

A Sophie Germain e seu legado na matemática, na ciência e tecnologia

Paulo Roberto Monteiro de Andrade Novaes*

Introdução

No auge do Iluminismo, no século XVIII, nasce, no dia 1º de abril de 1776, Marie-Sophie Germain (1776-1831), em Paris, França. Esse período é conhecido como o “Século das Luzes”, já que a palavra “luz” remete ao conhecimento, à sabedoria. Não havia século mais oportuno que esse para essa jovem menina nascer e se juntar aos grandes nomes, “os iluminados” estudiosos daquela época. O movimento iluminista (1685-1815) valorizava a razão e defendia que apenas ela poderia conduzir os rumos de progresso da humanidade.

Sophie apaixonou-se pelos estudos da matemática, desde pequena, lendo livros da biblioteca de seu pai, escondida dele, já que havia preconceitos, naquela época, de mulheres se engajarem no campo dos estudos. Dos livros que ela leu, dessa biblioteca caseira, havia um, em especial, que lhe chamou a atenção, que contava a história da morte de Arquimedes (287 a.C-212 a.C). Naquele livro, Arquimedes estudava o comportamento de figuras geométricas, traçadas na areia e, diante de um momento de concentração máxima, analisando tais figuras, Arquimedes não atendeu ao chamado de um soldado inimigo, que o matou.

Foi nesse contexto que Sophie se perguntou: o que tem de tão interessante nesse assunto, de matemática, que o fez perder a vida, pela tamanha concentração nesses estudos, que o fez desligar-se do mundo material? Diante disso, a jovem começou a se interessar por matemática, dedicando-se ao tema com afinco.

Sophie Germain nasceu no dia 1º de abril de 1776, filha do negociante Ambroise-François Germain. Fora do trabalho, sua vida foi dominada pelas agitações da Revolução Francesa – o ano em que ela descobriu o amor pelos números foi o mesmo ano da Queda da Bastilha, e seu estudo do cálculo foi obscurecido pelo Reinado do Terror. Seus pais eram financeiramente bem-sucedidos, mas a família de Sophie não pertencia à aristocracia (Singh, 2014, p.103).

Na época, havia a Escola Politécnica de Paris, administrada por militares. Era de interesse da jovem aprofundar seus estudos por lá, contudo, por ser mulher, tal feito não pôde ser realizado.

As mulheres, naquele momento, sofriam duros preconceitos em ambientes rotulados como restritos ao público masculino. Estudar matemática e frequentar grupos de estudos eram atividades em que mulheres não encontravam oportunidades de participar para desenvolverem suas vocações. A despeito do que a Revolução Francesa preconizava, com uma participação considerável do segmento feminino,

*Cap Art (AMAN/2011, EsAO/2021). Licenciado em matemática (UFF/2021) e em pedagogia (UNESA/2021). Bacharel em matemática (UNESA/2020). Pós-graduado (*lato sensu*) em gestão escolar e coordenação pedagógica (UCAM/2017); em matemática com ênfase em geometria (Alfa América/2018); em metodologia do ensino da matemática e da física (FESL/2020) e mestrado em educação (UNESA/2023). Atualmente, é instrutor do Colégio Militar do Rio de Janeiro (CMRJ).

Sophie Germain encontrava dificuldades para se socializar no mundo dos matemáticos, dito como “um mundo de homens”. A fim de contextualizar a situação político-social vivida pelas mulheres naquela época, pós-revolução, a passagem textual de Michelle Perrot pode melhor ilustrar:

A Revolução Francesa é, também, contraditória. O universalismo da Declaração dos Direitos do Homem e do Cidadão não concerne verdadeiramente às mulheres: elas não são indivíduos. A Revolução lhes concede, no entanto, direitos civis, mas nenhum direito político (Perrot, 2007, p. 142).

Com isso, Sophie precisava enfrentar obstáculos sociais e políticos para conquistar seu espaço na sociedade científica matemática, visto que, por ser mulher, até as academias, templo dos saberes da época, ela era proibida de frequentar. Seus pais não a apoiavam nos estudos de matemática. Assim, a menina estudava pelas madrugadas e desenvolveu notória habilidade com a disciplina, tornando-se autodidata.

Diante do cenário desfavorável para a prática de seus estudos, de acordo com Oliveira (2012), Sophie utilizou-se do pseudônimo de Monsieur Antonie-August Le Blanc, que era um ex-aluno da referida escola, que havia se mudado de Paris. Desse modo, ela conseguia ter acesso às listas de exercícios, que ela resolvia e enviava para a escola.

Em certa ocasião, o professor Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), um dos grandes matemáticos daquela época, descobriu o talento daquelas obras escritas por “Le Blanc”. O mestre impressionou-se pela qualidade dos trabalhos e resolveu saber, de fato, quem era o indivíduo. Foi quando Lagrange, ao comunicar-se com tal pseudônimo, descobriu que se tratava de uma menina. Felizmente, o professor deu todo o apoio a Sophie, tornando-se seu amigo e mentor. Assim, começavam seus laços com as en-

tidades matemáticas, que corroboraram com a consecução de seus feitos matemáticos, como uma das poucas mulheres que conseguiram vencer os obstáculos daquela sociedade patriarcal, que a impedia de se desenvolver cognitivamente.

Desenvolvimento

Não obstante os desafios de não ter apoio, por ser mulher, Sophie continuou pesquisando o mundo matemático, dedicando-se particularmente à Teoria dos Números. Ainda com o seu codinome, ela passou a se corresponder com mais um notório matemático, Carl Friedrich Gauss (1777-1855), que só foi tomar conhecimento da verdadeira identidade da menina quando o território prussiano foi invadido, em 1806, por Napoleão Bonaparte (1769-1821), líder da Revolução Francesa. Por conta dessa invasão, Sophie contactou seus familiares para abrigar Gauss e salvaguardá-lo.

Com essa proximidade da família, Gauss descobriu, com grande surpresa, que quem lhe havia protegido se tratava de “Le Blanc”, que, em verdade, era uma menina-prodígio. O expoente matemático passou a ter mais admiração por aquela menina e mencionava ter sido ela a inspirá-lo a voltar a estudar a Teoria dos Números. Sophie Germain é muito conhecida pelos estudantes do ensino fundamental por uma identidade que leva seu nome e que foi usada por ela em testes de primalidade.

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$$

(Identidade de Sophie Germain)

Sejam a e b números reais, mostre que

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab).$$

Solução:

$$\text{Note que: } a^4 + 4b^4 = (a^2)^2 + (2b^2)^2$$

$$= (a^2)^2 + (2b^2)^2 + 4a^2b^2 - 4a^2b^2$$

(Foram adicionados termos, com a finalidade de completar quadrados)

$$= (a^2 + 2b^2)^2 - (2ab)^2$$

$$= (a^2 + 2b^2 + 2ab) \cdot (a^2 + 2b^2 - 2ab) \text{ c.q.d.}$$

Note que na segunda linha, $4a^2b^2 = (2ab)^2$ (fatorado), foi adicionado, para se agrupar com $(a^2)^2 + (2b^2)^2$.

Logo, a expressão algébrica se apresenta, na forma fatorada, com seu quadrado completo, famoso quadrado perfeito: $(a^2 + 2b^2)^2 - (2ab)^2$.

Os estudos de Sophie Germain, diante dessa identidade algébrica, permitem verificar a primalidade dos números, ao transformar soma $(a^4 + 4b^4)$ em produto $(a^2 + 2b^2 + 2ab) \cdot (a^2 + 2b^2 - 2ab)$. Note que existem dois fatores nesse produto e, por definição, para identificar um número primo, na sua decomposição deve constar um produto de dois fatores, o próprio número e o número 1, elemento neutro da multiplicação.

Ex: Seja P o conjunto de números primos, dado por $P = \{2, 3, 5\}$ e K, conjunto de números não primos, dado por $K = \{6, 8, 9\}$.

Analisando o conjunto P, tem-se:

$$2 = 2 \cdot 1$$

3 = 3 \cdot 1 \quad \text{Veja que, se um dos fatores do produto for igual a 1, e outro } > 1, P \text{ será primo.}

$$5 = 5 \cdot 1$$

Analisando o conjunto K, tem-se:

$$6 = 2 \cdot 3$$

8 = 4 \cdot 2 \quad \text{Veja que, se os dois fatores do produto forem } > 1, K \text{ não será primo.}

$$9 = 3 \cdot 3$$

Com isso, pode-se deduzir que a identidade de Sophie Germain pode ser útil ao transformar uma soma em produto. Ao se verificar a proposição citada, em face dos dois fatores do produto, se ambos os fatores assumirem valores maiores que 1, o número não será primo. Probst (2003, p. 4), acerca dos números primos, afirma:

Os números primos têm esse nome devido aos gregos, que dividiam os números em primeiros ou indecomponíveis e secundários ou compostos. Os compostos são secundários, pois são formados a partir dos primeiros. Daí os romanos traduziram a palavra grega para primeiro, que em latim é *primus*.

Muitas questões de concurso, que cobram conhecimentos mais depurados, exigem do candidato estudos de fatoração, não explorados no ensino regular. Pode-se destacar concursos como Colégio Naval (CN), Colégio Militar do Rio de Janeiro (CMRJ), Escola Preparatória de Cadetes da Aeronáutica (EPCAr), Instituto Militar de Engenharia (IME), Instituto Tecnológico da Aeronáutica (ITA) e Olimpíadas de Matemática, de um modo geral.

Ressalta-se que, nos estudos de Sophie Germain, como uma das contribuições mais impactantes na matemática, é a relacionada ao último Teorema de Fermat, ao afirmar que não existem soluções inteiras, todas não nulas, que possam satisfazer a Equação Diofantina $x^n + y^n = z^n$, onde “n” é um número natural maior que 2. Tal Teorema foi conjecturado, em 1637, pelo francês e matemático Pierre de Fermat (1601-1665), que se tratava de uma generalização, para “n” números, ainda não demonstrada por completo. No caso, para $n=2$, seria um caso particular e conhecido do Teorema de Pitágoras.

Sobre a Equação Diofantina, o tal teorema enquadra-se na definição da referida equação, por ser polinomial, linear e ter duas ou mais variáveis que as-

sumem valores inteiros. O nome se refere a uma homenagem a quem a idealizou, um matemático grego, helenístico, do século III, Diofanto de Alexandria, nascido entre 201 e 214 e falecido entre 284 e 298. Ele foi um dos primeiros matemáticos a utilizar símbolos na álgebra, a *sincoção*.

Ainda sobre seus estudos debruçados no último Teorema de Fermat, preliminarmente, Sophie fez uma análise, diante de um problema que envolve uma classe especial de números primos, que é chamado **Primos de Germain**. Ou seja, dado **um número primo “p”, será primo de Germain, se $2p + 1$ for também primo**. Com isso, os primeiros números de Germain são 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 43, 83, 89, 113 e 131. Com uma verificação numérica, descobre-se que **existem 190 primos de Germain no intervalo $[1, 10^4]$** .

Entre 1 e 10^4 existem 190 números de Sophie Germain, que é uma quantidade considerada grande [...]. Alguns exemplos de números de Sophie Germain são 2, 3, 5, 11, 23, 83 e 1601 com seus respectivos representantes sendo 5, 7, 11, 23, 47, 167 e 3203. Vale lembrar que 1601 é um dos possíveis anos em que Fermat pode ter nascido (Souza, 2019, p. 17).

Essa jovem matemática conseguiu provar que, se existe solução para a Equação Diofantina: $x^n + y^n = z^n$, onde “n” é um número natural maior que 2, sendo “n”, primo de Germain, então x, y e z devem ser múltiplos de “n”. Dessa forma, tal questão foi demonstrada por Sophie, em dois casos (na matemática, dividir o problema em casos é muito comum, e ajuda muito em uma explicação didática e no desenvolvimento da ideia), a saber:

1º) X, Y e Z não são divisíveis por “n”;

2º) Apenas um número desses é divisível por “n”

Sophie, no 1º caso, demonstrou, para os primos de Germain e Legendre (1752-1833), generalizando, o universo para os primos ímpares “p” tais que $(Kp$

+ 1) é primo, e que $K \in \{4, 8, 10, 14, 16\}$. Atualmente, a aplicabilidade dos primos de Germain tem se mostrado relevante na criptografia RSA.

A criptografia RSA está apoiada na teoria dos números inteiros, que foi desenvolvida por grandes matemáticos, como Fermat e Euler. É a segurança desse método está intimamente ligada ao fato de não existir algoritmo de fatoração eficiente. No estudo dos métodos de criptografia, em especial a criptografia RSA, fica clara a relação destes com vários tópicos da escola básica. Portanto mostra-se muito interessante fazer uma atividade de aperfeiçoamento com os professores, a fim de agregar novos conhecimentos para eles e estimular a discussão sobre outras formas de desenvolver determinados conteúdos (Castro, 2014, p. 59).

Outrossim, mais uma vez, expressa-se a relevância dos estudos realizados por Sophie Germain, que reverberam em diversas áreas do saber, na ciência e na tecnologia, com aplicabilidades diretas e indiretas.

Pode-se, também, incluir outras áreas de estudo, analisadas por essa brilhante mulher na matemática, além da Teoria dos Números: elasticidade, com as curvaturas de superfície, e filosofia, no livro “*O Euvres philosophiques de Sophie Germain*”. Ela, em seus estudos sobre elasticidade, realizou experimentos de vibrações em pratos metálicos de Chladni. Após a descoberta do Teorema de Sophie Germain, para números primos, pode-se realizar um paralelo com as contribuições dela para a física, em particular, a Teoria da Elasticidade (Teoria da Flexão de Placas Finas).

[...] a teoria clássica das placas finas é um dos métodos de cálculo de esforços internos e deflexão de placas delgadas isotrópicas. Essa é a teoria que descreve o comportamento da placa segundo os princípios da teoria da elasticidade, onde a obtenção dos esforços internos é feita mediante a resolução de uma equação diferencial de quarta ordem (equação de Sophie-Germain-Lagrange), junto com as condições de contorno (Santana, 2019, p. 16).

Os pratos metálicos de Chladni são uma homenagem realizada, em 1808, ao físico e músico alemão Ernst Florens Friedrich Chladni (1756-1827), denominado “Pai da Acústica”. Ao visitar Paris, ele apresentou uma experiência, que se liga aos estudos de Sophie, na física:

A sua experiência consistiu em polvilhar areia sobre a placa enquanto esta era posta a vibrar com um arco de violino. O intuito era analisar o comportamento vibracional de superfícies planas, mostrando os padrões formados pelas linhas nodais (Silva, 2004, p. 2).

Tal experiência despertou a atenção de Napoleão Bonaparte (1769-1821), antigo imperador francês, que sempre foi ligado ao desenvolvimento da ciência. Existe, inclusive, um teorema, dado como de sua autoria, que fala sobre geometria plana: “sobre as bases de um triângulo qualquer, constroem-se triângulos equiláteros. Ao ligar os baricentros desses três triângulos, formaremos um triângulo também equilátero.”

Apoiado por Napoleão, o Institute de France anunciou uma competição, tendo por prêmio um quilograma de ouro para um trabalho que explicasse esses fenômenos. Sophie Germain começou a estudar elasticidade, lendo a *Mécanique Analytique* de Lagrange e o trabalho de Euler sobre as vibrações de varetas elásticas (Hall; Jones; Jones, 2004, p. 33).

Nessa época (1811), a menina estava concorrendo a um prêmio de um concurso da Academia de Ciências de Paris. Por não possuir um curso formal de análise, a menina apresentou imprecisões em seus cálculos de equação das superfícies elásticas fornecida. Por isso, não obteve êxito naquele momento. Entrementes, a academia, pela segunda vez, abriu o concurso, com Sophie participando e incorrendo, ainda, em algumas imprecisões. Sem, contudo, perder seu ímpeto, demonstrando persistência e resiliência, a jovem matemática submeteu

seu trabalho a Legendre, que, em uma carta, respondeu a ela:

Não entendo nada, na análise que você está me enviando, certamente, há um erro de redação ou de raciocínio. [...] Se a comissão do instituto fosse dessa opinião, você poderia ser mencionada com honra; mas temo que a análise fracassada prejudique seriamente a dissertação, apesar do que ela pode conter de bom (Laubenbacher e Pengelly, 2010).

Foi, então, que de fato ocorreu, consoante ao que Legendre relatou: a menina ganhou uma menção honrosa. Em 1816, recebeu um prêmio pelo seu trabalho “*Recherches sur la théorie des surfaces élastique*”, sendo a primeira mulher a receber o prêmio daquela academia. Seus estudos e trabalhos atinentes ao campo da elasticidade promoveram o desenvolvimento científico nessa área e, dentre os cientistas que gravaram seus nomes na Torre Eiffel, foi unânime o ressentimento deles diante da ausência do nome de Sophie, por lá. Ela auxiliou nos cálculos matemáticos, voltados para a construção da torre. Dentre os 72 nomes de pessoas que contribuíram para essa construção, todos homens, ela, porém, não foi citada.

Sophie Germain faleceu em 27 de junho de 1831, em Paris, e, nesse mesmo ano, foi publicado postumamente “*Memoir sur la courbure des surfaces*”. Por recomendações de Gauss, ela recebeu o título de doutorado honorário da Universidade de Göttingen. Ademais, não obstante os reconhecimentos, em vida, diante dos obstáculos enfrentados por uma sociedade que alijava as mulheres quanto à procura do saber, a Academia de Ciências de Paris, desde 2003, concede, todo ano, um prêmio denominado “Prêmio Sophie Germain”, de 8.000 euros para os cientistas que desenvolverem pesquisas na área de matemática.

Conclusão

Alguns ensinamentos valiosos podem ser colhidos frente à história de Sophie Germain, que se entrelaçam com a história da matemática e com a vida em sociedade, particularmente no tocante à mulher. Os fatos vivenciados por ela por si só já caracterizam multiplicidades de estudos interdisciplinares. Nessa conjuntura, pode-se extrair que não se trata apenas de um estudo rico em matemática, tangenciando assuntos de física e impactando na ciência e tecnologia. Seu legado tem serventia para os professores de matemática, que, para a excelência da consecução das atividades pedagógicas, ressalta a importância de ensinar essa disciplina realizando um contexto com a história e, até mesmo, argumentando sobre a aplicabilidade daqueles assuntos matemáticos. Com isso, a aula pode se tornar mais atrativa aos olhos discentes e rica em conteúdo, visto que a interdisciplinaridade é uma pauta relevante para o processo ensino-aprendizagem. Segundo Medeiros (1987 *apud* DCE, 2006, p. 24),

(...) abre-se espaço para um discurso matemático voltado tanto para a cognição do estudante como para a relevância social do ensino da matemática. A educação matemática, assim, “implica olhar a própria matemática do ponto de vista do seu fazer e do seu pensar, da sua construção histórica” e implica, também, olhar o ensinar e o aprender matemática, buscando compreendê-los.

Ou seja, compreender essa *ciência dos números*, sob a ótica dos fatos históricos que integram as disciplinas, favorece a didática e tem uma relevância social, ao realizar reflexões discentes das aplicações matemáticas na atualidade. Além disso, a matemática, por si só, por ser desafiadora, por tratar de resolver problemas, possui um caráter de disciplinar o aluno no tocante aos eixos transversais do ensino-

-aprendizagem. Em suma, no processo de aprender matemática, é exigido do aluno que tenha persistência, constância, resiliência, dentre outros atributos do domínio afetivo (eixos transversais). Um reconhecido autor, que está em consonância com o uso da história como recurso pedagógico para ensinar ciência dos cálculos, é D’Ambrosio (1999), que destaca os seguintes aspectos:

O aspecto crítico, que resulta de assumir que a matemática que está nos currículos é um estudo de matemática histórica? E partir para um estudo crítico do seu contexto histórico, fazendo uma interpretação das implicações sociais dessa matemática. Sem dúvida, isso pode ser mais atrativo para a formação do cidadão. O aspecto lúdico associado ao exercício intelectual, que é tão característico da matemática, e que tem sido totalmente desprezado. Por que não introduzir no currículo uma matemática construtiva, lúdica, desafiadora, interessante, nova e útil para o mundo moderno? O enfoque histórico favorece destacar esses aspectos, que considero fundamentais na educação matemática (p. 270).

Espera-se que este trabalho venha a conquistar o interesse dos estudos matemáticos, por intermédio de sua história, protagonizada aqui por Sophie Germain. Outrossim, deseja-se, ainda, despertar curiosidade dos discentes do CMRJ em especial, por meio de uma abordagem interdisciplinar. Muitos alunos estudam matemática e não sabem o que há entrelaçado nos nomes de teoremas, no que diz respeito à história.

Há também uma intenção de despertar interesse nos alunos, em conteúdos não abordados no ensino regular, comumente exigidos em concursos e em olimpíadas matemáticas. Destaca-se, nesse contexto, a identidade de Sophie-Germain, com exercícios bem complexos, que exigem uma fatoração de nível bem elevado. Saber essa identidade torna o aluno mais capacitado para a resolução de problemas desse nível.

Para os educadores, a esperança é estreitar laços dessas disciplinas, que, em muito, complementam-se. Dessa forma, os docentes podem conduzir para a sala de aula uma abordagem pedagógica que lhes permita despertar mais interesse na aprendizagem. Os fatos investigados da vida dessa mulher ajudam a compreender tanto os desafios matemáticos como também os desafios impostos pela vida, de um modo geral.

O legado de Sophie Germain para a ciência e tecnologia, sobretudo em matemática, pode ser visto atualmente. Existe, contudo, um legado latente, que não tangencia o campo cognitivo, e sim o socioafetivo. Esse legado, portanto, mostra que, diante de obstáculos, desistir jamais deve ser uma opção. A persistência, a resistência e a resiliência são pilares de uma vida exitosa.

Em um passado não tão distante, as mulheres eram impedidas de participarem integralmente do mercado de trabalho. Por intermédio de representantes como Sophie Germain, no entanto, atualmente, as mulheres conquistaram e protagonizam seus feitos na sociedade. Então, se a leitora (ou leitor), em algum momento, sentiu-se incapaz de se desenvolver em uma área como a matemática, veja esse contexto e seja o protagonista de sua história de

vida. O lugar da mulher, assim como o do homem e de qualquer cidadão, é onde eles assim desejarem. A matemática é de todos e, com bons estudos, todos podem obter habilidades nessa área.



Figura 1 – Foto de Sophie Germain com a Torre Eiffel ao fundo
Fonte: <https://habeasmentem.wordpress.com/2018/03/03/mariesophiegermain/>

Referências

CASTRO, F. L. **Criptografia RSA**: uma abordagem para professores do ensino básico. Porto Alegre, RS, 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura). <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/110014/000951896.pdf>.

D'AMBROSIO, U. **A História da Matemática**: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

D'AMBROSIO, U. **História da Matemática e Educação**. In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1. ed. Campinas, SP: Papirus, 1996, p.7-17.

HALL, N.; JONES, M.; JONES, G. **A Vida e o Trabalho de Sophie Germain**. Pages 32-35, jan 2004. URL <<http://gazeta.spm.pt/getArtigo?gid=89>.

JUNIOR, H. **Foto de Sophie Germain com a Torre Eiffel ao fundo** (figura 1). Disponível em: <https://habeasmentem.wordpress.com/2018/03/03/mariesophiegermain/>. Acesso em: 25 abr 2023.

LAUBENBACHER R.; PENGELLEY D. “**Voici ce que j’ai trouvé:**” Sophie Germain’s grand plan to prove Fermat’s Last Theorem. *Historia Mathematica*, 37(4):641–692, Nov. 2010. ISSN 0315-0860. doi: 10.1016/j.hm.2009.12.002. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0315086009001347>. Resolução de Cálculos matemáticos. <http://clubes.obmep.org.br/blog/problemao-outro-produto-notavel/>. Acesso em: 25 abr 2023.

MEDEIROS, C. F. **Por uma educação matemática como intersubjetividade**. In: BICUDO, M. A. V. Educação Matemática. São Paulo: Cortez, 1987.

OLIVEIRA, Cristiane Monteiro de. **A presença das mulheres nas ciências exatas**. 2012. 71f. Tese (Graduação em Licenciatura em Matemática). Faculdade de Engenharia do *campus* de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

PERROT, M. **Minha história das mulheres**. Contexto, São Paulo, 2007. ISBN 978-85-7244-348-7. Translation: Angela M. S. Côrrea.

PROBST, Roy Wilhelm. **Números Primos**. 2003. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado). Centro de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Regional de Blumenau. Santa Catarina, 2003.

SANTANA, Vitor Carneiro de. **Análise estrutural de placas retangulares submetidas a carregamentos estáticos trapezoidais**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho. Cabo de Santo Agostinho, PE, 2019.

SILVA, Júlio César da. **Estudos de vibrações em placas**: Figuras de Chladni. 2004. 809f. Instrumentação para Ensino. Resumo Final. UNICAMP. São Paulo, 2004.

SILVA, Orminda Heloana Martins da. **A Importância das Mulheres na Matemática**: uma análise das contribuições femininas para a Matemática no âmbito da formação docente. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2020.

SINGH, Simon. **O Último Teorema de Fermat**: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. 21. ed. Rio de Janeiro: Editora Record, 2014. 324 p. Tradução de Jorge Luiz Calife.

SOUZA, João Paulo de Araújo. **Alguns casos do último teorema de Fermat**. 2019. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Cariri, Centro de Ciências e Tecnologia. Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional. Juazeiro do Norte, 2019.