

MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
(Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, 1792)

1° Ten DIEGO HENRIQUE DE OLIVEIRA SALES

**SIMULADOR DE BALÍSTICA INTERNA DE FOGUETES BASEADOS EM PROPE-
LENTE SÓLIDO – ROBUS VERSÃO 3.0**

Rio de Janeiro

2020

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

1° Ten DIEGO HENRIQUE DE OLIVEIRA SALES

SIMULADOR DE BALÍSTICA INTERNA DE FOGUETES BASEADOS EM PROPELLENTE SÓLIDO – ROBUS VERSÃO 3.0

Projeto de Fim de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Química do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Jakler Nichele Nunes – Maj, D.Sc.

Rio de Janeiro

2020

©2020

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro - RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos e resultados expressos neste trabalho são de responsabilidade dos autores e dos orientadores.

Sales, Diego Henrique de Oliveira
SIMULADOR DE BALÍSTICA INTERNA DE FOGUETES
BASEADOS EM PROPELENTE SÓLIDO – ROBUS VERSÃO
3.0 / Diego Henrique de Oliveira Sales. — Rio de Janeiro,
2020.

59 f

Orientador: Jakler Nichele Nunes

Projeto Final de Curso (graduação) — Instituto Militar
de Engenharia, Bacharel em Engenharia Química, 2020.

1. Simulador. 2. ROBUS. 3. Extinção. 4. Propelente
sólido. I. Sales, Diego Henrique de Oliveira. II. Nichele Nu-
nes, Jakler, orientador. III. Título

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA


1º Ten DIEGO HENRIQUE DE OLIVEIRA SALES

**SIMULADOR DE BALÍSTICA INTERNA DE FOGUETES BASEADOS EM PROPE-
LENTE SÓLIDO – ROBUS VERSÃO 3.0**

Projeto de Fim de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Química do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Jakler Nichele Nunes – Maj, D.Sc.

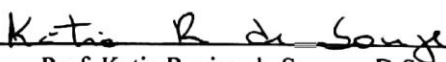
Aprovada em 29 de outubro de 2020 pela seguinte Banca Examinadora:



Prof. Jakler Nichele Nunes – Maj, D.Sc.- Presidente



Prof. Rodrigo Leonard Barboza Rodrigues – TC, D. Sc



Prof. Katia Regina de Souza – D.Sc

Rio de Janeiro

2020

À todos os meus familiares e amigos, que sempre me apoiaram e ofereceram suporte em todas as minhas escolhas e ao Instituto Militar de Engenharia, alicerce da minha formação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus, por fornecer todas as forças necessárias até hoje em toda a minha jornada, e por todas as etapas importantes que ocorreram até o dia de hoje.

Aos meus familiares, em especial aos meus pais, Daniel Fernandes Sales e Maria Mauriceia de Oliveira dos Santos, e a minha irmã, Débora Mayara de Oliveira Sales que me apoiaram em todas as escolhas da minha vida, sem medir esforços.

Ao Instituto Militar de Engenharia, pela formação militar, acadêmica, profissional, pessoal e por todas as oportunidades fornecidas.

À seção de Engenharia Química (SE/5) e todo o seu corpo docente, pelas aulas ministradas e por todos os esforços realizados para a conclusão da minha formação, mesmo diante das adversidades do ano atípico de 2020.

Ao professor Jakler Nichele Nunes, profissional que contribuiu grandiosamente na minha formação acadêmica, profissional e pessoal ao longo do Curso de Formação e Graduação em Engenharia Química no Instituto Militar de Engenharia

À professora Katia Regina de Souza, que também contribuiu fortemente tanto para a minha formação como Engenheiro Químico quanto para a minha formação como cidadão, em toda a minha passagem pelo Instituto Militar de Engenharia

“Não é preciso ter olhos abertos para ver o sol, nem é preciso ter ouvidos afiados para ouvir o trovão. Para ser vitorioso, você precisa ver o que não está visível.”

Sun Tzu

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

a	fator pré exponencial da lei de queima
b	parâmetro de correção do volume na equação de Van Der Walls
A	área
A_t	área da garganta da tubeira
C_p	capacidade calorífica molar à pressão constante
C_v	capacidade calorífica molar à volume constante
F	força resultante
h	entalpia por unidade de massa
k	constante de Poisson
L	comprimento do grão propelente
l	comprimento do lado da estrela
m	massa de gás na câmara
\dot{m}_g	massa de gás produzida na queima do propelente
\dot{m}_{esg}	massa de gás produzida na queima de esgalhos
M	massa molar dos gases de combustão
n	expoente da lei de queima
n_{mol}	número de mols
N_p	número de pontas da geometria estrelada (vértices)
P	pressão na câmara
\dot{r}	taxa de queima
R	constante universal dos gases
t	tempo
T	temperatura dos gases na câmara
v	velocidade do gás
V_c	volume da câmara
x	posição da partícula

Símbolos gregos

α	ângulo central da estrela
θ	semi-ângulo do vértice da estrela
ρ_p	massa específica do propelente
σ	sensibilidade à temperatura inicial do fator pré exponencial

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 Exemplo de um foguete baseado em propelente sólido com os seus componentes descritos	18
Figura 2.1 Exemplo de um grão de propelente mono perfurado	20
Figura 2.2 Exemplo de um diagrama Pressão x Tempo para o processo de combustão de um propelente sólido, no qual todas as fases de combustão estão presentes	22
Figura 2.3 Perfil de um foguete no instante de combustão do propelente, no qual as pressões, velocidades e temperaturas dos gases e áreas de cada região estão descritas	23
Figura 2.4 Exemplo de um grão propelente estrelado, com 5 vértices.	25
Figura 2.5 Representação gráfica do cálculo do novo perímetro da estrela	26
Figura 2.6 Aproximação da queima dos esgalhos	27
Figura 3.1 Fluxograma de dados no software ROBUS	37
Figura 3.2 Interface gráfica do software ROBUS	38
Figura 4.1 Curva de $P \times t$ para diferentes números de vértices (8, 10 e 12) dos grãos propelentes	39
Figura 4.2 Comparação entre as versões 1 e 3 do ROBUS em relação ao $\log(P) \times t$, para um grão propelente de 8 vértices (N_p), para o caso de extinção sem queima de esgalhos	40
Figura 4.3 Comparação entre as versões 1 e 3 do ROBUS em relação ao $\log(P) \times t$, para um grão propelente de 10 vértices (N_p), para o caso de extinção sem queima de esgalhos.	41
Figura 4.4 Comparação entre as versões 1 e 3 do ROBUS em relação ao $\log(P) \times t$, para um grão propelente de 12 vértices (N_p), para o caso de extinção sem queima de esgalhos.	41
Figura 4.5 Comparação entre as versões 1 e 3 do ROBUS, em relação ao $\log(P) \times t$, para os propelentes com 8, 10 e 12 vértices (N_p), na extinção com a queima dos esgalhos	42
Figura 4.6 Curva de $\log(P) \times t$ da despressurização do modelo ROBUS v3.0 para os casos de extinção com e sem esgalhos para um grão propelente de 10 vértices	43
Figura 4.7 Curva de $\log(P) \times t$ da despressurização do modelo ROBUS v3.0 para os casos de extinção com e sem esgalhos para um grão propelente de 8 vértices, considerando apenas as primeiras 1000 iterações	44
Figura 4.8 Curva de $\log(P) \times t$ da despressurização do modelo ROBUS v3.0 para os casos de extinção com e sem esgalhos para um grão propelente de 10 vértices, considerando apenas as primeiras 1000 iterações	45

Figura 4.9 Curva de $\log(P) \times t$ da despressurização do modelo ROBUS v3.0 para os casos de extinção com e sem esgalhos para um grão propelente de 12 vértices, considerando apenas as primeiras 1000 iterações	45
Figura 4.10 Diferença entre as pressões obtidas no ROBUS v3.0 para o caso sem esgalhos (P_0) e com esgalhos (P_{esg}) em função do número de iterações para grãos propelentes com 8, 10 e 12 vértices (N_p)	46
Figura 4.11 Diferença entre as pressões obtidas no ROBUS v3.0 para o modelo ideal (P_{ideal}) e o modelo real (P_{real}) em função do número de iterações para grãos propelentes com 8, 10 e 12 vértices (N_p), para a extinção sem a queima de esgalhos	47
Figura 4.12 Diferença entre as pressões obtidas no ROBUS v3.0 para o modelo ideal (P_{ideal}) e o modelo real (P_{real}) em função do número de iterações para grãos propelentes com 8, 10 e 12 vértices (N_p), para a extinção com a queima de esgalhos.....	48

LISTA DE TABELAS

Tabela. 3.1 Parâmetros utilizados para a simulação do ROBUS v3.0	36
--	----

Sumário

LISTA DE SÍMBOLOS	7
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9
LISTA DE TABELAS	11
1 INTRODUÇÃO	16
1.1 REVISÃO DA LITERATURA.....	17
1.2 DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA.....	18
1.3 OBJETIVOS.....	18
1.4 DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA.....	19
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1 CONSERVAÇÃO DA MASSA.....	20
2.2 LEI DOS GASES.....	21
2.3 FLUIDODINÂMICA.....	22
2.4 DESENVOLVIMENTO GEOMÉTRICO.....	25
2.5 EXTINÇÃO SEM A QUEIMA DE ESGALHOS.....	27
2.6 EXTINÇÃO COM A QUEIMA DE ESGALHOS.....	30
3 METODOLOGIA	32
3.1 MÉTODO DE EULER.....	32
3.2 RESOLUÇÃO NUMÉRICA PARA QUEIMA SEM ESGALHOS.....	33
3.3 RESOLUÇÃO NUMÉRICA PARA EXTINÇÃO COM ESGALHOS.....	35
3.4 SOFTWARE.....	36
3.5 PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO.....	36
3.6 FLUXOGRAMA DO ROBUS v3.0.....	37
3.7 INTERFACE GRÁFICA DO ROBUS.....	37
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	39
4.1 RESULTADO DA SIMULAÇÃO.....	39
4.2 COMPARAÇÃO ENTRE O ROBUS v3.0 E O ROBUS v1.0.....	40
4.3 ANÁLISE DA EXTINÇÃO SEM ESGALHOS.....	40
4.4 ANÁLISE DA EXTINÇÃO COM A QUEIMA DOS ESGALHOS.....	42
4.5 ANÁLISE DA EXTINÇÃO NO ROBUS v3.0.....	43
4.6 ANÁLISE PARA O MODELO DE GÁS REAL.....	47

5 CONCLUSÕES E PERPECTIVAS FUTURAS.....	50
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	52
7 APÊNDICE	53

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo aprimorar a descrição do fenômeno de extinção de propelentes sólidos. A extinção pode ser dividida em duas classes: a extinção estática e a extinção dinâmica. A extinção estática se refere a baixos valores de pressão (deflagração da pressão) e/ou baixos valores de temperatura, aliados a uma alta transferência de calor. A extinção dinâmica tem como guia aos elevados gradientes de pressão, mais conhecida como depressurização, aliada à troca de calor. Dado que o objetivo do trabalho é investigar o comportamento da pressão em função do tempo, o fenômeno da extinção dinâmica foi escolhido como objetivo de estudo. A análise iniciou com o estudo da extinção envolvendo um grão propelente mono perfurado, ou seja, sem a presença de esgalhos, de modo mais simples, utilizando a equação dos gases ideais, da conservação de massa e energia, construindo gráficos para examinar o fenômeno de forma simplificada. Após a determinação dessa análise, o projeto foi redirecionado para a integração do modelo de extinção obtido para o sistema ROBUS, no qual foi possível aliar o estudo de geometria mais complexas, que se restringiram aos grãos propelentes estrelados, com o número de vértices variável e também foi possível considerar a queima de esgalhos no processo de extinção. Ainda, aliado aos casos estudados citados anteriormente, foi realizada a modelagem do sistema de extinção considerando o modelo de gás real, e realizar a comparação com os resultados obtidos para o modelo de gás ideal. O motivo do interesse na simulação de motores-foguetes baseados em propelente sólido (SEM – *Solid Rocket Motors*) está relacionado à sua importância no desenvolvimento de materiais de defesa e da escassez de resultados e estudos realizados nessa área, dado que é um aspecto estratégico.

ABSTRACT

The present work aims to improve the description of the solid propellant extinction phenomenon. Extinction studies based on analytical models are divided into two groups: static extinction and dynamic extinction. The static extinction is classified by low pressure values (pressure deflagration) and low temperatures with high heat transfer. The dynamic extinction aims to high gradient pressures with heat transfer. Since this work has the objective to study the pressure performance in function by the time, the dynamic extinction was chosen. The analysis starts with the most simple propellant grain, with only one circular hole, without slive burning, using mass conservation and energy conservation principles to construct graphics to study the phenomenon. After this, the work was focused to integrate a new module to ROBUS software, in which it was possible to combine the study of more complex geometry, wich were restricted to starry propellant grains, with the variable number of vertices and it was also possible to consider the burning of waste in the extinction process. In addition, allied to the cases mentioned above, the extinguishing system was modeled considering the real gas model, and compared with the results obtained for the ideal gas model. The reason for the interest in the simulation of Solid Rocket Motors (SRM) is related to its importance in the development of defense materials and scarcity of results and studies carried out in this area, given that it is a strategic aspect

1 INTRODUÇÃO

No contexto dos materiais de defesa, os motores-foguetes baseados em propelente sólido, mais conhecidos como SRM (*Solid Rocket Motors*), possuem papel muito importante para a defesa do país, apesar de não ser uma tecnologia do século XXI, sendo amplamente desenvolvida no século XX. No entanto, apesar de mais de meio século de conhecimento dessa tecnologia, ela ainda possui grande margem para aprimoramento do desempenho.

Assim, para um estudo mais aprofundado sobre o tema, é necessário realizar a modelagem das três fases de combustão do propelente: a ignição, a combustão no estado estacionário e a extinção. Dentre as 3 fases, a extinção é a etapa que envolve a despressurização da câmara de combustão do foguete, permitindo uma gama de aplicações tecnológicas (R.DOL, 1983). Assim, o presente projeto de fim de curso tem como objetivo o desenvolvimento e integração de conhecimentos científicos em função de um conhecimento mais profundo da etapa de extinção da combustão dos propelentes sólidos.

A extinção é a etapa na qual há uma rápida despressurização na câmara de combustão do foguete devido à rápida evacuação dos gases e a inexistência da queima do propelente, exceto para alguns tipos de grãos que possuem geometria diferenciada, no qual ainda restam alguns esgalhos que não queimaram no regime estacionário. Quando há presença dos esgalhos, o perfil de queima não é o mesmo que no estado anterior, necessitando uma nova modelagem para esse caso. A partir das equações de conservação da massa, *momentum* e conservação da energia, podemos descrever a modelagem para o fenômeno da extinção.

A extinção pode acontecer de forma induzida em um foguete, quando algumas tubeiras adicionais são acionadas, fazendo com que o sistema sofra uma queda brusca de pressão, se mantendo em um nível constante ou se igualando à pressão ambiente no caso de um efeito de pausa na queima (MARSHAKOV, 2010).

Em função destes conceitos iniciais, prosseguiremos com o desenvolvimento desta introdução, realizando uma breve revisão da literatura, delimitando o problema a ser resolvido e à sua aplicação no simulador computacional de código aberto ROBUS (*ROcket BUrning Simulator*) que foi idealizado e desenvolvido no Projeto de Fim de Curso em 2017, orientado por um estudo termodinâmico, geométrico e matemático dos aspectos importantes da queima de um propelente (DE ASSIS; DA SILVA, 2017).

1.1 REVISÃO DA LITERATURA

Os estudos da etapa de extinção se desenvolveram bastante ao logo dos anos. Antes do ano de 1969, diversas pesquisas relevantes foram realizadas por vários pesquisadores, entre eles o Ciepluch, que iniciou o estudo da despressurização dinâmica, que conseguiu descrever o comportamento do decaimento da pressão, com base em pressões obtidas anteriormente em vários processos (SUMMERFIELD, MERKLE, TURK, 1969).

Outro trabalho de importante relevância, anteriormente ao ano de 1969, foi apresentado por Jensen Hits, apresentando uma gama relevante de trabalhos experimentais, semelhante a Ciepluch, pois a sua pesquisa utilizava bastante propelentes, criando uma boa base de dados em relação a vários experimentos. No entanto, ainda assim, não existiam muitos dados experimentais sobre o estudo do fenômeno da extinção na literatura (SUMMERFIELD, MERKLE, TURK, 1969)

Ainda por volta de 1984, o fenômeno da extinção ainda não estava totalmente resolvido sob critérios científicos, com restrição de alguns casos específicos, as teorias desenvolvidas e os modelos criados ainda não eram satisfatórios (KUO, 1984).

Algumas aplicações dos propelentes sólidos estão relacionadas a capacidade de extinção da combustão do próprio propelente, principalmente os mecanismos espaciais nos quais é desejado a possibilidade de iniciar e terminar a queima de propelente em determinado instante. (HORTON, 1968). Embora muito discutida na literatura, o fenômeno da extinção não é totalmente conhecido pela ciência em seus detalhes, dificultando algumas constatações a respeito dessa etapa da queima dos propelentes.

O fenômeno da extinção tem a sua origem por dois mecanismos fundamentais: a extinção estática e a extinção dinâmica. A extinção estática se refere a baixos valores de pressão (deflagração da pressão) e/ou baixos valores de temperatura, aliados a uma alta transferência de calor. A extinção dinâmica se refere a mudanças bruscas de pressão (despressurização) e/ou troca de calor (AIAA, 1984). No caso do nosso estudo, focaremos na extinção dinâmica com a despressurização da câmara do foguete.

Alguns mecanismos são utilizados para a obtenção da fase de extinção de um foguete, entre eles temos a rápida despressurização, geralmente proveniente por um rápido aumento da área da garganta da tubeira ou pela abertura de portas adicionais que permitem um maior fluxo de gases (SUTTON, 2010). As técnicas têm como objetivo neutralizar a pressão ou mudar a direção da pressão pela abertura de válvulas exaustoras. Também, existem alguns mecanismos

que envolvem a aplicação de bombas para formar vácuo no ambiente de despressurização, que induzem o fenômeno da extinção (MARSHAKOV, 2010).

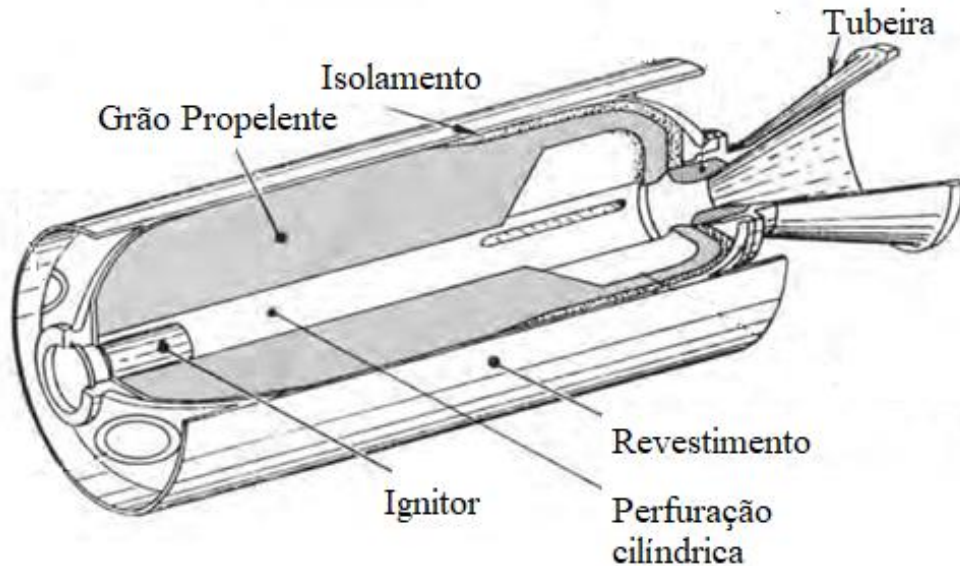


Figura 1.1 Exemplo de um foguete baseado em propelente sólido com os seus componentes descritos (SUTTON, 2010).

1.2 DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA

As modelagens dos fenômenos de extinção que são encontrados na literatura possuem diversas considerações, sejam elas em relação as condições termodinâmicas do projeto, ou apenas considerando o processo como uma simples despressurização da câmara, desconsiderando efeitos como a formação de migalhas.

Assim, com base na dificuldade de encontrar modelos e que sua maioria apresentando uma complexidade relevante, o projeto terá como foco resolver o seguinte problema: como representar o modelo de extinção a partir de um modelo teórico e simples?

1.3 OBJETIVOS

O presente trabalho tem por *objetivo geral* descrever o fenômeno de extinção de maneira simples e eficiente a partir das equações de conservação.

Para isso, os seguintes objetivos específicos foram discriminados:

- a) modelar o fenômeno de extinção do foguete a partir das equações de conservação de massa, momento linear e energia;
- b) simular o computacionalmente o modelo construído; e
- c) integrar o modelo de extinção ao projeto ROBUS

1.4 DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA

O conhecimento da etapa de extinção na operação de um motor foguete de um SRM permite reconhecer várias aplicações para os projeteis que utilizam desse sistema de propulsão, tendo como exemplo, a capacidade de iniciar e parar a propulsão do foguete em missões espaciais, além da também a extinção programada de mísseis balísticos em missões (HORTON, 1968).

Assim, o conhecimento dessa etapa do desempenho balístico permite melhorias contínuas no desenvolvimento desse tipo de aparato tecnológico, que vem a ser de imensa importância para os projetos estratégicos da Força Terrestre, reduzindo custos e ensaios feitos em campo real.

Ainda, vale ressaltar a falta de um simulador de balística interna de foguetes de domínio nacional, especificamente para o Exército Brasileiro, a ausência do simulador aumenta não somente os custos relacionados ao desenvolvimento, mas também o gasto homem/hora em todo o processo de teste feito em campo. Assim, o projeto do ROBUS permite o desenvolvimento do software de simulação para reduzir os gastos decorrentes de todo o processo experimental, e no caso desse projeto, uma melhor simulação do fenômeno de extinção.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O fenômeno da extinção tem início após o desenvolvimento da queima geométrica do propelente, ou seja, quando não temos mais uma queima ordenada do grão. Dependendo do tipo de geometria, há queima de esgalhos, que são fragmentos do propelente que não foram queimados durante a fase de queima estacionária.

Ainda, vale ressaltar algumas considerações que utilizamos para modelar a etapa de extinção: assumimos que todos os produtos das reações são homogêneos além de considerar que todos os produtos oriundos da queima estão no estado gasoso, que o fluxo na tubeira é adiabático e reversível, ou seja, é isentrópico e não há efeito de fricção e os efeitos da camada limite são negligenciados.

2.1 CONSERVAÇÃO DA MASSA

A aplicação da conservação da massa na fase da extinção deve considerar a queima dos esgalhos, o fluxo de massa que sai da câmara. No caso do problema, iremos considerar que não há acúmulo de massa no sistema. Inicialmente, realizaremos o balanço de massa para um grão mono perfurado, de acordo com a Figura. 2.1.:

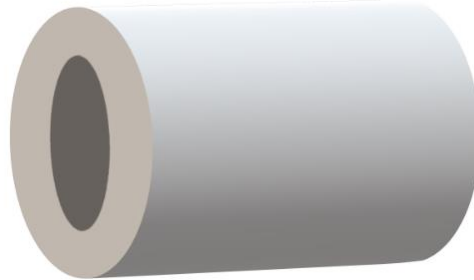


Figura 2.1 Exemplo de um grão de propelente monoperfurado.

Assim, podemos considerar a Eq. 2.1 para o balanço de massa

$$\dot{m}_{\text{esg}} - \dot{m}_{\text{g}} = \frac{dm}{dt} \quad (2.1)$$

No qual \dot{m}_{esg} é a taxa de queima dos esgalhos, \dot{m}_g é a vazão de massa dos gases que saem na garganta do foguete. Para o caso no qual o propelente é um grão mono perfurado, não temos a queima dos esgalhos, portanto, temos a seguinte Eq. 2.2 para o balanço de massa:

$$-\dot{m}_g = \frac{dm}{dt} \quad (2.2)$$

2.2 LEI DOS GASES

Na literatura, tem-se a abordagem dos gases ideais e reais, cada um com as suas diversas considerações. Nesse trabalho, iremos analisar o comportamento tanto dos gases ideais quanto dos gases reais. Para isso, em cada caso, tem-se um equacionamento específico.

Para o caso dos gases ideais, iremos utilizar a equação de estado descrita pela Eq. 2.3.

$$PV = n_{\text{mol}}RT \quad (2.3)$$

No qual P é a pressão, V é o volume ocupado pelo gás e T é a temperatura do gás naquele instante.

Para descrever o comportamento dos gases reais, tem-se o modelo de Van der Walls descrito na Eq. 2.4.

$$\left(P + \frac{n_{\text{mol}}^2 a}{V^2} \right) (V - n_{\text{mol}} b) = n_{\text{mol}} RT \quad (2.4)$$

Ao comparar as Eq. 2.3 e 2.4, temos a correção nos termos da pressão e da temperatura, a fim de compensar os efeitos de interação entre as moléculas (ATKINS, 2018). Nesse trabalho, iremos considerar a correção apenas no termo do volume, com isso, utilizaremos a Eq. 2.5 para representar o modelo do gás real.

$$P(V - n_{\text{mol}} b) = n_{\text{mol}} RT \quad (2.5)$$

2.3 FLUIDODINÂMICA

O processo de queima do combustível promove a geração de gases que são evacuados pela tubeira, acompanhado da liberação de energia térmica, que é convertida em energia mecânica para a propagação do foguete (SUTTON, 2010). Na fase de ignição do foguete, temos o início da liberação dos gases e com isso, elevação da pressão na câmara de combustão em fração de segundos.

Já na fase estacionária, temos uma estabilização da evolução da pressão da câmara. No entanto, na fase de extinção, temos a queda abrupta da pressão em um curto intervalo de tempo. Nesse processo de extinção, que temos a expansão do gás pela tubeira do foguete, o que permite considerar um processo adiabático, dado o pequeno intervalo de tempo que ocorre o fenômeno, o que caracterizaria um processo isentrópico. Assim, iremos considerar nesse trabalho o comportamento isentrópico na modelagem do fenômeno de extinção.

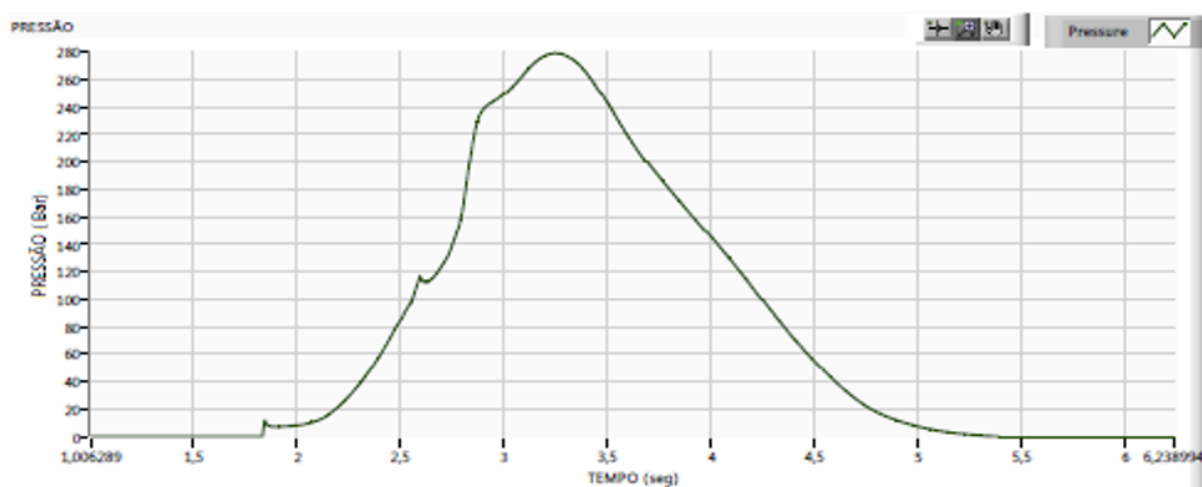


Figura 2.2 Exemplo de um diagrama Pressão x Tempo para o processo de combustão de um propelente, no qual todas as fases de combustão estão presentes (CTEx, 2013).

Assim, a partir do fato que o foguete tem que ser modelado de acordo com o estado isentrópico, podemos determinar a pressão e a velocidade em determinadas regiões do foguete. Assim, para exemplificar, temos o seguinte esquema de uma câmara do foguete.

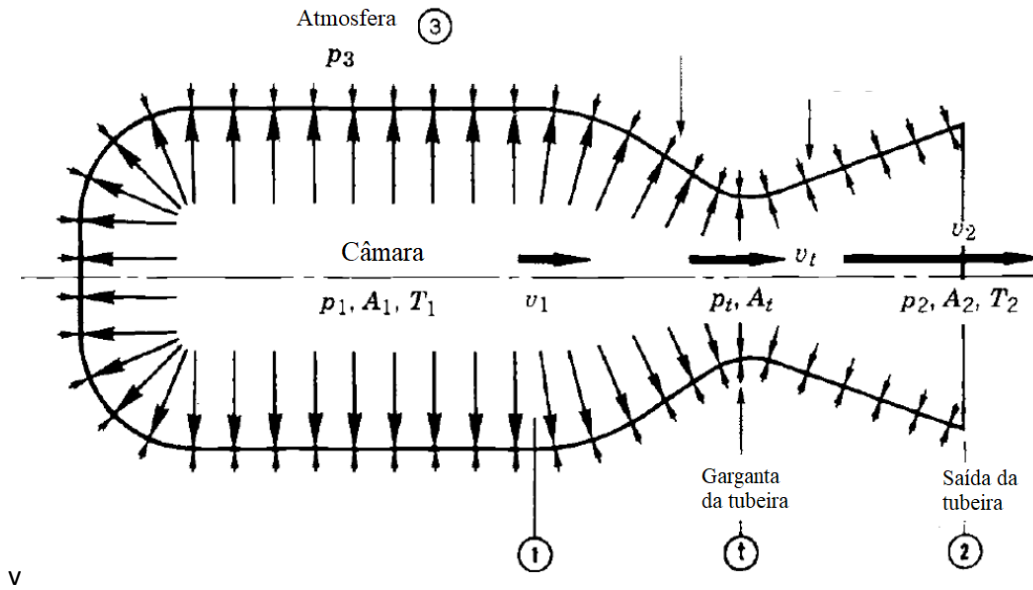


Figura 2.3 Perfil de um foguete no instante de combustão do propelente, no qual as pressões, velocidades e temperaturas dos gases e áreas de cada região estão descritas (SUTTON, 2010).

Para obtermos as relações que envolvem o foguete, iremos considerar a entalpia no ponto de estagnação, que pode ser representado de acordo com a Eq. 2.6 (SUTTON, 2010):

$$h_0 = h + \frac{v^2}{2} \quad (2.6)$$

Assim, comparando a entalpia em dois pontos distintos do foguete, encontramos a relação da Eq. 2.7.

$$h_x - h_y = \frac{1}{2}(v_y^2 - v_x^2) = c_p(T_x - T_y) \quad (2.7)$$

Também, podemos expressar o fluxo de massa no ambiente conservativo, em relação à uma área específica, de acordo com a Eq. 2.8..

$$\dot{m}_x = \dot{m}_y \equiv \dot{m} = \frac{A v}{V} \quad (2.8)$$

Ainda, podemos denotar algumas relações importantes entre algumas grandezas envolvidas na transformação, que estão descritas nas Eq. 2.9 e 2.10.

$$k = \frac{C_p}{C_v} \quad (2.9)$$

$$C_p - C_v = R \quad (2.10)$$

Nos quais o C_p é a capacidade calorífica molar sob pressão constante e C_v é a capacidade calorífica molar a volume constante, e R é a constante universal dos gases.

Ainda, considerando o comportamento ideal dos gases e o regime isentrópico para a transformação, temos as relações descritas nas Eq. 2.11 e 2.12 (SUTTON,2010).

$$c_p = \frac{kR}{(k-1)} \quad (2.11)$$

$$\frac{T_x}{T_y} = \left(\frac{P_x}{P_y} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{V_y}{V_x} \right)^{\gamma-1} \quad (2.12)$$

Ainda, podemos encontrar a relação entre a temperatura e a velocidade no ponto 2 de acordo com a Figura 2.3.

$$v_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + v_1^2} \quad (2.13)$$

Portanto, utilizando as Eq. 2.13, 2.12, 2.11e 2.7, obtém-se o valor da velocidade no ponto 2 em função da temperatura, da pressão e a velocidade do gás na câmara de combustão.

$$h_0 = h + \frac{v^2}{2} \quad (2.14)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left[1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}} \right] + v_1^2} \quad (2.15)$$

2.4 DESENVOLVIMENTO GEOMÉTRICO

O tipo de geometria analisada nesse trabalho foi a de perfil estrelado e do grão mono-perfurado, de acordo com a Figura 2.3.

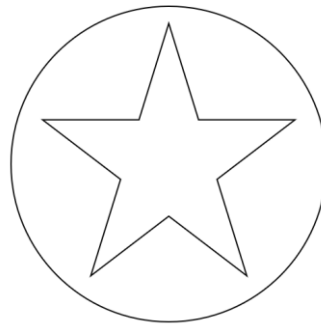


Figura 2.3 Exemplo de um grão propelente estrelado, com 5 vértices.

Assim, a fim de estudar o desenvolvimento geométrico da evolução da queima, foram utilizadas duas variáveis de estudo: o ângulo de abertura superior, 2θ , e o raio da circunferência circunscrita à estrela, R . O ângulo central, α é determinado pelo número de pontas de cada estrela n_p , de acordo com a Eq. 2.16 (DE ASSIS; DA SILVA,2017).

$$\alpha = \frac{\pi}{n_p} \quad (2.16)$$

Para o desenvolvimento da geometria do grão, a queima foi considerada ideal, implicando que o consumo da massa ocorre através camadas paralelas. Assim, considerando a queima ideal, as extremidades da estrela evoluem durante a queima, formando um arco de circunferência de acordo com a Figura 2.4 (DE ASSIS; DA SILVA,2017).

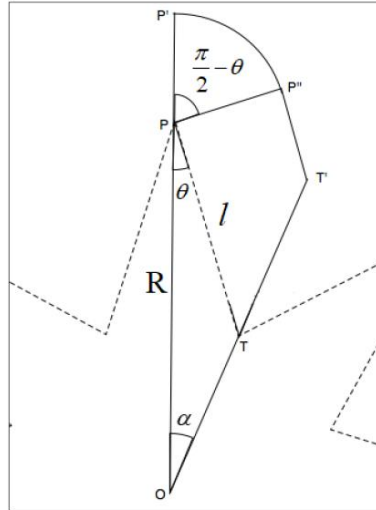


Figura 2.4 Representação gráfica do cálculo do novo perímetro da estrela (DE ASSIS; DA SILVA,2017).

Assim, para descrever o desenvolvimento geométrico da combustão do grão, o modelo utilizado foi o mesmo que está presente no Projeto de Fim de Curso de 2017 do ROBUS v1.0, no qual há a descrição da evolução da queima, que resulta nas Eq. 2.17 e 2.18 (DE ASSIS; DA SILVA,2017).

$$L(t) = L - 2 \int_t^0 \dot{r} \cot(\theta + \alpha) dt \quad (2.17)$$

$$l(t) = 1 + \int_0^t \dot{r} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) - \cot(\theta + \alpha) \right] dt \quad (2.18)$$

No qual, $L(t)$ é o comprimento do grão do propelente e $l(t)$ é o tamanho da aresta do grão estrelado, de acordo com a Figura 2.4.

No entanto, quando ocorre o encontro da superfície de queima com o invólucro do propelente, temos uma forte alteração na taxa de emissão de gases no processo da combustão, o que resulta em uma forte alteração. Assim, temos a formação dos esgalhos, e nesse trabalho, consideramos os esgalhos com a forma geométrica determinada na Figura 2.5 sempre considerando a queima em camadas paralelas.

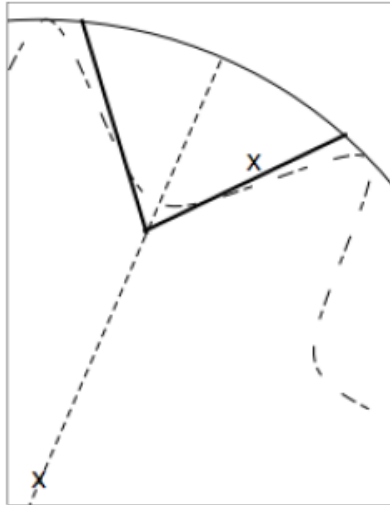


Figura 2.5 Aproximação da queima dos esgalhos (DE ASSIS; DA SILVA,2017).

No entanto, para fins de simplificação, a taxa de queima foi determinada pela a Leia de Saint Robert (MARTINO, 2016)., que pode ser descrito de acordo com a Eq. 2.19.

$$\dot{r} = aP^n \quad (2.19)$$

No qual “a” é o fator pré exponencial, P é a pressão e n é o parâmetro experimental. Ainda, podemos descrever o parâmetro experimental de acordo com a Eq. 2.20.

$$a = a_0 e^{[\sigma(T_{in} - T_{in}^0)]} \quad (2.20)$$

2.5 EXTINÇÃO SEM A QUEIMA DE ESGALHOS

A temperatura em todo processo pode ser considerada constante (SUTTON, 2010). Assim, obtemos a Eq. 2.21 para a taxa de acúmulo de massa de gás, considerando o modelo de gás ideal.:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{MV}{RT} \frac{dP}{dt} \quad (2.21)$$

No entanto, observando o comportamento da pressão e as características fluidodinâmicas dos fluidos existentes no escoamento, podemos considerar o comportamento isentrópico, e de acordo com o esquema da Figura 2.3, podemos utilizar a Eq. 2.15 para a descrição do fenômeno.

No entanto, considerando desprezível a velocidade v_1 em relação a v_2 , devido ao tamanho da tubeira (SUTTON, 2010), consideraremos Eq. 2.22 para a velocidade:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left[1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}} \right]} \quad (2.22)$$

Da conservação do momento na região 1 e 2 da Figura 2.3, ou seja, considerando a tubeira como volume de controle, tem-se a relação descrita na Eq 2.23.

$$\sum \vec{F} = \dot{m}_g v_t - \dot{m}_s v_2 = A_t (P - P_a) \quad (2.23)$$

Ainda, utilizando o balanço de massa na tubeira, descrito pela Eq 2.1, é possível obter a relação presente na Eq. 2.24:

$$\dot{m}_g - \dot{m}_s = \frac{dm}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{m}_g = \dot{m}_s \quad (2.24)$$

Assim, ao combinar as relações obtidas nas Eq 2.23 e 2.24, tem-se a relação obtida na Eq 2.25, que fornece a fluxo de massa de gás.

$$\dot{m}_g = \frac{A_t(P - P_a)}{(v_t - v_2)} \quad (2.25)$$

No entanto, é dado da literatura que na região 1, pode-se descrever a velocidade de acordo com a Eq. 2.26 (SUTTON, 2010).

$$v_t = \sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT} \quad (2.26)$$

Assim, utilizando as Eq. 2.26 e 2.25, pode-se estabelecer uma nova relação para a evolução da massa gasosa no problema.

$$\dot{m}_g = \frac{A_t(P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}}} \right)}} \quad (2.27)$$

De acordo com as Eq 2.27 e 2.21, é possível encontrar a relação que envolve a pressão em função do tempo, que está descrita na Eq 2.28.

$$\frac{dP}{dt} = - \frac{RT}{MV_c} \frac{A_t(P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}}} \right)}} \quad (2.28)$$

Assim, devido à complexidade da Eq. 2.28 temos uma equação diferencial que podemos resolver utilizando métodos numéricos.

No caso de gás real, utilizaremos a equação 2.27, como foi dito anteriormente. Logo, temos a Eq. 2.29 para a variação de massa no sistema do gás real.

$$\frac{dm}{dt} = M \left[\frac{RTV}{(RT + Pb)^2} \right] \frac{dP}{dt} \quad (2.29)$$

Analogamente ao caso do gás ideal, utilizando as Eq. 2.29 e 2.27, tem-se a equação diferencial que relaciona a pressão e o tempo Eq. 2.30.

$$\frac{dP}{dt} = - \frac{(RT + Pb)^2}{RTMV_c} \frac{A_t (P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}}} \right)}} \quad (2.30)$$

2.6 EXTINÇÃO COM A QUEIMA DE ESGALHOS

Para a queima considerando os esgalhos, temos a relação 2.1 para a conservação da massa. Para representar a queima dos esgalhos, tem-se equação 2.19 representa a taxa mássica de queima dos esgalhos, de acordo com a lei de Saint-Robert (SUTTON, 2010). Assim, considerando o desenvolvimento para o modelo do gás ideal, temos a relação 2.31 para o balanço de massa.

$$\rho_p A_b \dot{r} - \dot{m}_g = \frac{MV}{RT} \frac{dP}{dt} \quad (2.31)$$

Em relação ao escoamento do fluido no sistema, também consideramos o regime isentrópico, pois temos um fenômeno adiabático, dado a velocidade de expansão dos gases e a alta taxa de queima do propelente. Portanto, as relações citadas anteriormente também podem ser utilizadas para a descrição do fenômeno de escoamento do fluido, o que resulta na Eq. 2.32.

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT}{MV} \left\{ \rho_p A_b \dot{r} - \frac{A_t (P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{\left[1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}} \right]} \right)} \right\} \quad (2.32)$$

No entanto, a queima dos esgalhos não irá durar todo o tempo de despressurização da câmara do foguete, logo, o limite da geração de galhos é quando todos os esgalhos são queimados. Assim, após essa etapa, a extinção segue de acordo com a equação 2.28, que foi descrita anteriormente.

Para o caso do gás real, temos a situação parecida com o caso da extinção que não considera a queima dos esgalhos, resultando na equação 2.33.

$$\frac{dP}{dt} = \frac{(RT + Pb)^2}{RTMV_c} \left\{ \rho_p A_b \dot{r} - \frac{A_t (P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{\left[1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}} \right]} \right)} \right\} \quad (2.33)$$

Vale ressaltar a limitação da queima dos grãos, que após a queima dos grãos, temos a despressurização da queima de acordo com a equação 2.30.

3 METODOLOGIA

3.1 MÉTODO DE EULER

O método de Euler é um dos métodos utilizados para a técnica de resolução de problemas de valor inicial. Ele é utilizado tanto para resolver os problemas em si, quanto para construção de outros modelos de resolução de problemas de valor inicial (BURDEN, 2014).

O objetivo do método de Euler é obter aproximações para a resolução do seguinte problema de valor inicial:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (3.1)$$

$$a \leq t \leq b \quad (3.2)$$

$$y(a) = \alpha \quad (3.3)$$

No método, não temos uma solução contínua, mas a aproximação obtida nos valores gerados para y são chamados de pontos da malha, no intervalo $[a, b]$ (BURDEN, 2014). Assim, os outros pontos contidos no intervalo entre os pontos da malha são obtidos por meio de interpolação.

Para determinar os pontos da malha, deveremos distribuir os pontos nessa malha de forma homogênea em toda a rede de pontos. Assim, um número positivo inteiro N é determinado, assim utilizaremos a constante da equação 3.4.

$$h = \frac{(b-a)}{N} \quad (3.4)$$

Portanto, os pontos da malha podem ser determinados de acordo com a Eq. 3.5 e 3.6.

$$t_i = a + ih \quad (3.5)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N \quad (3.6)$$

No qual t_f é o tempo total a ser observado após que a fase de extinção é iniciada, o que fica a cargo do operador do software, mas no presente trabalho ele foi padronizado e n é o número de passos definidos para a resolução do problema.

Com o objetivo de determinar a solução do problema de valor inicial, o método utiliza o teorema de Taylor para concluir a técnica (BURDEN, 2014). Assim, o método de Euler permite a solução presente na equação para o problema de valor inicial descrito nas Eq.3.7, 3.8 e 3.9.

$$w_0 = \alpha \quad (3.7)$$

$$w_{i+1} = w_i + hf(t_i, w_i) \quad (3.8)$$

$$i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.9)$$

3.2 RESOLUÇÃO NUMÉRICA PARA QUEIMA SEM ESGALHOS

Devido à complexidade de uma solução analítica e a sua impossibilidade de resolução, a Equação 2.28. será resolvida por método numérico, e a técnica utilizada foi o método de Euler, pois o problema pode ser interpretado como uma equação diferencial com valor inicial. Assim, temos o sistema presente nas equações 3.10 e 3.11 para obter a sua solução numérica, apenas para o caso em que não há queima dos esgalhos.

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{RT}{MV_c} \frac{A_t(P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}}} \right)}} \quad (3.10)$$

$$P(0) = P_0 \quad (3.11)$$

A pressão utilizada no instante inicial é a obtida como a última pressão do resultado da fase estacionária de queima. O próprio software ROBUS consegue obter os dados da pressão nessa fase da combustão.

Assim, partindo do método de Euler, o sistema numérico descrito pelas Eq. 3.10 e 3.11. foi adaptado para o sistema de Extinção, obtendo o algoritmo descrito nas Eq. 3.12, 3.13, 3.14 e 3.15.

$$P_{i+1} = P_i + h \left[-\frac{RT}{MV_c} \frac{A_t(P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}}} \right)}} \right] \quad (3.12)$$

$$0 \leq t_i \leq 0,0025 \quad (3.13)$$

$$h = 2,5 \cdot 10^{-9} \quad (3.14)$$

$$0 \leq i \leq 1000000 \quad (3.15)$$

Os parâmetros numéricos apresentados foram utilizados pois permitiram uma melhor resolução para o problema.

Para o modelo do gás real, o método de Euler também foi utilizado para resolver o problema. Assim, analogamente ao caso descrito anteriormente, temos o algoritmo de solução descrito nas Eq. 3.16, Eq. 3.17, 3.18 e 3.19

$$P_{i+1} = P_i + h \left[-\frac{(RT + Pb)^2}{RTMV_c} \frac{A_t(P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}}} \right)}} \right] \quad (3.16)$$

$$0 \leq t_i \leq 0,0025 \quad (3.17)$$

$$h = 2,5 \cdot 10^{-9} \quad (3.18)$$

$$0 \leq i \leq 1000000 \quad (3.19)$$

3.3 RESOLUÇÃO NUMÉRICA PARA EXTINÇÃO COM ESGALHOS

Para o caso da extinção que envolve a queima de esgalhos, que também é um problema de valor inicial, o método de Euler também foi aplicado para formular o algoritmo, resultando no seguinte método para a resolução do problema considerando o gás como ideal.

$$P_{i+1} = P_i + h \left[\frac{RT}{MV} \left\{ \rho_p A_b \dot{r} - \frac{A_t (P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}}} \right)}} \right\} \right] \quad (3.20)$$

$$0 \leq t_i \leq 0,0025 \quad (3.21)$$

$$h = 2,5 \cdot 10^{-9} \quad (3.22)$$

$$0 \leq i \leq 1000000 \quad (3.23)$$

Em relação ao modelo de gás real, tem-se o esquema definido abaixo para a resolução do problema, que também tem como princípio o método de Euler:

$$P_{i+1} = P_i + h \left[\frac{(RT + Pb)^2}{RTMV_c} \left\{ \rho_p A_b \dot{r} - \frac{A_t (P - P_a)}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)} RT \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_a} \right)^{\frac{1-k}{k}}} \right)}} \right\} \right] \quad (3.24)$$

$$0 \leq t_i \leq 0,0025 \quad (3.25)$$

$$h = 2,5 \cdot 10^{-9} \quad (3.26)$$

$$0 \leq i \leq 1000000 \quad (3.27)$$

3.4 SOFTWARE

Assim, no desenvolvimento do algoritmo que foi utilizado para resolver o problema, foi utilizado o *Software* MATLAB R2016a, para a adaptação do módulo de extinção da queima do ROBUS. Em anexo, tem-se o código utilizado na atualização do módulo de extinção. Consequentemente, a integração do novo módulo ao ROBUS v1.0 ocorreu de forma instantânea, já que os dados que alimentam o módulo não sofreram alteração.

3.5 PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO

Para realizarmos a modelagem, foram utilizados os parâmetros da Tabela 3.1 para realizarmos as análises dos resultados. Os dados foram obtidos dos estudos que foram realizados anteriormente para o ROBUS v1.0 (DE ASSIS; DA SILVA, 2017) e o ROBUS v2.0 (VIMERCATE, 2019).

Tabela 3.1 Parâmetros utilizados para a simulação do ROBUS v3.0

Parâmetro	Valor	Unidade
T_0	2100	K
P_a	$9,3459 \cdot 10^4$	Pa
M	0,022	kg/mol
k	1,2	-
N_p	8, 10, 12	-
θ	$7\pi/72$	rad
R_g	$31,15 \cdot 10^{-3}$	m
a	$2,0 \cdot 10^{-5}$	-
L	$760 \cdot 10^{-3}$	m
A_t	$289 \cdot 10^{-6}$	m^2
ρ_{pr}	1610	kg/ m^3
b	$1,6 \cdot 10^{-9}$	m^3/kg
R_g	$31,15 \cdot 10^{-3}$	m
n	0.366	-

3.6 FLUXOGRAMA DO ROBUS v3.0

Assim, a partir do novo módulo de extinção temos o fluxograma descrito na Figura 3.1 da nova versão do ROBUS v3.0 , tendo como única alteração o módulo de extinção, mas toda a lógica do programa foi mantida

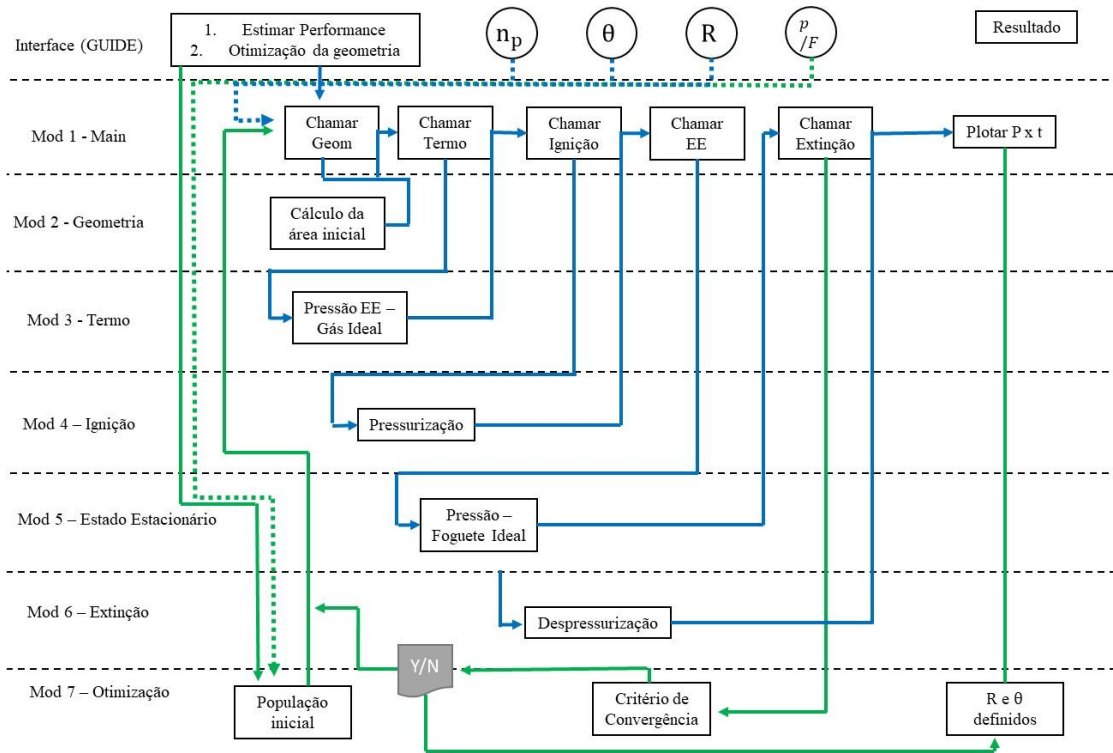


Figura 3.1 Fluxograma de dados no software ROBUS (NIEMEYER).

3.7 INTERFACE GRÁFICA DO ROBUS

O projeto ROBUS v1.0 apresenta uma interface gráfica para uma maior usabilidade do simulador, tendo como alguns dados como o número de vértices, comprimento do grão do propelente e o ângulo dos vértices, a serem utilizados como parâmetros de análise.

Assim, como apenas o módulo de extinção foi alterado, em relação ao ROBUS v1.0, a interface gráfica permaneceu a mesma que a versão anterior, além dos resultados da etapa de ignição e do estado estacionário que permaneceram de acordo com o modelo anterior.

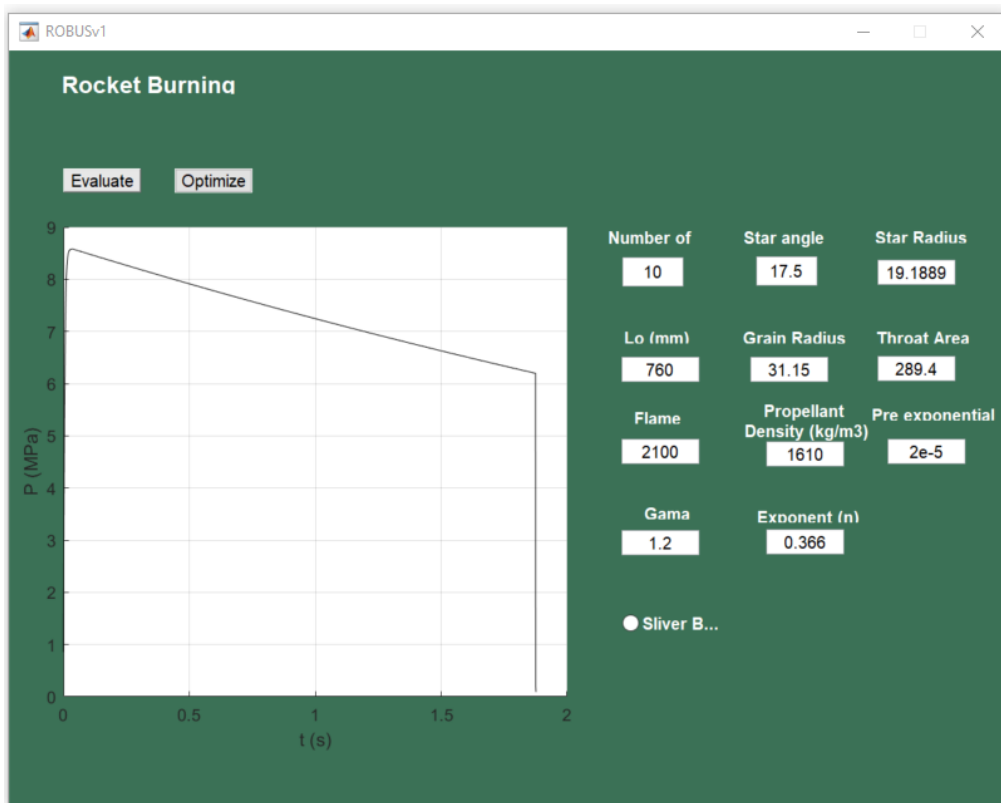


Figura 3.2 Interface gráfica do software ROBUS.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir do uso dos parâmetros citados na metodologia, os módulos de extinção do ROBUS v1.0 foram adaptados para um novo algoritmo, para calcular a pressão (variável P) em função do tempo (variável t) durante o fenômeno de extinção da queima.

A análise foi realizada para o modelo de grão estrelado, considerando três valores diferentes para o número de vértices: 8, 10 e 12. Também, foram analisados os casos nos quais na queima dos esgalhos seriam considerados e a extinção sem a queima do propelente remanescente.

Ainda, foi analisado o desempenho do algoritmo no caso da utilização da relação de gás ideal, descrita na equação X, e a sua comparação com o modelo utilizado anteriormente no simulador ROBUS v1.0.

4.1 RESULTADO DA SIMULAÇÃO

Na análise dos resultados, como dito anteriormente, foram utilizados três tipos de grãos de propelentes estrelados na análise dos resultados, assim, temos os resultados obtidos na simulação, utilizando o modelo de gás ideal para os três casos na Figura 4.1.

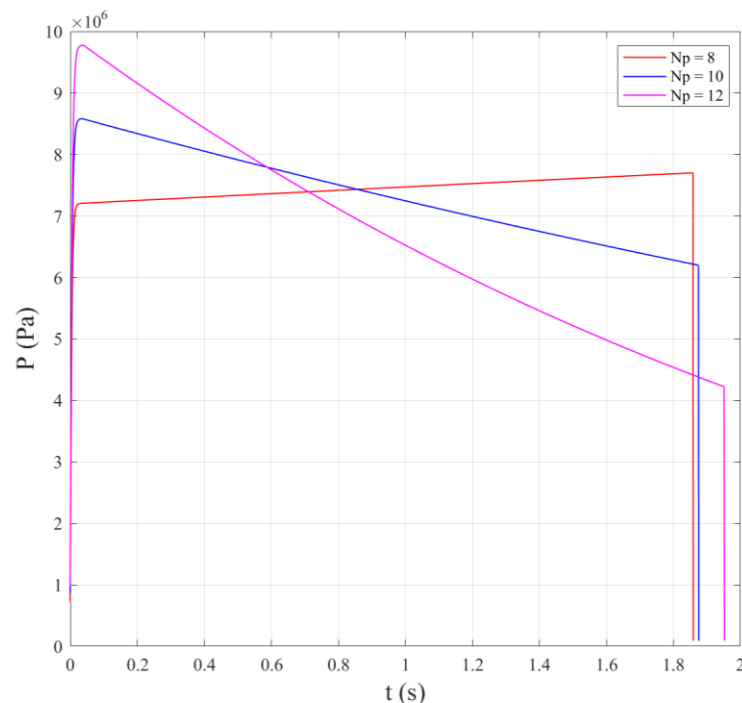


Figura 4.1 Curva de P x t para diferentes números de vértices (8, 10 e 12) dos grãos propelentes.

Observando o perfil de pressão nos três casos, o tempo de extinção e o intervalo de pressão que corresponde entre o início da depressurização e o final depende da pressão inicial que é proveniente da etapa de combustão no estado estacionário, que por sua vez, depende do número de vértices do grão estrelado. Assim, nas próximas seções, o perfil de extinção foi analisado separadamente considerando cada caso.

4.2 COMPARAÇÃO ENTRE O ROBUS v3.0 E O ROBUS v1.0

Para compreender as alterações entre as versões 3 e 1 do ROBUS, os dados da pressão em função do tempo foram comparados apenas para a etapa de extinção, que é o foco do estudo desse trabalho. Ainda, vale ressaltar que o modelo de gás real do ROBUS v3.0 não foi utilizado na comparação com os dados da pressão do ROBUS v1.0, já que a versão anterior utiliza apenas o modelo de gás ideal.

4.2.1 ANÁLISE DA EXTINÇÃO SEM ESGALHOS

Inicialmente, a comparação realizada entre os dois modelos considera o caso em que não há queima de esgalhos na extinção, para os três tipos de propelentes. Assim, foi construído um gráfico para cada tipo de simulação

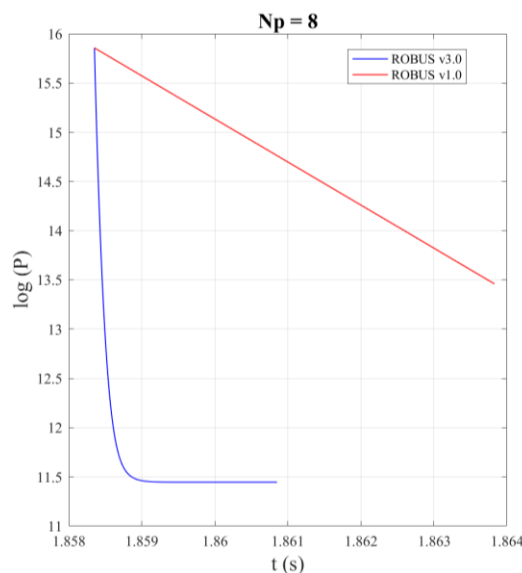


Figura 4.2 Comparação entre as versões 1 e 3 do ROBUS em relação ao $\log(P)$ x t , para um grão propelente de 8 vértices (N_p), para o caso de extinção sem queima de esgalhos.

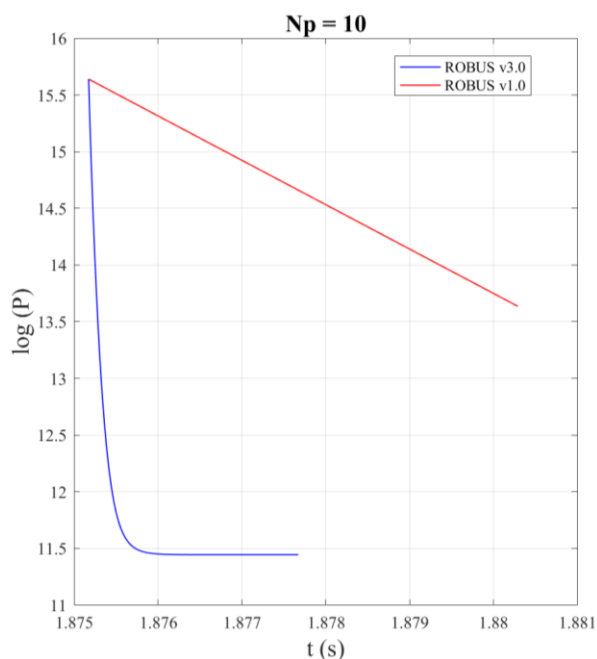


Figura 4.3 Comparação entre as versões 1 e 3 do ROBUS em relação ao $\log(P) \times t$, para um grão propelente de 10 vértices (N_p), para o caso de extinção sem queima de esgalhos.

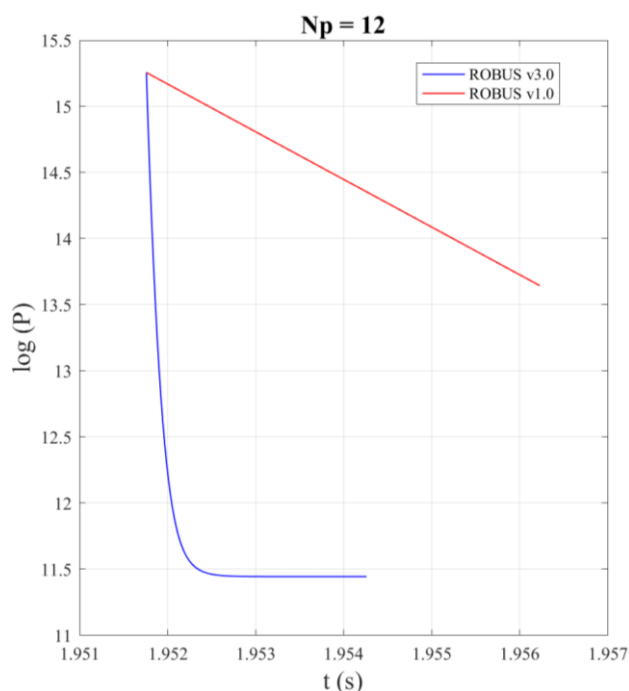


Figura 4.4 Comparação entre as versões 1 e 3 do ROBUS em relação ao $\log(P) \times t$, para um grão propelente de 12 vértices (N_p), para o caso de extinção sem queima de esgalhos.

De acordo com as Figuras 4.1, 4.2 e 4.3, é possível notar que o tempo de extinção do ROBUS v3.0 é bem menor em relação a sua versão anterior, e que o perfil de distribuição da pressão e função do tempo não é uma queda exponencial da pressão, de acordo com a

simplificação utilizada no modelo. O tempo total de despressurização pode variar de acordo com o tipo de grão propelente utilizado, o que pode perceber ao comparar os gráficos.

Ainda, vale ressaltar que as pressões finais diferem em dimensão considerável. Na solução da versão 3.0, percebe-se que a pressão estabiliza depois de um certo tempo, pois temos a solução da equação diferencial com base em um método numérico. No entanto, para o modelo anterior, não é possível chegar na estabilização dessa pressão, já que a etapa foi descrita como uma despressurização exponencial e o seu término seria quando a pressão chegasse a 10% do valor inicial (pressão final da etapa de queima no estado estacionário).

4.2.2 ANÁLISE DA EXTINÇÃO COM A QUEIMA DOS ESGALHOS

No caso da extinção do propelente considerando a queima dos esgalhos, foram realizadas 2 simulações, uma para a versão 1.0 e outra para a versão 3.0 do ROBUS, para cada tipo de grão propelente que foi descrito anteriormente. Foram construídos 3 gráficos, no qual os dados das duas versões foram aplicados, para fins de comparação, que estão descritos na Figura 4.5.

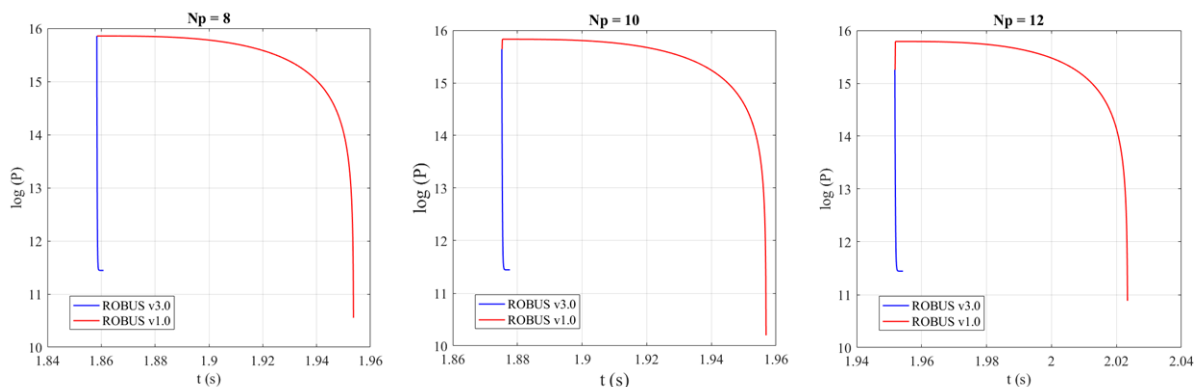


Figura 4.5 Comparação entre as versões 1 e 3 do ROBUS, em relação ao $\log(P) \times t$, para os propelentes com 8, 10 e 12 vértices (N_p), na extinção com a queima dos esgalhos

Percebe-se que o perfil da pressão em função do tempo no ROBUS v3.0 é bem semelhante ao caso no qual não há queima de esgalhos, sendo a comparação feita entre os dois tipos de queima realizada nas próximas seções. No entanto, em relação à versão anterior do simulador, percebemos um novo comportamento do perfil da pressão, que difere tanto do ROBUS 3.0 quanto da despressurização com a queima dos esgalhos.

Ainda, percebe-se que ao aumentar o valor do número de vértices do grão propelente estrelado, nota-se que no caso do ROBUS v1.0 temos um aumento repentino na pressão do sistema seguida do início de sua diminuição, em contrapartida ao caso do ROBUS v3.0, que aparece a queda brusca. O fim da queima de esgalhos nos dois casos ocorre quando não há mais propelente para ser queimado, no entanto, no ROBUS v3.0 após esse fenômeno, tem-se a despressurização baseada no caso anterior, no qual não tem esgalhos. No ROBUS v1.0 tem-se apenas a queima dos esgalhos, sem despressurização em seguida.

4.3 ANÁLISE DA EXTINÇÃO NO ROBUS v3.0

Para a comparação entre os resultados do ROBUS 3.0, foram realizadas 2 simulações, para cada tipo de grão de propelente, uma considerando a queima de esgalhos e outra sem considerar a queima de esgalhos.

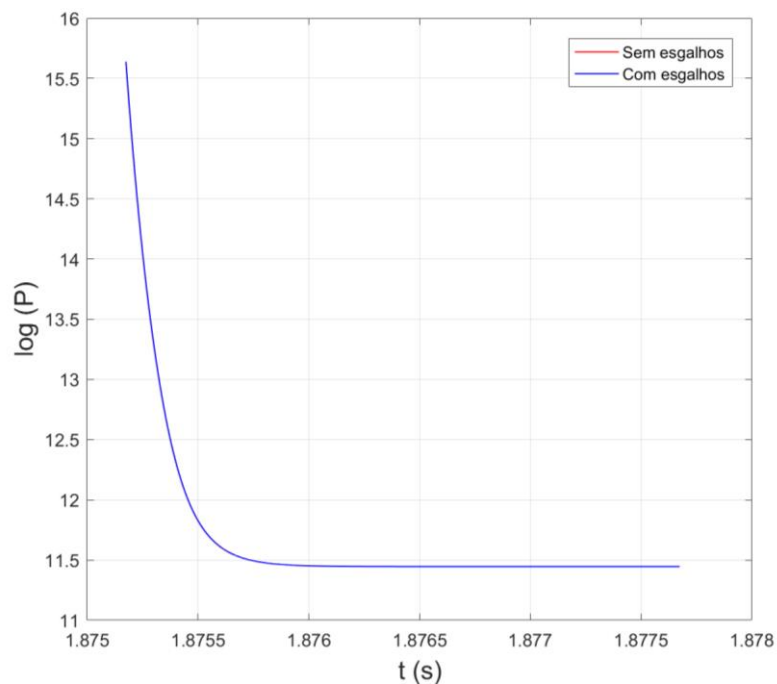


Figura 4.6 Curva de $\log(P)$ x t da despressurização do modelo ROBUS v3.0 para os casos de extinção com e sem esgalhos para um grão propelente de 10 vértices

De acordo com a Figura 4.6, não é possível perceber a distinção nessa escala em relação aos dois tipos de simulação, o que mostra comportamentos parecidos nos dois casos. Assim, foram utilizados os primeiros 1000 pontos de iteração de cada simulação, para investigar a diferença entre as curvas. Ainda, outro gráfico foi construído, no qual tem o cálculo da diferença de valores entre os dois perfis de distribuição para cada propelente de acordo com a iteração realizada pelo algoritmo.

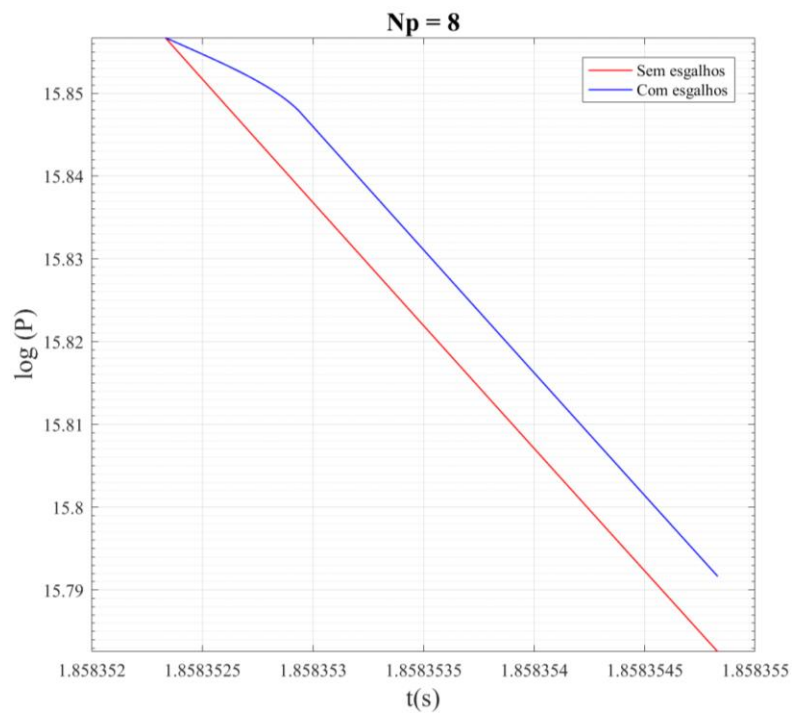


Figura 4.7 Curva de $\log(P)$ x t da despressurização do modelo ROBUS v3.0 para os casos de extinção com e sem esgalhos para um grão propelente de 8 vértices, considerando apenas as primeiras 1000 iterações

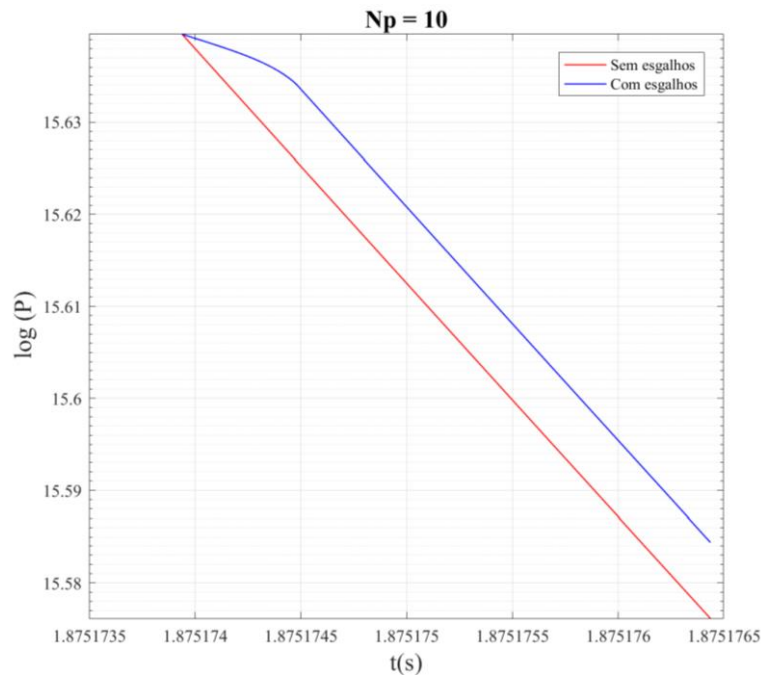


Figura 4.8 Curva de $\log(P)$ x t da despressurização do modelo ROBUS v3.0 para os casos de extinção com e sem esgalhos para um grão propelente de 10 vértices, considerando apenas as primeiras 1000 iterações

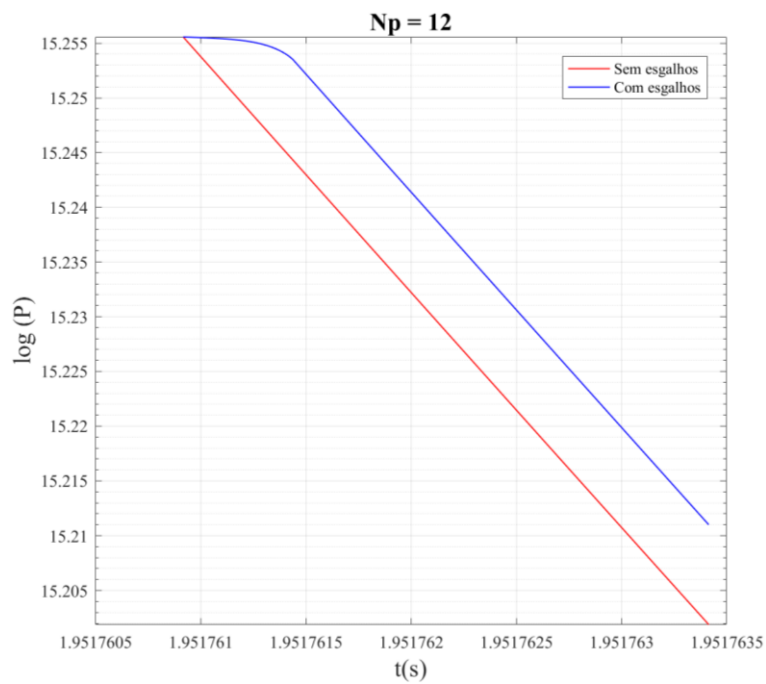


Figura 4.9 Curva de $\log(P)$ x t da despressurização do modelo ROBUS v3.0 para os casos de extinção com e sem esgalhos para um grão propelente de 12 vértices, considerando apenas as primeiras 1000 iterações

Das Figuras 4.7, 4.8 e 4.9, percebe-se que a diferença na distribuição da pressão é devido ao momento inicial da extinção, no qual tem-se a queima dos esgalhos, sendo que a partir do momento em que os esgalhos acabam, tem-se a despressurização normal do gás, o que é perceptível pelo gráfico, devido ao comportamento paralelo entre duas curvas. De início, tem-se uma leve queda da pressão, proveniente da combustão de gás, que com o tempo vai diminuindo, devido à redução da área disponível de queima, o que implica em uma menor formação de gases por segundo.

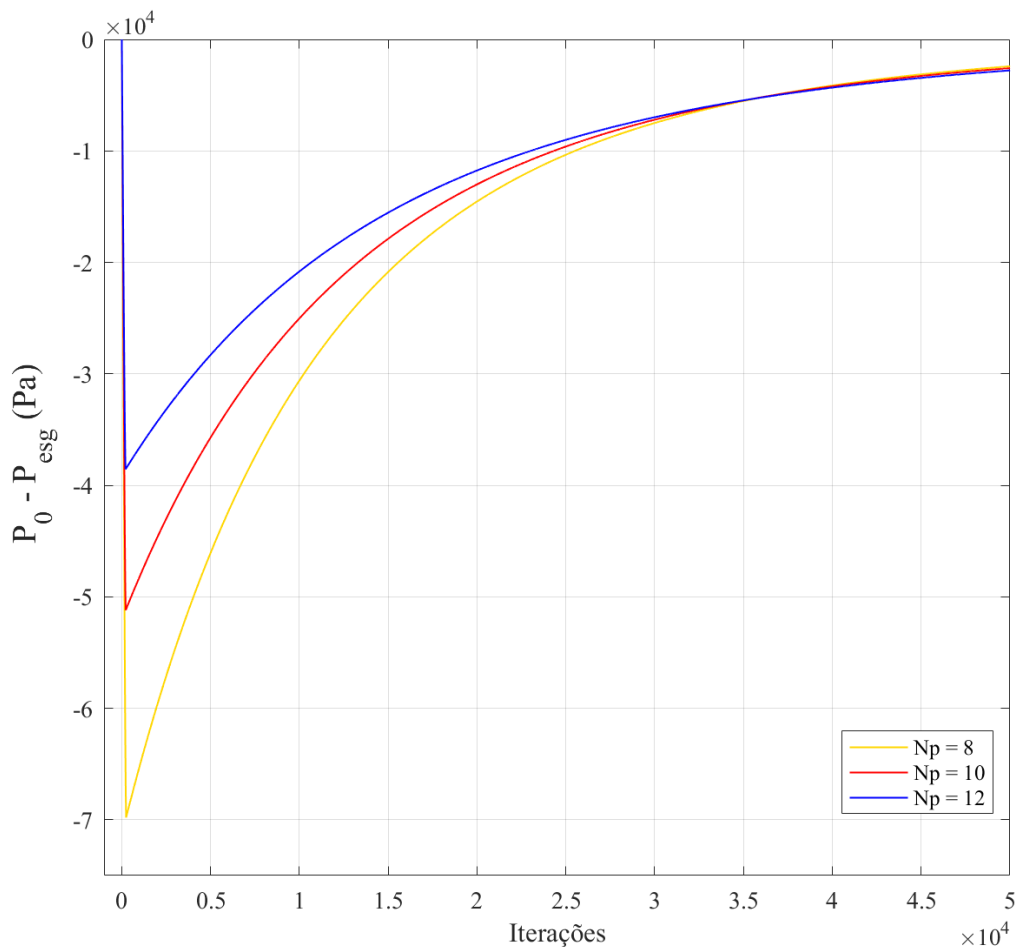


Figura 4.10 Diferença entre as pressões obtidas no ROBUS v3.0 para o caso sem esgalhos (P_0) e com esgalhos (P_{esg}) em função do número de iterações para grãos propelentes com 8, 10 e 12 vértices (N_p)

De acordo com a Figura 4.10, percebe-se que a diferença dos valores de pressão é basicamente no começo das iterações. Após várias iterações, as pressões tendem a se igualarem, o que faz sentido, partindo do princípio que no final o foguete deve entrar em equilíbrio com a pressão externa. Ainda, vale ressaltar que a diferença de pressão é maior no caso em que tem-

se um menor número de vértices dos grãos estrelados, o que é resultado de menor superfície de queima no início da combustão do grão, o que resulta em esgalhos com massas maiores no final da combustão do estado estacionário. Assim, na etapa de queima desses esgalhos, tem-se mais gases liberados no processo.

4.4 ANÁLISE PARA O MODELO DE GÁS REAL

Para compreender o desempenho do modelo em relação às situações que se afastam da idealidade, foram realizadas simulações com a equação de gás real representada em X. Assim, foram realizadas 4 simulações para cada tipo de propelente, duas representando o modelo de gás ideal e as restantes considerando o comportamento de gás real. Também, os casos que envolvem a queima de esgalhos foram avaliados.

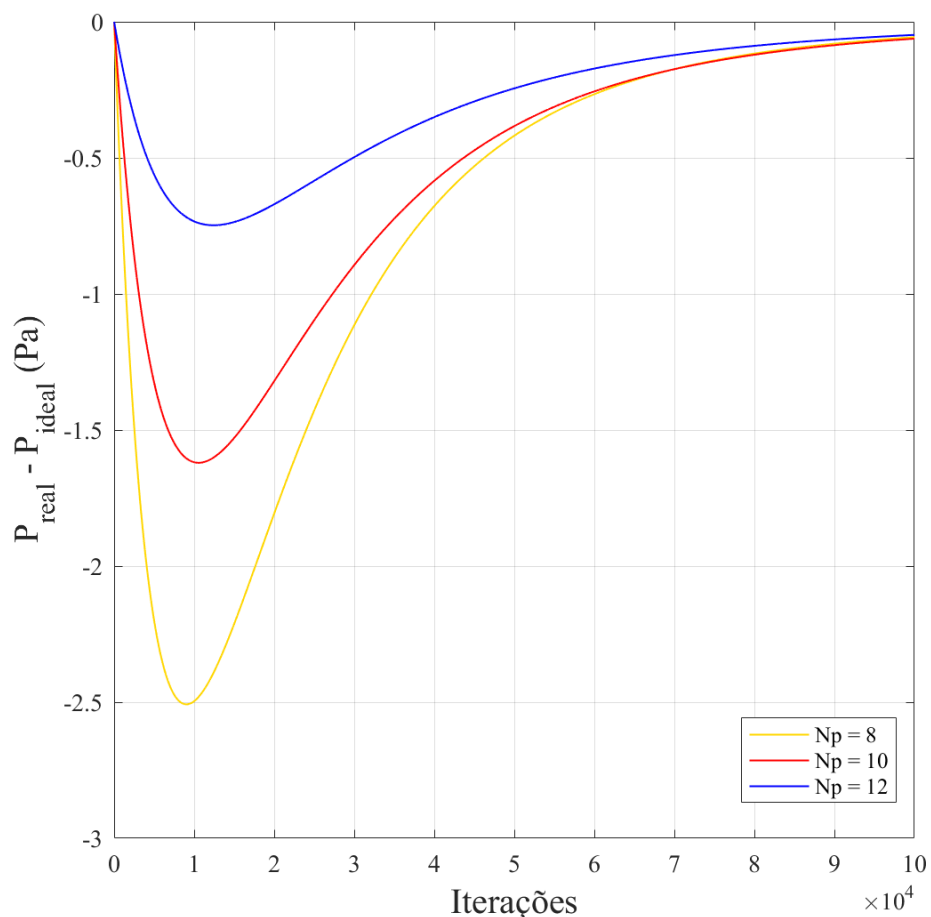


Figura 4.11 Diferença entre as pressões obtidas no ROBUS v3.0 para o modelo ideal (P_{ideal}) e o modelo real (P_{real}) em função do número de iterações para grãos propelentes com 8, 10 e 12 vértices (N_p), para a extinção sem a queima de esgalhos

De acordo com a Figura 4.11, percebe-se que a diferença dos valores de pressão é basicamente no começo das iterações. Após várias iterações, as pressões tendem a se igualarem, o que faz sentido, partindo do princípio que no final o foguete deve entrar em equilíbrio com a pressão externa.

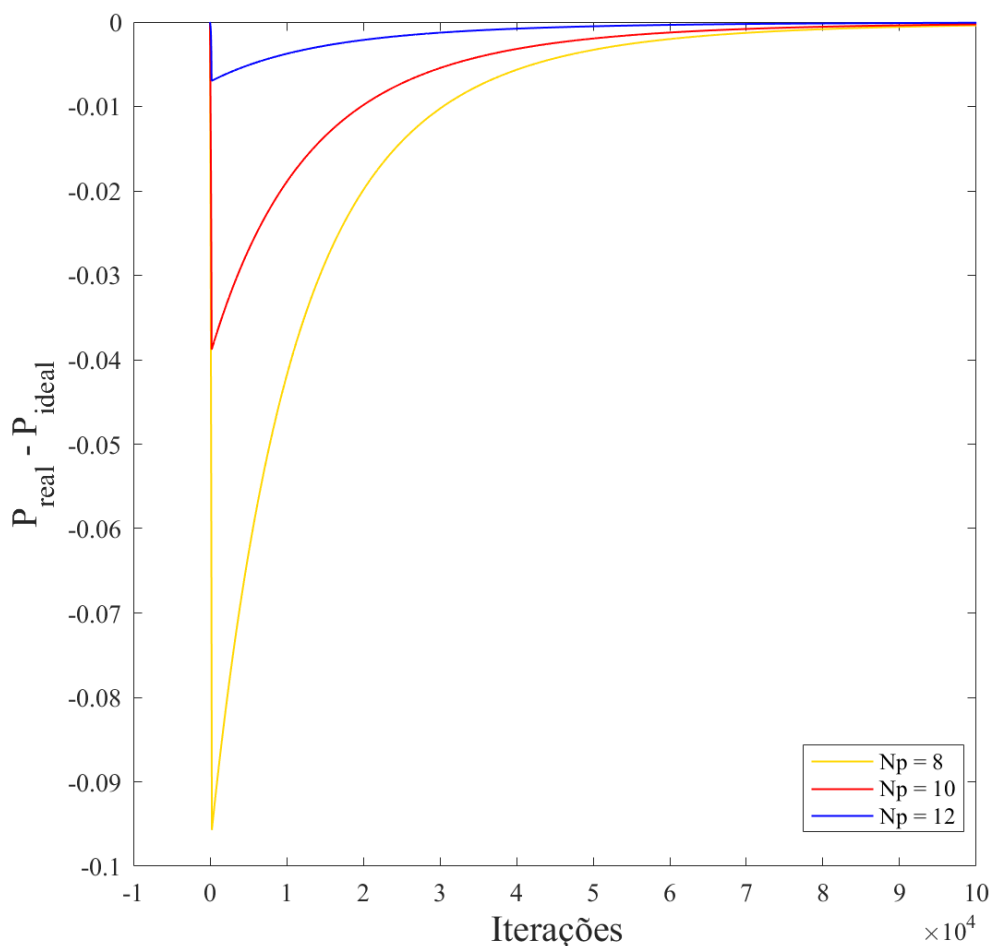


Figura 4.12 Diferença entre as pressões obtidas no ROBUS v3.0 para o modelo ideal (P_{ideal}) e o modelo real (P_{real}) em função do número de iterações para grãos propelentes com 8, 10 e 12 vértices (N_p), para a extinção com a queima de esgalhos

De acordo com as Figura 4.11 e 4.12, tem-se o caso análogo ao regime sem queima de esgalhos, com a maior variação entre os modelos no início da queima, o que é totalmente compreensível, pois o modelo do gás ideal é adequado para situações nas quais as temperaturas são elevadas e as pressões são brandas, no caso em análise, tem-se um ambiente com elevadas temperaturas devido à elevada energia liberada na reação química, mas tem-se altas pressões

devido à evolução dos gases. Assim, com a diminuição da pressão da câmara, o comportamento ideal e real se aproximam, o que acarreta a menor diferença de pressão em iterações maiores.

Ainda, vale ressaltar que a diferença é maior para o grão propelente de menor número de vértices, pois nesses casos temos maiores pressões no início da etapa de despressurização da câmara de combustão, o que intensifica a diferença de comportamento entre o modelo do gás real e o modelo do gás ideal.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

O presente trabalho teve como objetivo o aprimoramento do cálculo das variáveis pressão (P) em função do tempo (t) para a etapa de extinção do ROBUS v1.0 em função de alguns parâmetros utilizados como *input* do sistema. As etapas de ignição e de combustão não foram alteradas em relação ao projeto anterior. Na etapa de extinção, o modelo de foguete ideal foi considerado, o que permitiu considerar o regime isentrópico no desenvolvimento dos seus parâmetros termodinâmicos.

Para descrever matematicamente o fenômeno da extinção, a simples despressurização exponencial foi substituída pelo equacionamento matemático, que utilizou conceitos de conservação de massa e relações termodinâmicas provenientes do regime isentrópico. Assim, as relações resultaram em equações diferenciais, que relacionam a pressão e o tempo, sendo matematicamente resolvidas por métodos numéricos.

No modelo, foram consideradas as abordagens de queima sem esgalhos, ou seja, sem propelente remanescente para combustão e o modelo com queima de esgalhos, em função de diferentes tipos de geometria estrelada no qual a variável utilizada foi o número de vértices de cada esquema estrelado. Também, no equacionamento do problema, tanto o modelo de gás ideal quanto o modelo de gás real foram utilizados e mostraram apresentar diferenças apenas no início do processo de extinção, na medida em que ocorre a evolução do tempo, o comportamento ideal e o comportamento real tendem a se igualar.

Ao comparar as duas versões, percebe-se semelhança no comportamento geral da despressurização, dado que o fenômeno ocorre em frações de segundos, e que as diferenças de pressões não foram de ordem de grandeza alarmante, mas no caso da extinção dos esgalhos, a nova versão apresentou menos desvios em relação ao que deveria ser observado.

No entanto, mesmo que o novo modelo apresentem comportamentos e perfis de resultado que sejam semelhante aos experimentos realizados em equipamentos quando comparados visualmente, não foi possível comparar os dados numéricos com dados experimentais, visto que não foi possível obter os dados suficientes para realizar uma comparação fiel ao tipo de experimento a ser realizado, o que impediu a validação do modelo matemático com em relação aos experimentos que de fato representassem tal fenômeno. Ainda, vale ressaltar a difícil acessibilidade à informações e a difícil obtenção de dados sobre os experimentos e até explicações teóricas sobre o fenômeno de extinção de propelentes sólidos.

Como perspectiva futura, percebe-se a necessidade de considerar outros tipos de geometria, não se restringindo apenas à configuração do grão estrelado, mas ampliar as possibilidades para outros tipos de geometrias diferentes, como grãos com vários furos, por exemplo, considerando a ideia da aplicabilidade dessas geometrias para fins operacionais. Também, outro fator relevante seria avaliar o comportamento dos gases reais com outro equacionamento mais complexo, o que permitiria uma melhor avaliação do perfil de pressão do gás, já que o equacionamento utilizado nesse trabalho só considerou os impactos no volume da amostra do gás.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSIS, LUCAS NIEMEYER CARNEIRO MESSINA DE; SILVA, PRISCILA PALMEIRA LACERDA DA. **Simulador de balística interna de foguetes baseados em propelente sólido**. 2017. 66f. Projeto de Fim de Curso (Bacharelado em Engenharia Química) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017.
- ATKINS, PETER; PAULA, JULIO DE; KEELER, JAMES; **Physical Chemistry; 11th Edition**, Oxford University Press; New York, 2018
- BURDEN, RICHARD L; FAIRES, DOUGLAS J; BURDEN, ANNETTE M. **Numerical Analysis**; Tenth Edition, Cengage Learning, 2014.
- CTEx; **Relatório Técnico No 40/ 13 – DB/GMF/LEJP, de 17/10/13 Ensaio em Panissecom Grão Propelente da Granada PRPA**; Rio de Janeiro, 2013
- HORTON, M.D; BRUNO, P.S., GRAESSER, C. Despressurization Induced Extinction of Burning Solid Propellant. **AIAA Journal**, 6 , NO.2, p.292 – 297,1968
- KUBOTA, NAMINOSUKE;**Propellants and Explosives, Thermochemical Aspects of Combustion**; 2. ed. Weinheim: Wiley-Interscience publication, 2007
- KUO, KENNETH K.; SUMMERFIELD, MARTIN; Fundamentals of solid propellant combustion; **AIAA Journal**, New York, 1984
- LUCA, LUIGI DI; Extinction Theories and Experiments. **Fundamentals of Solid-Propellant**. Centro di Studio per Ricerche sulla Propulsione e sul'Energetica, Milano, Italy, Chapter 12, 1983.
- MARTINO, G. D.; MALGIERE, P.; CARMICINO, C.; SAVINO, R. A simplified computational fluid-dynamic approach to the oxidizer injector design in hybrid rockets. *Acta Astronautica*, v. 129, pp. 8-21, 2016.
- OLIVEIRA, VICTOR HUGO VIMERCATE SILVA. **Simulador de balística interna de foguetes baseados em propelente sólido - ROBUS versão 2.0**. 69f. Projeto de Fim de Curso (Bacharelado em Engenharia Química) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2019.
- R. DOL, O. RJVA, L. Di LUCA; **Experimental and theoretical extinction of solid rocket propellants by fast despressurization**; Dipartimento di Energetica, Politecnico di Milano. 32 Piazza Leonardo da Vinci,20133 Milano, Italy, 1983
- SUTTON, GEORGE P; Biblarz, Oscar. **Rocket Propulsion Elements**, 7 ed.; A Woley Inter-science pubiclation, USA, 2010
- MARSHAKOV; V.N, NOVOZHILOV, B.V.; **Combustion of a Propellant and Its Extinction upon Rapid Depressurization: A Comparison of Theory and Experiment**; Semenov Institute of Chemical Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia; 2010

7 APENDICE

Neste apêndice encontra-se o código fonte do modelo desenvolvido nesse trabalho. Podemos destacar como as principais diferenças a nova abordagem para a solução do problema da extinção e a adaptação para o modelo de gás real.

Segue os códigos abaixo:

Para o modelo de gás ideal:

```
===== Constantes=====
%=====
% ROBUS - ROcket BURning Simulator
% Module 5: Shutdown
% Military Institute of Engineering - Chemical Engineering Dpt.
% Authors v1.0: Lucas Niemeyer; Priscila Palmeira;
% Authors v3.0: Diego Henrique de Oliveira Sales
% Advsiors: Jakler Nichele
%=====

function [t_shut,p_shut,F_shut] = Mod5_Shutdown(tss,pss)
%=====
% Global Variables

%=====
% input variables
global St Dp np gama theta Rg Pa a n Tc L alpha Lstar V
% output variables
% other variables

x(1) = (a*pss(end)^n*(pi/2-theta)+Lstar-a*pss(end)^n*cot(theta+alpha));
x(2) = x(1);
Sb3(1) = x(1)*2*np*L(length(pss));
p(1) = pss(end);
n_euler=1000000;
taux = linspace(tss(end),10,10000);
dt = taux(2)-taux(1);

D(1) = a*pss(end)^n*dt;
i = 1;
t(i) = 0; F(i) = 0; p(i) = 0;

%%%%%%%%%% UPdate EULER %%%%%%%%%%%

delta_t = 0.0025;
h = delta_t/n_euler;
M = 0.022;
b = 1.6*10^-9;
R = 8.31*1/M;

t(1) = tss(end);

i=1;
```

```
while real(Sb3(i))>0 & imag(Sb3(i))==0
```

```
if i==1
```

```
    p(i) = pss(end);
    %p(i)=real(p(i));
    %t(i+1)=i*h+t(1);
    q(i) = a*p(i)^n;

    i=i+1;
    D(i) = D(i-1)+q(i-1)*dt;
    L(length(pss)+i) = L(1)-2*D(i);
    x(i) = sqrt(x(i-1)^2-D(i)^2);
    Sb3(i) = x(i)*2*np*L(length(pss)+i);
    t(i) = t(1);
```

```
else
```

```
    p(i) = p(i-1)+h*((-St*(p(i-1)-Pa)*R*Tc/(M*V))/((2*gama/(gama-1)*R*Tc)^(1/2)*(1-(1-
    (p(i-1)/Pa)^((1-gama)/gama))^(1/2))))+R*Tc/(M*V)*(Dp*Sb3(i)*a*p(i-1)^n));
    % p(i)=real(p(i));
    %t(i+1)=i*h+t(1);
    q(i) = a*p(i)^n;
```

```
    i=i+1;
```

```
    D(i) = D(i-1)+q(i-1)*dt;
    L(length(pss)+i) = L(1)-2*D(i);
    x(i) = sqrt(x(i-1)^2-D(i)^2);
    Sb3(i) = x(i)*2*np*L(length(pss)+i)
    t(i) = t(1)+h*(i-1);
```

```
end
```

```
end
```

```
xbegin = i-1;
```

```
while xbegin < n_euler & imag(p(xbegin))==0
```

```
    i=xbegin;
    p(i+1) = p(i)+h*((-St*(p(i)-Pa)*R*Tc/(M*V))/((2*gama/(gama-1)*R*Tc)^(1/2)*(1-(1-(p(i)/Pa)^((1-
    gama)/gama))^(1/2))))+R*Tc/(M*V)*(Dp*St*a*p(i)^n));
    %p(i+1)=real(p(i+1));
    F(i+1) = p(i)*St*sqrt((2*gama^2/(gama-1))*(2/(gama+1))^((gama+1)/(gama-1))*(1-(Pa/p(i))^((gama-
    1)/gama)));
    t(i+1)=i*h+t(1);
    xbegin=xbegin+1;
end
```

```
p(1) = pss(end);
goodvalues = find(p>=0);
t_shut = t(goodvalues);
p_shut = p(goodvalues);
F_shut = F(goodvalues);
```

end

Para o modelo de gás real

```
===== Constantes=====
%=====
% ROBUS - ROcket BUrning Simulator
% Module 5: Shutdown
% Military Institute of Engineering - Chemical Engineering Dpt.
% Authors v1.0: Lucas Niemeyer; Priscila Palmeira;
% Authors v3.0: Diego Henrique de Oliveira Sales
% Advsiior: Jakler Nichele
%=====

function [t_shut,p_shut,F_shut] = Mod5_Shutdown(tss,pss)
%=====
% Global Variables

%=====
% input variables
global St Dp np gama theta Rg Pa a n Tc L alpha Lstar V
% output variables
% other variables

x(1) = (a*pss(end)^n*(pi/2-theta)+Lstar-a*pss(end)^n*cot(theta+alpha));
x(2) = x(1);
Sb3(1) = x(1)*2*np*L(length(pss));
p(1) = pss(end);
n_euler=1000000;
taux = linspace(tss(end),10,10000);
dt = taux(2)-taux(1);

D(1) = a*pss(end)^n*dt;
i = 1;
t(i) = 0; F(i) = 0; p(i) = 0;

%%%%%%%%%%%% UPdate EULER %%%%%%%%%%%%%

delta_t = 0.0025;
h = delta_t/n_euler;
M = 0.022;
b = 1.6*10^-9;
R = 8.31*1/M;

t(1) = tss(end);

i=1;

while real(Sb3(i))>0 & imag(Sb3(i))==0
```



```

% %%%%%%%%%% REAL GAS %%%%%%%%%%
if i==1
    p(i) = pss(end);
    F(i) = p(i)*St*sqrt((2*gama^2/(gama-1))*2/(gama+1))^((gama+1)/(gama-1))*(1-
(Pa/p(i))^((gama-1)/gama));
    q(i) = a*p(i)^n;

    i=i+1;
    D(i) = D(i-1)+q(i-1)*dt;
    L(length(pss)+i) = L(1)-2*D(i);
    x(i) = sqrt(x(i-1)^2-D(i)^2);
    Sb3(i) = x(i)^2*np*L(length(pss)+i)
    t(i) = t(1);

else

    p(i) = p(i-1)+h*(-St*(p(i-1)-Pa)/(R*Tc*M*V)*(R*Tc+p(i-1)*b/M)^2)/((2*gama/(gama-
1)*R*Tc)^(1/2)*(1-(1-(p(i-1)/Pa)^((1-gama)/gama))^(1/2)))+(1/(R*Tc*M*V)*(R*Tc+p(i-
1)*b/M)^2)*(Dp*Sb3(i)*a*p(i-1)^n));
    F(i) = p(i)*St*sqrt((2*gama^2/(gama-1))*2/(gama+1))^((gama+1)/(gama-1))*(1-
(Pa/p(i))^((gama-1)/gama));
    q(i) = a*p(i)^n;

    i=i+1;
    D(i) = D(i-1)+q(i-1)*dt;
    L(length(pss)+i) = L(1)-2*D(i);
    x(i) = sqrt(x(i-1)^2-D(i)^2);
    Sb3(i) = x(i)^2*np*L(length(pss)+i)
    t(i) = t(1)+h*(i-1);

end
1.    % else
% break
% end
i
end

%
% %%%%%%%%%% REAL GAS %%%%%%%%%%

for i=xbegin:n_euler
    p(i+1) = p(i)+h*(-St*(p(i)-Pa)*R*Tc*V/(R*Tc+p(i)*b/M)^2)/((2*gama/(gama-1)*R*Tc)^(1/2)*(1-(1-
(p(i)/Pa)^((1-gama)/gama))^(1/2))));%-R*Tc/(M*V)*(Dp*St*a*p(i)^n));
    %p(i+1)=real(p(i+1));
    F(i+1) = p(i)*St*sqrt((2*gama^2/(gama-1))*2/(gama+1))^((gama+1)/(gama-1))*(1-(Pa/p(i))^((gama-
1)/gama));
    t(i+1)=t(i)+h;
end

p(1) = pss(end);
goodvalues = find(p>=0);

```

```
t_shut = t(goodvalues);
p_shut = p(goodvalues);
F_shut = F(goodvalues);
```

End

Para o modelo de gás real

```
===== Constantes=====
%=====
% ROBUS - ROcket BUrning Simulator
% Module 5: Shutdown
% Military Institute of Engineering - Chemical Engineering Dpt.
% Authors v1.0: Lucas Niemeyer; Priscila Palmeira;
% Authors v3.0: Diego Henrique de Oliveira Sales
% Advsiors: Jakler Nichele
%=====

function [t,p,Sbe] = Mod5_Shutdownv2(tss,pss, Sbs)
%=====
% Global Variables
%=====
% input variables
global St Dp np gama theta Rg Pa a n Tc L alpha Lstar pc V Sb
ts = V/(Tc*sqrt(gama/(Rg*Tc))*(2/(gama+1))^(gama+1)/(gama-1))*St*Rg);
% output variables
% other variables

p(1) = pss(end);
t(1) = tss(end);
b = 1.6*10^-9;
[taux, paux] = ode45(@pressureshtdwn, [tss(end)/ts, 10*tss(end)/ts], [p(1)/pc]);

dp = (paux(2)-paux(1))/(taux(2)-taux(1));
n_euler=1000000;
delta_t = 0.0025;
h = delta_t/n_euler;
M = 0.022
R = 8.31*1/M;

i=1
% for i=1:n_euler
% p(i+1)=p(i)+h*((-St*(p(i)-Pa)*R*Tc/(M*V))/((2*gama/(gama-1)*R*Tc)^(1/2)*(1-(1-(p(i)/Pa)^((1-gama)/gama))^(1/2)))));%-R*Tc/(M*V)*(Dp*St*a*p(i)^n));
% %p(i+1)=real(p(i+1));
% t(i+1)=i*h+t(1);
% end

%%%%%%%%%%%%%% IDEAL GAS
%%%%%%%%%%%%%%
% for i=1:n_euler
% p(i+1)=p(i)+h*((-St*(p(i)-Pa)*R*Tc/(M*V))/((2*gama/(gama-1)*R*Tc)^(1/2)*(1-(1-(p(i)/Pa)^((1-gama)/gama))^(1/2)))));%-R*Tc/(M*V)*(Dp*St*a*p(i)^n));
% p(i+1)=real(p(i+1));
% % F(i+1) = p(i)*St*sqrt((2*gama^2/(gama-1))*(2/(gama+1))^(gama+1)/(gama-1))*(1-(Pa/p(i))^(gama-1)/gama)));
```

```

% t(i+1)=i*h+t(1);
% end

%%%%%%%%%%%%%% REAL GAS
%%%%%%%%%%%%%%

for i =1:n_euler
    p(i+1) =p(i)+h*((-St*(p(i)-Pa)/(R*Tc*M*V)*(R*Tc+p(i)*b/M)^2)/((2*gama/(gama-1)*R*Tc)^(1/2))*(1-
(1-(p(i)/Pa)^((1-gama)/gama))^(1/2)))));%-R*Tc/(M*V)*(Dp*St*a*p(i)^n));
    p(i+1)=real(p(i+1));
    F(i+1) = p(i)*St*sqrt((2*gama^2/(gama-1))*(2/(gama+1))^((gama+1)/(gama-1))*(1-
(Pa/p(i))^((gama-1)/gama)));
    t(i+1)=i*h+t(1);
end

% while p(i)>=pc/10;
%
% p(i+1) = paux(i+1)*pc;
% t(i+1) = taux(i+1)*ts;
% dp = (paux(i+1)-paux(i))/(taux(i+1)-taux(i));
% i = i+1;
% end
end

```