norte e Sul, o que fortalece os resultados apresentados na TAB. 5.10. Assim como se pode associar a melhor acurácia nas regiões Sudeste e Nordeste dos modelos com as respostas da TAB.5.10, indicando que nestas regiões a altitude ortométrica está mais próxima da RAFB. A FIG. 5.10 mostra o mapa regional das altitudes no Brasil, levando em consideração a proximidade da RAFB para as altitudes ortométricas e normais.

Já as FIG's 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 e 5.15' mostram a distribuição espacial dos pontos pertencentes respectivamente às regiões Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul, de acordo com o modelo *GECO*.

Percebe-se que a distribuição espacial dos pontos na região Norte (FIG. 5.11) estão bem definidos nos estados de Rondônia e Amazonas, possuindo apenas conexões tendentes para a altitude normal. O estado do Pará e Tocantins apresentam os dois tipos de altitudes em seus limites, podendo ser identificada uma região de confusão ao sul do Tocantins.

A região Nordeste (FIG. 5.12) possui mais conexões tendentes para a altitude ortométrica, inclusive apresentando grande domínio desta altitude nos estados do Sergipe, Alagoas, Paraíba e Rio Grande do Norte. Os estados da Bahia e Ceará, também possuem domínio das altitudes ortométricas, porém existe uma área de confusão em parte do litoral da Bahia e do Ceará, apresentando os dois tipos de altitudes.

Para a região Centro-Oeste (FIG. 5.13) é clara a tendência para as altitudes normais, apresentando regiões de domínio desta altitude nos estados do Mato Grosso e Mato Grosso do Sul. O estado de Goiás em sua parte norte, apresenta uma pequena região onde os dois tipos de altitudes aparecem umas mais próximas das outras.

Na região Sudeste (FIG. 5.14) observa-se uma clara região de confusão dos dois tipos de altitudes no litoral do Rio de Janeiro e em parte de São Paulo. Nota-se também de forma clara, que algumas linhas de nivelamento tendentes tanto para as altitudes normais, quanto para as ortométricas podem ser vistas principalmente no estado de São Paulo.

Para a região Sul (FIG. 5.15) percebe-se uma grande região de domínio da altitude normal ao norte do estado do Paraná, a oeste de Santa Catarina e na parte central do Rio Grande do Sul. Dentre os três estados presentes na região Sul, a maior concentração de pontos tendentes para a altitude ortométrica encontram-se ao leste do estado de Santa Catarina.



FIG. 5. 10 Mapa regional das altitudes no Brasil (O Autor, 2016).

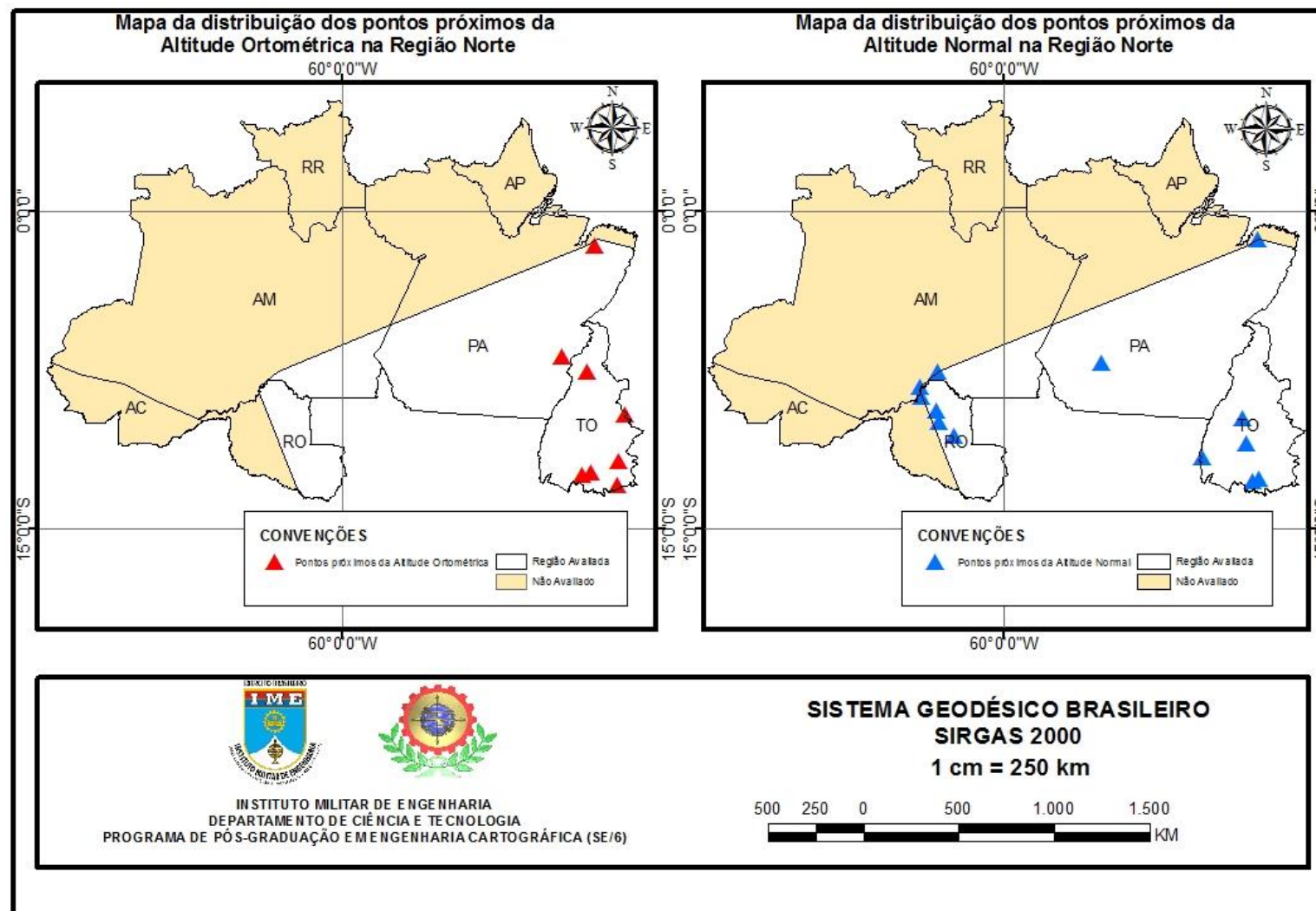


FIG. 5. 11 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GECO na região Norte (O Autor, 2016).

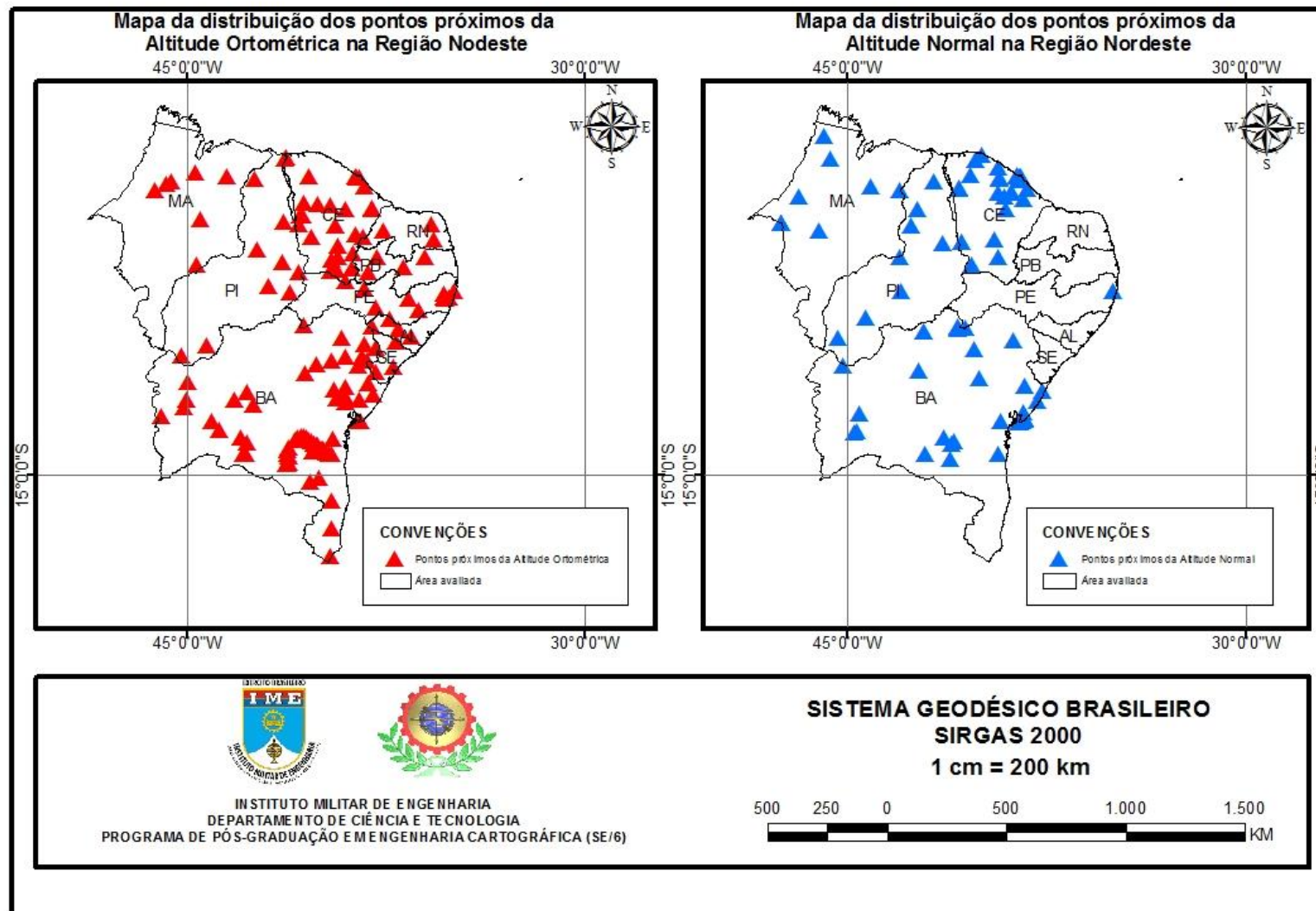


FIG. 5. 12 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GECO na região Nordeste (O Autor, 2016).

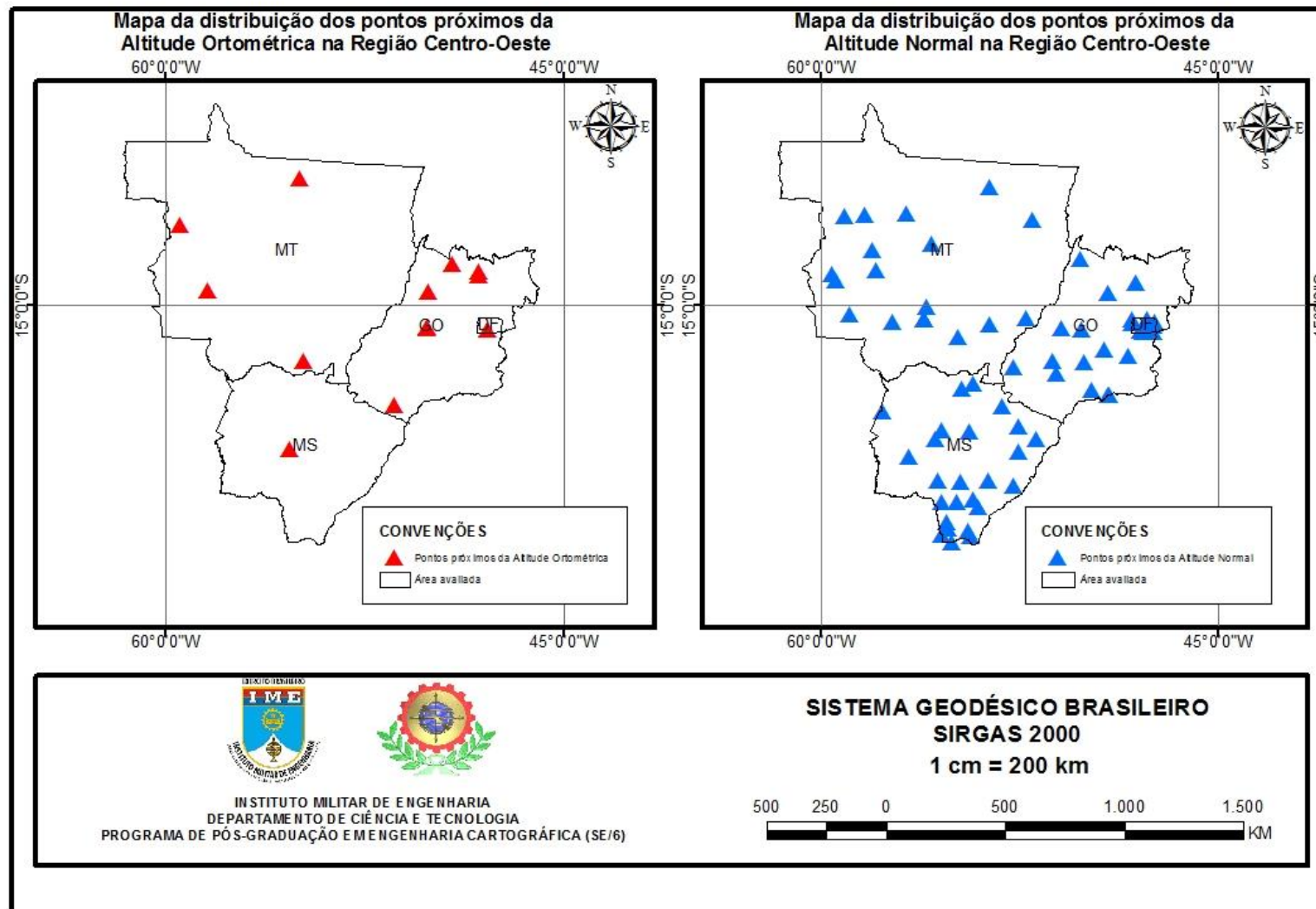


FIG. 5. 13 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GECO na região Centro-Oeste (O Autor, 2016).

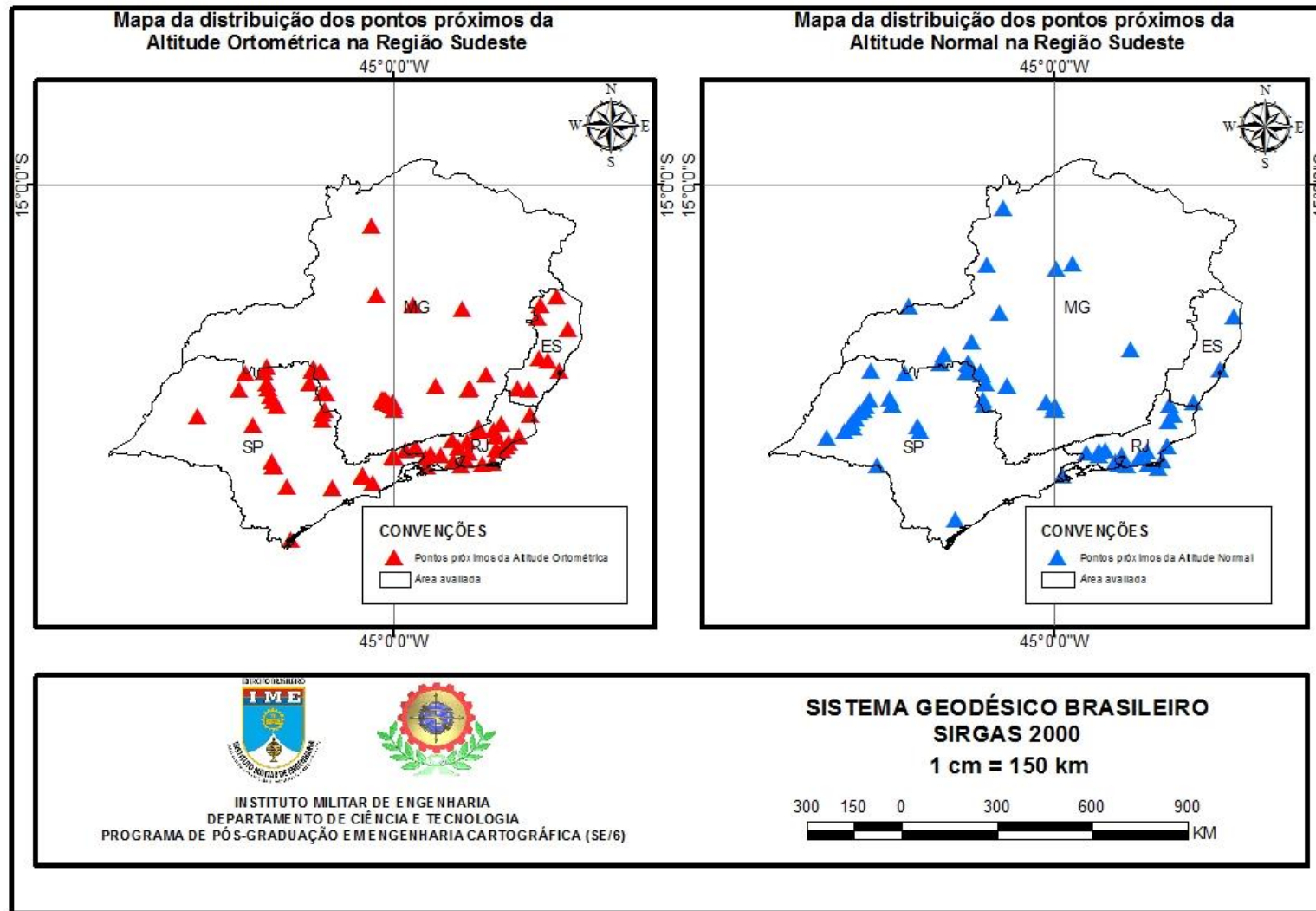


FIG. 5. 14 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GEKO na região Sudeste (O Autor, 2016).

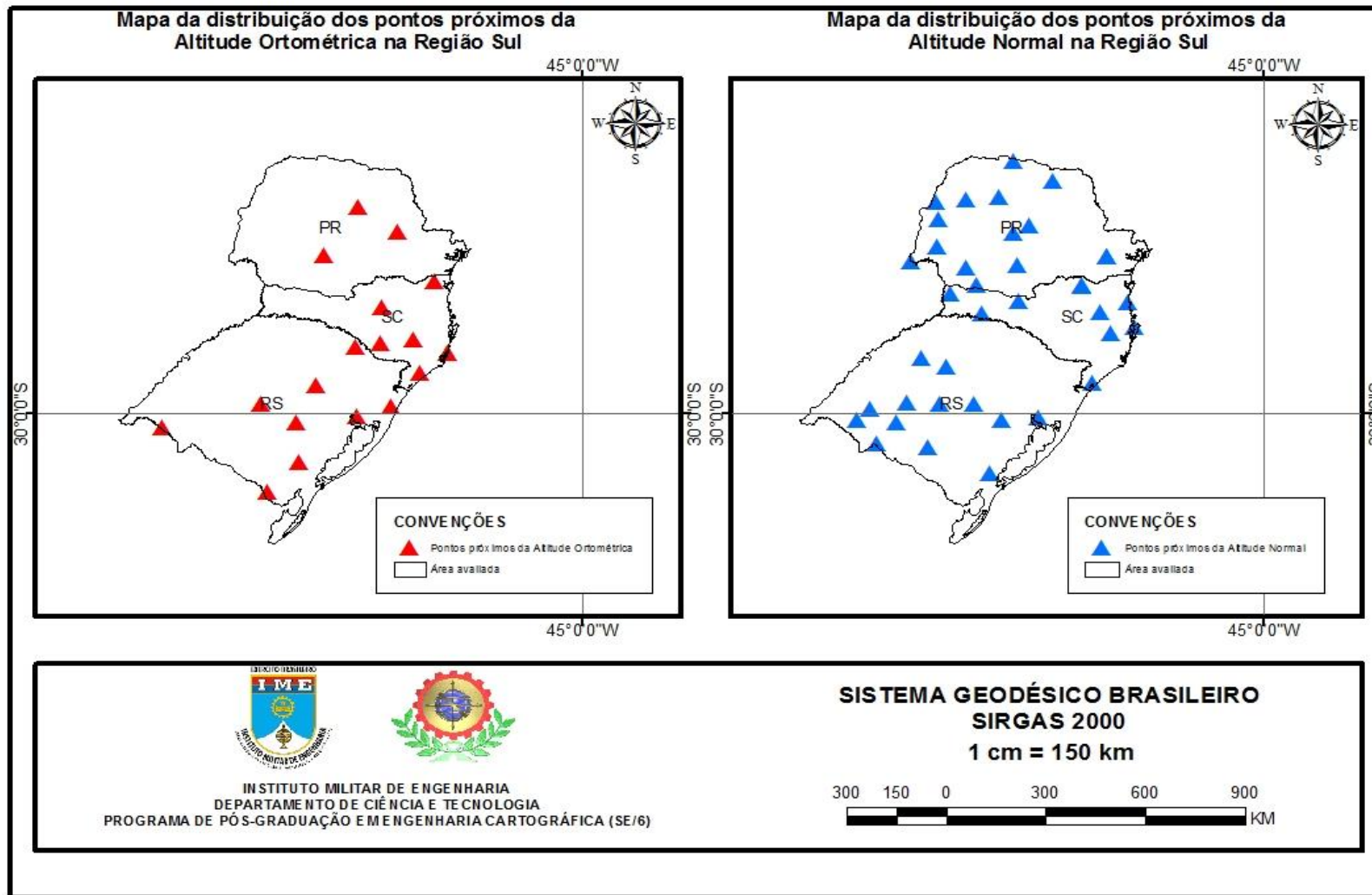


FIG. 5. 15 Mapa da distribuição espacial das conexões pelo modelo GECO na região Sul (O Autor, 2016).

6 CONCLUSÕES

6.1 CONCLUSÕES

Diante das definições acerca das altitudes com significado físico, da deficiência de valores de gravidade ao longo das linhas de nivelamentos quando da realização da RAFB e das análises expostas nesta dissertação, tentou-se analisar qual a melhor superfície para a referência das altitudes da RAFB. Neste sentido, pode-se concluir que a momentânea inviabilidade da utilização do número geopotencial como uma grandeza unívoca para a adoção de um sistema de altitudes com significado físico (*e.g.*, normal e ortométrica) faz com que não haja uma referência como geóide (ou quase-geóide) para as altitudes da RAFB. Assim, há a necessidade de vincular a RAFB a uma superfície de referência que possa fornecer às altitudes brasileiras, um significado físico, e prover os usuários do sistema *GPS* a possibilidade de determinar altitudes ortométricas (ou normais) em qualquer local no território nacional. Em vista do exposto, foram realizadas análises da aderência da RAFB quando confrontadas com modelos geopotenciais globais em seus funcionais geóide e quase-geóide. Investigou-se esta aderência dentro do contexto das 592 conexões SAT/RN, representativas da RAFB no que tange a validação e desenvolvimento de modelos geopotenciais em uma abordagem nacional.

De acordo com os resultados alcançados, é possível estatisticamente afirmar que as RNs, quando analisadas em um cenário nacional, encontram-se mais próximas das altitudes do tipo ortométricas, ou seja, a superfície de referência mais próxima da RAFB é a superfície geoidal. A análise da aderência nacional a superfície geoidal manteve-se constante nas respostas do teste “T” e do critério semelhança/dessemelhança. Porém esta resposta não se repetiu na análise da acurácia, visto que os três modelos geopotenciais globais *EGM2008*, *GECO* e *EIGEN-6C4*, indicaram uma acurácia melhor para as altitudes normais, evidenciando a heterogeneidade da RAFB.

A divergência de respostas entre a análise da acurácia nacional, as respostas do critério semelhança/dessemelhança e as repostas do teste “T” podem ser explicadas pelo grande número de conexões SAT/RN tendentes para a altitude ortométrica nas regiões Nordeste e Sudeste, as quais contribuem com aproximadamente 70% da amostra de conexões existentes no país.

Porém, quando a análise é individualizada por regiões geográficas do Brasil, percebe-se que a altitude ortométrica não é totalmente representativa. Isso se dá pela tendência de uma maior proximidade da altitude normal nas regiões Norte, Centro-Oeste e Sul. Nessas regiões, as avaliações realizadas com os três modelos geopotencias (*EGM2008*, *GECO* e *EIGEN-6C4*), sobre as conexões da RAFB forneceram o mesmo padrão de respostas, tanto no critério semelhança/dessemelhança quanto na abordagem lidando com a acurácia. Já as análises do Teste “T”, mostraram variações de respostas dentre os modelos geopotenciais para as regiões Norte, Centro-Oeste e Sul, porém para estas três regiões abordadas, em alguns momentos existiram respostas favoráveis em alguns modelos geopotenciais, para as altitudes normais. Vale ressaltar que estas três regiões somadas representam aproximadamente apenas 30% da amostra total de conexões SAT/RN.

Em relação aos modelos geopotenciais, constatou-se que em termos de acurácia o modelo MAPGEO2015 funcionou melhor do que os demais nas regiões Centro-Oeste, Norte e Sudeste, obtendo os piores resultados dentre os modelos abordados nas regiões Nordeste e Sul, as quais juntas representam aproximadamente 54% da amostra representativa de conexões da RAFB.

Levando-se em consideração que o MAPGEO2015 é um modelo de ondulação geoidal específico para o Brasil, os resultados alcançados são preocupantes e indicam que há a possibilidade de haver um erro de omissão na concepção do MAPGEO2015, quando truncado no grau 200 do modelo *EIGEN-6C4*. Esta dissertação comprovou a superioridade parcial em algumas regiões do Brasil, dos modelos geopotencias *EGM2008*, *EIGEN-6C4* e *GECO* quando comparados com o MAPGEO2015. Estes modelos devem ser validados para o Brasil utilizando as mesmas 592 conexões SAT/RN, as quais o MAPGEO2015 é validado. Essa é a provável causa da distorção apresentada sobre as precisões do funcionamento dos modelos globais no Brasil, apresentadas na seção 4.5.

6.2 SUGESTÕES

São apresentadas as seguintes sugestões para futuras pesquisas na área pertinente do tema:

1. realizar um estudo estatístico para verificação da consistência e da representatividade da amostra pesquisada (conexões SAT/RN) em função da sua distribuição espacial ao longo das regiões do Brasil;
2. analisar mais detalhadamente o espectro dos coeficientes harmônicos esféricos, associando o grau de truncamento dos modelos geopotenciais as respostas fornecidas. No mais, estes modelos poderiam ser “melhorados” inserindo funcionais do campo de gravidade (*e.g.*, anomalias de altitudes) advindos da técnica *residual terrain modelling (RTM)*;
3. reanalisar a RAFB, em caso de aumento expressivo no número de conexões SAT/RN, principalmente se a implantação destas conexões se derem nas regiões Sudeste e Nordeste;
4. analisar a área não avaliada da região Norte, caso novas conexões sejam disponibilizadas na localidade;
5. a separação geóide/quase-geóide usada nesta dissertação é baseada no uso do modelo matemático expresso pela EQ. 2.44, representada em termos da expansão em coeficientes dos harmônicos esféricos (EQ. 2.45). Assim, faz-se necessário uma revisão desta quantidade sobre o Brasil usando, por exemplo, a mesma base de dados gravimétricos disponíveis para o MAPGEO2015.
6. investigar as relações de aderência entre as linhas de nivelamentos com os tipos de altitudes;

6.3 RECOMENDAÇÕES

São apresentadas as seguintes recomendações na área pertinente do tema:

1. recomenda-se adequar o sistema de marés terrestres sempre quando houver utilização de modelos geopotenciais para cálculos dos funcionais (geoide ou quase-geoide);
2. recomenda-se ao IBGE identificar os tipos de erros existentes nas 192 conexões SAT/RN que foram desprezadas, fazendo o devido tratamento para que estas conexões possam ser imputadas na validação da RAFB, quando testadas por modelos geopotenciais.
3. recomenda-se ao IBGE identificar o grau de truncamento dos MGG's mais estáveis, para a concepção de novos modelos de ondulação geoidal para o Brasil.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALENCAR, J. C. M. **Sistema nacional de nivelamento de 1ª ordem**. Rio de Janeiro, 1968.
- BOMFORD, G. **Geodesy**. 4ª. Edição, reprinted (with corrections). Oxford: Clarendon Press, 1983. xii, 855 p.
- DALAZOANA, R. **Estudos dirigidos a análise temporal do datum vertical brasileiro**. 2005. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) — Universidade Federal do Paraná, 2005.
- EKMAN, M. Impacts of geodynamic phenomena on systems for height and gravity. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin / Heidelberg, v. 63, p. 281–296, 1989.
- FARR, T. G. et al.. The shuttle radar topography mission. **Review of Geophysics**, v.45, 2007 RG2004.
- FEATHERSTONE, W. E. Expected contributions of dedicated satellite gravity field missions to regional geoid determination with some examples from Australia. **Journal of Geospatial Engineering**, v.4, 2-19p, 2002.
- FERREIRA, V. G.; FREITAS, S. R. C.. An attempt to link the brazilian height system to a world height system. **Boletim de Ciências Geodésicas**, Setembro p.363-377, 2012.
- FERREIRA, V. G.. **Solução do tipo Brovar para o segundo problema de valor de contorno da geodésia com vistas à modernização de sistemas de altitudes**. 2011. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Universidade Federal do Paraná, 2011.
- FERREIRA, V. G.; FREITAS, S. R. Correia de; HECK, B. (2011) A separação entre o geoide e o quase geoide: uma análise no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Cartografia** n. 63 Edição Especial 40 Anos, 2011. (ISSN 0560-4613)

- FÖRSTE C, S. L. et al. A new release of *EIGEN-6*: The latest combined global gravity field model including *LAGEOS*, *GRACE* and *GOCE* data from the collaboration of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse, **Geophysical Research Abstracts** v. 14, EGU2012-2821-2, EGU General Assembly 2012
- FREITAS, S. R. C. de; DALAZOANA, R.; FERREIRA, V. G. (2011) The spatial age and the new paradigms in geodesy: implications for surveying and mapping in Brazil. **Revista Brasileira de Cartografia**. edição comemorativa de 50 anos. Curitiba – PR, 2011
- GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Editora UFPR, Curitiba - PR. 2002. 304p.
- HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical geodesy**. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1967. 364 p.
- HERNÁNDEZ, J. N. *et al.* Connection of the vertical control networks of Venezuela, Brazil and Colombia. **Springer Berlin Heidelberg**, 2002. p. 324–327.
- HECK, B. An evaluation of some systematic error sources affecting terrestrial gravity anomalies. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin / Heidelberg, v. 64, p. 88–108, 1990.
- IBGE (2015). **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: Modelo de ondulação geoidal: introdução, cálculo e avaliação do modelo**. Disponível em: http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal.shtm Acessado em 05 de setembro de 2016
- IBGE. **Boletim informativo do projeto SIRGAS**. Rio de Janeiro: IBGE, 1998. v.5. 13p. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home / geociencias / geodesia / sirgas /publicacao.htm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/sirgas/publicacao.htm)> Acesso em: 01/08/2016
- ISG (**International Service for the Geoid**) 2015 Report of the IAG – Travaux de l’AIG 2011-2015 disponível em <http://www.isgeoid.polimi.it>, acessado em 01/08/2016.

- JEKELI, C. Heights, the geopotential, and vertical data. [S.l.], 2000. **Technical Report**, p.34, n. 459.
- LUZ, R. T. **Estratégias para modernização da componente vertical do sistema geodésico brasileiro e sua integração ao Sirgas**. 2008. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Universidade Federal do Paraná, 2008.
- MONICO, J. F. G. Acurácia e precisão: revendo os conceitos de forma acurada. **Boletim de Ciências Geodésicas.**, Curitiba, v. 15, n.3, p.469-483, jul-set, 2009.
- MONTECINO, H.; JAMUR, K. P.; FREITAS, S. R. C. de. (2011) **Connection of Imbituba and Santana Brazilian vertical datums based on satellite gravimetry and residual terrain model**. International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) XXV General Assembly in Melbourne, Australia, 2011.
- MONTGOMERY, D. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. Editora LTC, p. 652, 2016.
- MÜLLER, J. *et al.* **Computation of calibration gradients and methods for in orbit validation of gradiometer GOCE data**. Thessaloniki, Greece, p. 287-292, 2003.
- PALMEIRO, A. S. **Integração de informações do SGB em um SIG, visando a realização do sistema vertical do SIRGAS**. 2007. 182p. Dissertação (Mestrado Ciências Cartográficas)- Universidade Federal do Paraná, 2007.
- PAVLIS, N. K. *et al.* **An earth gravitational model to degree 2,160: EGM2008**. Vienna:[s.n.], 2008. Presented at the General Assembly of the European Geosciences Union, 2008.
- PAVLIS, N. K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C., and Factor, J.K. (2012), The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008), **Journal of Geoph. Res.**, Vol. 117, B04406, doi:10.1029/2011JB008916, 2012.

- PESSOA, L. M. da C. Análise comparativa de modelos geoidais na bacia do Paraná: contribuição à determinação do geóide. Seminário Apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas _ UFPR. Curitiba, 1994.
- RAPP, R. H. (1998). **Past and future developments in geopotential modeling**. Dept. of Civil & Environmental Engineering & Geodetic Science The Ohio State University Columbus, OH 43210-127, Geodesy on the Move, Forsberg, Feissel, Dietrich (eds), Springer-Verlag, Berlin New York, 58-78.
- REFAG - *Reference Frames for Applications in Geosciences* (2010). **Definition and establishment of vertical reference systems**. Commission 1 Symposium - Session 5, International Association of Geodesy – IAG, <<http://iag.ign.fr/index.php?id=151>> Acessado 01 de agosto de 2016.
- SEVERO, T. C. et al. Eficiência das alturas geoidais obtidas de modelos geoidais gravimétricos e geopotenciais no município de Porto Alegre. **Scientia Plena**. v.7, n1, 2011.
- SIDERIS, M. G. **Geoid determination by FFT techniques**. In: Lectures Notes of the 2° International School for the Determination and Use of the Geoid, International Geoid Service, p. 213-277, Rio de Janeiro, Brasil, 1997.
- SOUZA, S. F. de. **Contribuição do GPS para o aprimoramento do geóide no Estado de São Paulo**. 2002. Tese de Doutorado, IAG/USP, São Paulo, 2002.
- VANÍCEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. Geodesy - The concepts. [S.l.]: **Elsevier Science**, 1986. 697 p.
- TORGE, W. **Geodesy**. 3ª Edição. compl. rev. and ext. ed. Berlin: Walter de Gruyter, 2001. xv, 416 p.
- TORGE, W. **Geodesy**. 4ª Edição. compl. rev. and ext. ed. Berlin: Walter de Gruyter, 2012. xv, 433 p.

YONGCUN, C. OLE, B. A. Multimission empirical ocean tide modeling for shallow waters and polar seas. **Journal of Geophysical Research**, v. 116, C11001, 2011.