MINISTÉRIO DO EXÉRCITO
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

TESE DE MESTRADO

UM MODELO PARA TOMADA DE DECISÃO NO PLANEJAMENTO DE FROTA DE VEÍCULOS DE TRANSPORTE RODOVIÁRIO DE CARGAS

Carlos Eduardo Nemer Vieira

IME

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

UM MODELO PARA TOMADA DE DECISÁO NO PLANEJAMENTO DE FROTA DE VEÍCULOS DE TRANSPORTE RODOVIÁRIO DE CARGAS

POR

CARLOS EDUARDO NEMER VIEIRA

TESE SUBMETIDA
COMO REQUISITO PARCIAL
PARA A OBTENÇÁO DO GRAU DE
MESTRE EM CIÊNCIAS
EM SISTEMAS E COMPUTAÇÁO

Assinatura do Orientador da Tese

JOÁO BARROS DE SÁ, MSc.

Rio de Janeiro, RJ

Setembro, 1990

Aos meus pais:

José Maria e Helena,

e aos meus irmãos:

Mário Sérgio, Luiz Fernando e Tatiana.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me dado forças para prosseguir iluminando sempre meus caminhos e minhas decisões.

Aos meus pais **JOSÉ MARIA ALVES VIEIRA** e **HELENA NEMER VIEIRA**, e aos meus irmãos **MÁRIO SÉRGIO, LUIZ FERNANDO** e **TATIANA** pela presença constante em todos os momentos, valorizando e apoiando sempre esta iniciativa.

Ao Prof. Engenheiro **JOÃO BARROS DE SÁ**, MSc. pela dedicação constante, pela orientação segura e pelos comentários e sugestões que tanto enriqueceram o trabalho.

Aos Profs. do curso de Sistemas e Computação/Transportes IME, em especial, ao Prof. **RONALDO LARCHER**, MC, pelo inestimável apoio, atenciosa co-orientação e importantes sugestões, e às Profas. **MARIA CRISTINA FOGLIATTI DE SINAY**, PhD, e **VÂNIA BARCELOS GOUVEIA**, Arquiteta, MC.

Ao Prof. TCel **QEM JOSÉ CARLOS DE FARIA VIEIRA**, MC, pela valiosa colaboração na etapa final do trabalho com a participação na banca de avaliação de tese e leitura e revisão técnica do texto.

Ao Prof. Engenheiro **FERNANDO CUMPLIDO MACDOWELL DA COSTA**, PhD, pelo interesse e participação na banca de ava-

liação de tese.

À Andréa, Ângela, Graziella, Ivone, Kátia, Laura, Luciene e Patrícia pelo apoio e carinho demonstrados ao longo de todo o curso.

Aos Profs. da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, FAU-UFRJ, pela indicação, apoio e incentivo para a realização deste curso, em especial ao Prof. Reitor da Universidade Federal do Rio de Janeiro Engenheiro ADOLPHO POLILO, e à Profa. Engenheira MARIA DEL PILAR.

Aos professores da Seção de Ensino SE/9, em especial ao Prof. TCel QEM VICENTE LUZ, MC.

Ao TCel FAB SILVIO GONÇALVES PEREIRA, MSc, pelo valioso auxílio quando da leitura e exame da tese.

Aos funcionários e à diretoria da Transportadora Itapemirim S.A., em especial ao diretor executivo da companhia, Advogado OLIMPIO BUENO MORATO pelo apoio demonstrado para a conclusão do Trabalho.

Aos meus colegas de turma, pelo convívio agradável durante os dois anos de curso e pela inabalável confiança no espírito de equipe.

À CAPES e ao IME pelas condições oferecidas ao

longo de todo o curso.

Aos funcionários do IME, sempre presentes, mantendo impecáveis as instalações e equipamentos, contribuindo sobremaneira para as boas condições de ensino e aprendizado.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho, meus sinceros agradecimentos.

SUMÁRIO

Esta Tese apresenta um modelo matemático para a resolução do problema de planejamento de frota de veículos, aplicado ao transporte rodoviário de cargas fracionadas, e envolve a utilização integrada de duas técnicas: **Análise Estatística Multivariada** e **Programação Linear**.

Com o objetivo de reduzir as dimensões do problema de Otimização Combinatória envolvendo Multiperiodicidade e Multiparametrização, os arcos de uma rede rodoviária de transportes, descritos a partir das variáveis tarifa cobrada pelo serviço no arco (US$/t.km), comprimento do arco (km) e volume transportado (t), são reunidos em agrupamentos, através do emprego de algoritmo pertencente à teoria da **Análise Estatística Multivariada**.

Obtidos os agrupamentos, o problema, envolvendo multiperiodicidade e multiparametrização, é modelado por **Programação Linear**, e implementado em microcomputador.

Com o objetivo de ilustrar o potencial operacional do modelo são apresentados ainda os resultados obtidos em uma aplicação prática.

Os dados empregados foram obtidos junto à empresas comerciais de transporte rodoviário de cargas.

ABSTRACT

This thesis presents a mathematical model, solving the **Fleet Planning Problem** applied to a **road cargo vehicle fleet**, and consists of the integrate use of two technics: **Linear Programming** and **Cluster Analysis**.

Interpreted as multivariated elements, the road transportation network arcs, described by the following characteristics: yield (US$/t.km), distance (km) and cargo moved (t), are clustered according to its resemblance.

The process is carried out with the utilization of computer implemented algorithms belonging to **Cluster Analysis** theory. The main purpose of this operation is to reduce the dimensions of the multi parametric multi-time periodic combinatorial optimization problem.

Utilizing the technic of **Linear Programming**, the problem is then modeled and solved in a 80386 processor microcomputer.

Finally a practical example is presented illustrating the true potential of the mathematical procedure proposed.

Names and data were intentionally changed preserving the company's operational integrity.

ÍNDICE

SUMÁRIO v
ABSTRACT vi
LISTA DE QUADROS ix
LISTA DE FIGURAS xi

I . INTRODUÇÃO 1
1.1 - Considerações Iniciais 1
1.2 - Posicionamento do Trabalho 5
1.3 - Objetivo 6
1.4 - Seqüência do Trabalho 7

II . O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE FROTA 9
2.1 - Introdução 9
2.2 - Definição 10
2.3 - Modelos de Planejamento de Frota 17
2.3.1 - Hiato de Capacidade 17
2.3.2 - Avaliação de "Schedule" 19
2.3.3 - Alocação de Frota 21
2.3.4 - Modelos Empíricos 23
2.4 - Abordagem Proposta 24
2.5 - Esforço Computacional 28

III . O MODELO PROPOSTO 33
3.1 - Considerações Iniciais 33
3.2 - Análise Estatística Multivariada 36
3.2.1 - Definições Básicas 43
3.3 - O Processo de Agrupamento Estatístico 46
3.3.1 - Tratamento Estatístico dos Dados 48
3.3.2 - Técnicas de Agrupamento 51
3.3.3 - Algoritmo Híbrido de Agrupamento 52
3.3.3.1 - Algoritmo de Agrupamento "k-means" 54
3.3.3.2 - Algoritmo de Agrupamento por Ligação Única 62
3.4 - Programação Linear 69

3.4.1 - Introdução 69
3.4.2 - Aplicação ao Problema de Planejamento de Frota 71
3.4.3 - Formulação do Problema 72
3.4.3.1 - Função Objetivo 72
3.4.3.2 - Restrições 90
3.4.3.3 - Capacidade de transporte e fator de ocupação 90
3.4.3.4 - Utilização horária anual dos Veículos 92
3.4.3.5 - Continuidade da frota 94

IV . APLICAÇÁO DO MODELO 96
4.1 - Considerações Iniciais 96
4.2 - Caracterização do Problema 97
4.2.1 - Cenário Considerado 99
4.3 - Aplicação do Modelo 99
4.3.1 - Processo de Agrupamento Estatístico 99
4.4 - Resolução do Problema de Programação Linear 103
4.4.1 - Dados de entrada 103
4.4.2 - Resultados Obtidos 107
4.5 - Conclusão 109

V . CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES 111
5.1 - Conclusões 111
5.2 - Limitações 114
5.2 - Recomendações 114

APÊNDICE A - IDENTIFICAÇÁO DAS VARIÁVEIS DO MODELO 118
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 121

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: Volume por modo de transporte (%). 1

QUADRO 2: Frota Circulante e Idade Média no TRC. 3

QUADRO 3: Frota Nacional de Veículos (em mil.unidades). 4

QUADRO 4: Programa de freqüências para uma companhia de transportes no período de 17/07/89 a 22/07/89. 19

QUADRO 5: Resultado da aplicação de um modelo de Alocação de Frota. 21

QUADRO 6: Parâmetros considerados pelos diversos modelos. 28

QUADRO 7: Parâmetros considerados pelos modelos para efeito de cálculo do número de combinações possíveis. 28

QUADRO 8: Dimensão alcançada pelos diversos modelos empregando programação matemática. 29

QUADRO 9: Tempo de processamento para os diversos modelos (base 100). 30

QUADRO 10: Agrupamentos obtidos com o estabelecimento de limites para os atributos: demanda comprimento. 36

QUADRO 11: Agrupamentos obtidos tomando-se por base os atributos: comprimento do arco (km), freqüência (viagens/sem) e demanda (número de passageiros), nas categorias pequena, média e grande. 38

QUADRO 12: Matriz de dados relativos aos arcos de uma rede rodoviária de transporte de cargas. 46
QUADRO 13: Dados utilizados na resolução do exemplo de aplicação do algoritmo "k-means". 57
QUADRO 14: Coordenadas do centróide para os dois agrupamentos. 58
QUADRO 15: Processo de agrupamento estatístico segundo o Algoritmo "k-means". 60
QUADRO 16: Arcos considerados para a realização do agrupamento. 101
QUADRO 17: Arcos considerados para a realização do agrupamento. 102
QUADRO 18: Características dos mercados. 104
QUADRO 19: Características dos veículos. 105
QUADRO 20: Freqüências mensais mínimas por tipo de veículo por arco da rede nos mercados. 106
QUADRO 21: Comportamento da frota ao longo do horizonte de planejamento. 107
QUADRO 22: Freqüências mensais por veículo, por arco. 108
QUADRO 23: Resultados Gerais. 109

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Fluxograma geral de Modelos de Planejamento de Frota utilizando técnicas de Programação Matemática. 14

Figura 2: Hiato de Capacidade. 18

Figura 3: Rede original (1) e conjunto de agrupamentos (2). 26

Figura 4: Visão macro do modelo proposto. 32

Figura 5: Estrutura em forma de grade, reunindo os EM's, arcos de uma rede de transporte. 37

Figura 6: Arcos de uma rede no espaço caracterizados por: x = comprimento do arco (km), y = freqüência (viagens/semana) e z = demanda (número de passageiros). 39

Figura 7: Estrutura em forma de cubo representando os agrupamentos obtidos para três atributos. 40

Figura 8: Matriz n x d de n elementos por d variáveis formada pelo conjunto de elementos multivariados. 42

Figura 9: Arcos da rede rodoviária no espaço segundo as variáveis V1 e V2 consideradas sem padronização, gráfico G1, e com padronização, gráfico G2. 48

Figura 10: Algoritmo Híbrido de Agrupamento. 53

Figura 11: Algoritmo de agrupamento "k-means". 56

Figura 12: Pontos no espaço representando os arcos A, B, C e D, da rede exemplo. 58

Figura 13: Arcos da rede no espaço com os centros dos agrupamentos, pontos C_1 e C_2. 60

Figura 14: Fluxograma do Algoritmo de Agrupamento por Ligação Única. 63

Figura 15: Matriz de distâncias entre os centróides dos agrupamentos A, B, C, D e E. 65

Figura 16: Matriz intermediária obtida durante o processo de agrupamento por Ligação Única. 67

Figura 17: Matriz de distâncias para o próximo nível de agrupamento do exemplo-base. 67

Figura 18: Matriz final do processo de agrupamento por Ligação Única. 67

Figura 19: Dendrograma para o exemplo de aplicação do algoritmo de Agrupamento por Ligação Única. 69

Figura 20: Exemplo de questões relativas à análise de planejamento de frota. 98

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - Considerações Iniciais

A importância do setor de **Transporte Rodoviário de Cargas, TRC**, pode ser evidenciada pela sua participação percentual[1] no total das cargas transportadas no país. Participação esta equivalente à 55,6% em 1986 ou 260,4 bilhões de t.km úteis, como mostra o Quadro 1, a seguir.

QUADRO 1: Volume por modo de transporte (%).

	ANOS				
Modo	**1982**	**1983**	**1984**	**1985**	**1986**
Rodoviário	**60.2**	**60.6**	**56.0**	**54.4**	**55.6**
Ferroviário	22.1	21.2	23.6	23.2	22.4
Hidroviário	14.2	14.6	16.3	18.0	17.4
Dutoviário	3.2	3.3	3.8	4.1	4.2
Aéreo	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4
Total	**100.0**	**100.0**	**100.0**	**100.0**	**100.0**

Fonte: Referência 1.

Calcula-se[2,3,4,5] que a porcentagem de carga transportada pelo modo rodoviário corresponda atualmente a cerca de 70%.

Dentre os inúmeros problemas enfrentados pelos operadores do TRC, merece destaque, pela sua influência potencial no quadro econômico do país, o problema da renovação da frota nacional de veículos de transporte rodoviário de cargas.

A última pesquisa sobre a frota brasileira de veículos de transporte rodoviários de cargas realizada pela Empresa Brasileira de Planejamento de Transportes, GEIPOT, data de 1985. Intitulada **"Estudo sobre o Transporte Rodoviário de Cargas"**, a pesquisa[6] traz informações detalhadas tais como a frota circulante e idade média dos veículos. O Quadro 2 mostra os dados obtidos nesta pesquisa.

Apesar das informações disponíveis e confiáveis relativas à frota de veículos de transporte rodoviário de cargas, necessárias à uma análise global, estarem desatualizadas, estimativas realizadas pelo setor[2,3,4,5] mostram veículos com idade média próxima dos 12 anos, ineficientes do ponto de vista tecnológico e, ao mesmo tempo, ainda que pesem considerações[2,3] quanto a baixa produtividade e ineficiência do setor, um déficit aproximado[2,3,4,5] situado em torno de 250.000 unidades.

QUADRO 2: Frota Circulante e Idade Média no TRC.

	ANOS				
	1984		1985		
CATEGORIA	FROTA	IM[1]	FROTA	IM	VÚTIL[2]
Leve[3]	188.232	7.4	201.836	7.7	6
Médio[4]	501.615	10.2	495.108	10.8	8
Semi-pesado[5]	167.254	6.6	178.840	7.1	8
Pesado[6]	73.408	9.6	72.362	10.1	8
Super Pesado[7]	17.751	4.0	20.671	4.5	10
Não Identificada	11.454	14.6	10.279	14.6	--
Total	**959.714**	**8.9**	**979.096**	**9.3**	**8**

1- Idade média (anos);

2- Vida Útil (anos);

3- Capacidade de carga entre 0.5 e 6.2 t;

4- Capacidade de carga entre 6.5 e 8.5 t;

5- Capacidade de carga entre 8.8 e 22.0 t;

6- Capacidade de carga entre 23.2 e 28.5 t;

7- Capacidade de carga entre 32.0 e 80.0 t.

Fonte: Referência 6.

A série histórica representando o crescimento da frota nacional de veículos de transporte rodoviário de cargas, até o ano de 1985, é mostrada no Quadro 3.

QUADRO 3: Frota Nacional de Veículos (em mil.unidades).

	ANOS					
CLASSE	**1981**	**1982**	**1983**	**1984**	**1985**	**TMA[1]**
LEVES	702.0	759.6	812.8	861.3	905.2	6.5
COLETIVOS	112.0	120.2	126.5	129.9	130.7	3.7
CAMINHÕES	**864.9**	**901.7**	**929.7**	**959.7**	**979.0**	**3.0**

1- Taxa média anual de crescimento (%).

Fonte: Referência 6.

Além da necessidade de renovação e ampliação da frota, o TRC tem verificado, nos últimos anos, uma redução constante do número de transportadores de carga autônomos[2,3,4,5].

Uma vez que a indústria automobilística nacional seria incapaz de elevar os níveis de produção a curto prazo[2,3,4,5] e que, também a curto prazo, é problemático o aumento significativo da produtividade deste setor, pode-se deduzir que uma eventual retomada do processo de crescimento econômico teria conseqüências desatrosas tais como: aumento irreal nos preços dos fretes por conta da repressão da demanda e diminuição na qualidade do serviço de transporte devido à superutilização dos veículos.

Independentemente das justificativas anteriores, pode-se afirmar que as empresas de um modo geral, necessitam de instrumentos que auxiliem no processo de tomada

de decisão no tocante a políticas alternativas direcionadas à sua frota de veículos, evidenciando uma carência[7] de tecnologia e técnicos especializados na análise e planejamento de frota.

Estes aspectos fazem crer que o desenvolvimento de metodologias de produção e gerenciamento, utilizáveis no TRC, constitui atividade de **extrema importância**[7], sobretudo pela capacidade de gerar reflexos na economia como um todo.

1.2 - Posicionamento do Trabalho

O trabalho apresentado enquadra-se na Linha de Pesquisa denominada **"Planejamento de Transportes"** do Curso de Pós-Graduação em **Sistemas e Computação**, área de concentração **Transportes**, do **Instituto Militar de Engenharia - IME.**

Pode-se afirmar ainda, que esta área engloba pesquisas ligadas à identificação e ao estudo de problemas relacionados à demanda, capacidade, economia, tecnologia, infra-estrutura, organização, planejamento e operação dos diversos modos de transportes, objetivando dar tratamento adequado a tais problemas, através do emprego de metodologias, teorias de planejamento e sistemas operacionais apropriados.

Ao mesmo tempo, o trabalho se insere na "Proposta de Plano Setorial de Informática nos Transportes"[7] elaborada a pedido da Secretaria Especial de Informática, SEI, subordinada à Secretaria Especial de Ciência e Tecnologia, SECT. Mais especificamente, o trabalho se insere no Projeto 8, "Sistemas de Gerenciamento e Manutenção", do Programa 3, "Informatização da Gestão Operacional do Setor Transporte", Capítulo V, do Relatório da Comissão Especial número 31, Brasília, DF, 1989.

1.3 - Objetivo

O objetivo desta tese é desenvolver um modelo matemático capaz de fornecer resultados que auxiliem na elaboração de um plano de ação direcionado a uma frota de veículos de transporte rodoviário de cargas. Este plano de ação deverá conter os veículos a serem adquiridos ou retirados de circulação, discriminados por tipo, quantidade e ocasião ótima para tal.

Tal modelo deve apresentar como premissas básicas a confiabilidade, rapidez, simplicidade e baixo custo, alcançáveis pela utilização conjugada de técnica estatística de redução de dados e modelo matemático de otimização combinatória elaborado por programação linear envolvendo multiperiodicidade e multiparamerização, processados em microcomputador.

1.4 - Seqüência do Trabalho

O trabalho é apresentado em cinco capítulos e um apêndice. A seguir, descreve-se sumariamente o conteúdo de cada um deles:

a. *Capítulo I* - Introdução - Apresenta o objetivo da Tese, uma justificativa quanto a escolha do tema em estudo e o seu posicionamento no âmbito da pesquisa científica no IME e no Brasil, bem como uma descrição dos capítulos e apêndices.

b. *Capítulo II* - O Problema de Planejamento de Frota - É apresentada a definição técnica do problema, analisadas as principais metodologias existentes, sua resolução e, por fim, um estudo comparativo do desempenho computacional a partir de um exemplo base.

c. *Capítulo III*- O Modelo Proposto - Fundamentação conceitual do modelo proposto. Descrição dos componentes básicos da Análise Estatística Multivariada, algoritmos empregados. Definição da metodologia de Programação Linear, formulação matemática do problema, função objetivo e restrições.

d. *Capítulo IV*- Aplicação do Modelo Proposto - Apresenta-se uma aplicação prática desenvolvida para uma companhia fictícia operadora do Transporte Rodoviário de

Cargas. A princípio, é realizada uma caracterização do problema, com um levantamento da situação inicial. Posteriormente, passa-se à aplicação do modelo, com a realização do agrupamento estatístico, a resolução do problema de programação linear e a apresentação dos resultados.

e. Capítulo V - **Conclusões, Limitações e Recomendações** - Este capítulo apresenta as considerações finais do estudo, quais sejam: as conclusões alcançadas, as limitações enfrentadas e, finalmente, recomendações e sugestões para estudos posteriores.

f. Apêndice A - **Identificação das Variáveis da Metodologia** - Listagem em ordem alfabética das variáveis envolvidas.

g. Referências Bibliográficas.

CAPÍTULO II

O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE FROTA

2.1 - Introdução

A alteração na composição da frota de uma operadora de transporte rodoviário de cargas é baseada geralmente nos seguintes fatores:

a- <u>aumento da demanda</u> - uma expansão potencial da demanda por transportes, evidenciada por indicadores econômicos como taxa de crescimento do Produto Interno Bruto, PIB, e outros, ou mudanças estruturais na atividade econômica caracterizando cenários propícios;

b- <u>redimensionamento da oferta</u> - necessidade de se redimensionar a capacidade de oferta de transporte existente, que pode se dar tanto no sentido da expansão quanto na retração, resultado da exploração de novas rotas, ou fatias de mercado economicamente compensadoras;

c- <u>expansão estratégica</u> - uma política agressiva

de mercado, tendo como objetivo a conquista e a consolidação de maior participação no setor;

d- obsolescência econômica dos veículos - defasagem tecnológica dos veículos em atividade em comparação a novos modelos lançados pelos fabricantes, com melhor desempenho operacional, maior economia de insumos e maior capacidade útil;

e- envelhecimento físico dos veículos - custos de operação em crescimento, decorrentes de avarias constantes e conseqüente perda na confiabilidade do serviço.

2.2- Definição

Não existe uma definição única e formal do problema, vários autores[8,9,10,11,12,13,14] estabelecem suas próprias definições, variando estas entre si com relação à abrangência e profundidade adotadas. A seguir transcreve-se algumas delas.

Segundo Taneja[8,9], a maior conquista de uma companhia de transportes são suas rotas. As quais, obviamente, não podem ser operadas sem veículos. Desta forma, deve-se esperar, sem surpresa, que sejam investidas grandes quantidades de tempo e recursos financeiros na elaboração de análise e planejamento antes de se efetuar um

investimento em qualquer um dos itens supracitados. Embora muitos fatores[8,9] sejam considerados para se chegar a uma resposta quanto à melhor política de atuação, o principal dentre eles, é sempre definir as rotas nas quais o veículo deve ser empregado.

Finalmente, uma vez que o veículo proposto se encaixe no plano geral da companhia, torna-se necessário avaliá-lo à luz da composição geral da frota e da estrutura de produção como um todo, do operador das rotas. O processo através do qual esta análise é elaborada pode ser denominado **Planejamento de Frota**.

Para Uelze[10], a correta **seleção de frota** é indispensável ao bom desempenho da empresa. Planejar uma frota é realizar um processo de seleção de equipamento levando em consideração fatores como:

a- <u>rotas e cargas</u> - os veículos adquiridos devem estar, sobretudo, adequados ao tipo de carga e às características básicas das rotas tais como distância, densidade de transporte de cargas e condições físicas e de tráfego das rodovias;

b- <u>instalações e operadores</u> - veículos incompatíveis com as características operacionais da empresa tais como limites relativos à operação de carga e descarga, mão-de-obra não-especializada, devem ser descartados;

c- custo de aquisição - observância de linhas de crédito especiais como resultado da ação governamental, outras formas de financiamento e "leasing" podem influenciar o processo de escolha dos veículos mais adequados;

d- custos operacionais - custos diretos e indiretos advindos de paradas para manutenção, influências na qualidade e confiabilidade do serviço de transporte são fatores de elevada importância a serem considerados;

e- insumos - taxas de consumo de materiais básicos como pneus, combustíveis, óleos lubrificantes, graxas, etc, são importantes, pois se refletem no custo operacional final dos veículos da companhia;

f- vida útil dos veículos - o horizonte temporal em que o veículo se revela produtivo economicamente;

g- assistência técnica - farta assistência técnica, contribuindo para a melhoria da qualidade do serviço de transporte com a diminuição do número de horas imobilizadas do veículo.

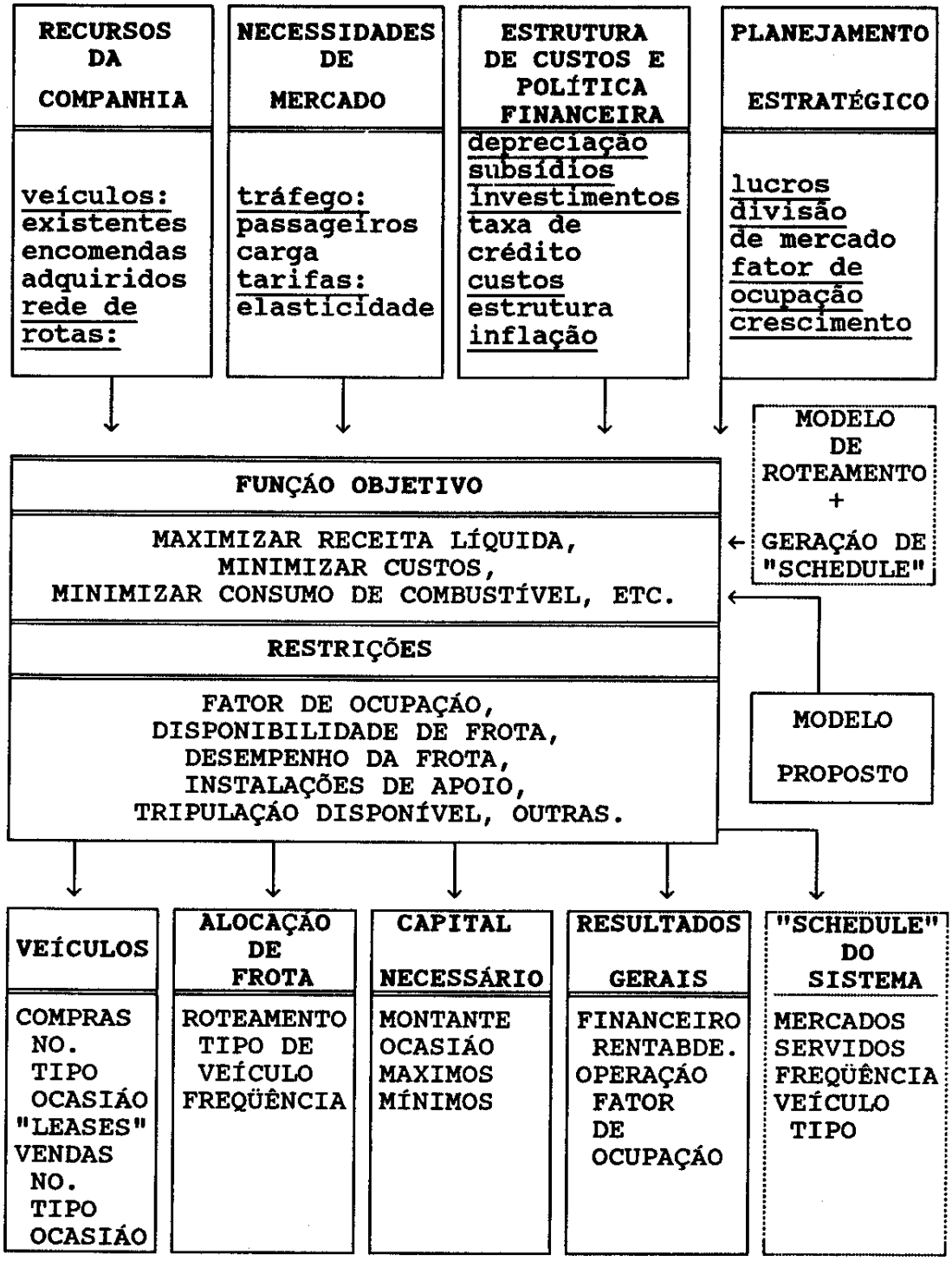
E ainda, dentro de uma visão global do sistema, os equipamentos instalados deverão estar bem dimensionados para as necessidades operacionais dos veículos, a fim de se evitar que haja veículos e equipamentos adicionais sendo utilizados com capacidade de produção ociosa, ou

superutilizados, ou mesmo a paralisação no sistema de transporte seja por falta de veículos seja pela utilização de equipamentos inadequados.

Kirby[11] considera o problema de planejamento de frota como aquele em que se busca o equilíbrio entre os custos de operação de uma frota própria de veículos e os custos de ampliação da capacidade advindos da utilização de veículos de terceiros.

Segundo Wells[14], um modelo de planejamento de frota é elaborado com a utilização de **Programação Matemática**, com equações representativas do comportamento da empresa. A partir de conjuntos de dados tais como recursos disponíveis, necessidades do mercado, estrutura de custos, política financeira, e o planejamento estratégico, o analista elabora um modelo em programação linear formado por uma função objetivo maximizando lucro ou receita líquida, minimizando consumo de combustível, custos, etc.. Paralelamente, pode-se utilizar um modelo de roteamento e geração de "schedule".

O resultado deste processo pode se verificado na Figura 1, ou seja, o número de veículos a serem adquiridos/retirados, discriminados por tipo, forma de aquisição, e datas ótima para tal, alocação destes veículos, o capital necessário, e, opcionalmente, o "schedule" projetado para o período de planejamento.



Fonte: Referência 14.

Figura 1: Fluxograma geral de Modelos de Planejamento de Frota utilizando técnicas de Programação Matemática.

Do ponto de vista da modelagem do problema, o analista seleciona uma função objetivo, podendo ser esta, por exemplo, maximizar o valor presente da receita líquida de uma companhia para determinado período sujeito à restrições de ordem operacional.

Como forma de enriquecimento da modelagem realizada o analista pode ainda especificar restrições, exógenas ao problema, baseadas não somente na política operacional da companhia mas também na sua política econômico-financeira:

a- a relação entre o patrimônio líquido e o passivo não deve exceder a um determinado valor;

b- operar os equipamentos com um fator de ocupação máximo de 70%, por exemplo;

c- limitar a utilização de determinado tipo de veículo em um determinado arco da rede;

d- limitar o número de funcionários em atividade a um número estipulado pelo analista.

Wells[14] menciona ainda que estas restrições devem surgir como resultado de análises e especificações elaboradas por um grupo multidisciplinar composto por arquitetos, analistas de sistema, estatísticos, espe-

cialistas em transportes, especialistas em "marketing", e devem englobar estratégias de mercado, requisitos de manutenção, considerações de ordem ambiental, técnicas, financeiras, e de padronização e adequabilidade da frota.

O resultado ótimo produzido contendo os veículos a serem adquiridos ou retirados de circulação, discriminados por tipo, quantidade e ocasião ótima para tal, as freqüências e os arcos onde eles deverão atuar, nem sempre se apresenta como aplicável de imediato, tornando-se necessário, desta forma, uma calibração do modelo para que os resultados estejam coerentes com a realidade da companhia cuja frota se está analisando.

2.3 - Modelos de Planejamento de Frota

2.3.1 - Hiato de Capacidade

A metodologia proposta pelo Modelo **Hiato de Capacidade** é das mais simples. O procedimento sugere uma análise matemática da capacidade global da empresa, em oferta de serviço, em relação à demanda (t.km).

Da diferença entre macroprojeções globais da oferta e da demanda surge o hiato de capacidade da frota. A quantidade obtida é traduzida em termos de número de veí-

culos necessários.

Este procedimento é bastante empregado pelos fabricantes de veículos, para realizar estimativas do potencial do mercado de um país, por exemplo.

A Figura 2, a seguir, apresenta esquematicamente o principal gráfico utilizado nesta análise.

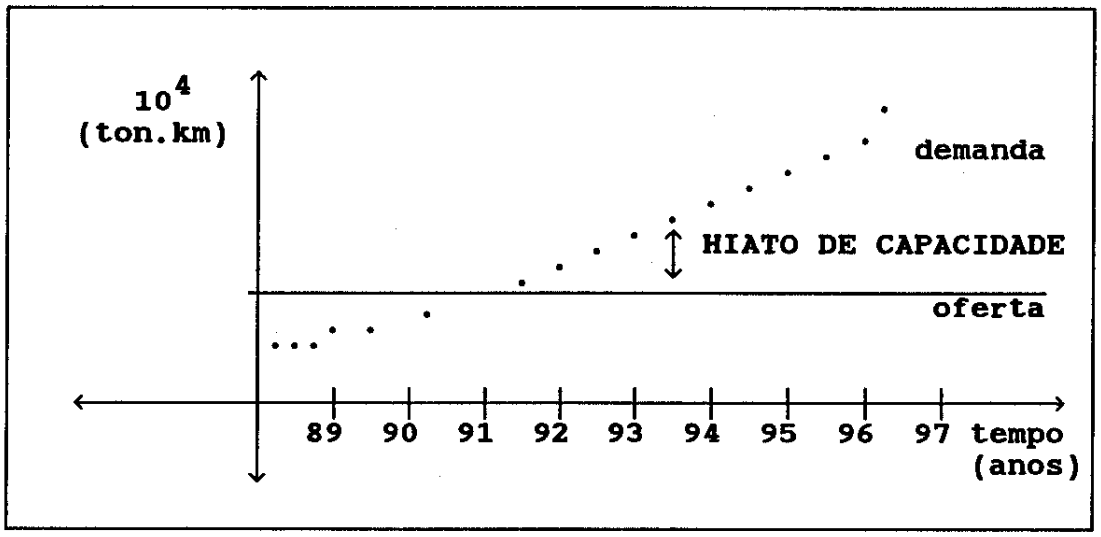


Figura 2: Hiato de Capacidade.

Dado o grau de agregação dos dados de entrada, pode-se afirmar que o método se destina a realizar estimativas onde o grau de detalhe suporte uma certa variabilidade.

A análise pelo Hiato de Capacidade significa uma interpretação das deficiências da companhia quanto ao aumento ou diminuição da capacidade de deslocamento. A de-

ficiência da análise reside no fato de que esta não leva em consideração o comportamento global da companhia, além de não se prestar à execução de análises de sensibilidade.

Trata-se portanto de um modelo estático, gerando diagnósticos simplistas e formais, que não considera a dinâmica de processos como a avaliação do impacto no fluxo de caixa, da redistribuição de investimentos setoriais imprescindíveis para um caso de expansão da frota de veículos[15,16,17].

2.3.2 - Avaliação de "Schedule"

O modelo de **Avaliação de "Schedule"** pode ser considerado detalhado pois, dada uma rede de transportes, cada arco da rede deve ser analisado em particular, à luz do programa de freqüências da companhia, "schedule".

O Quadro 4 mostra um exemplo de um programa de freqüências para uma companhia de transporte rodoviário de cargas.

Como se pode observar, o analista trabalha com quadros relacionando o tipo de veículo, seu registro legal, o horário de saída, o horário de chegada, o itinerário, etc, efetuando então previsões horárias, diárias, para o horizonte de planejamento[18,19].

Um método desta natureza apresenta vantagens, pois retrata o cotidiano operacional de uma empresa. As dimensões alcançadas pelo problema são, entretanto, consideráveis do ponto de vista de sua resolução por microcomputador.

QUADRO 4: Programa de freqüências para uma companhia de transportes no período de 17/07/89 a 22/07/89.

	DIAS					
PARÂMETRO	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**
VEÍCULO	L-709	L1214	L-709	L1214	L-709	L1214
PLACA	XN3456	XN5254	XN5688	XN5454	XN4455	XN5554
MOTORISTA	JOAQUIM	MARCOS	CARLOS	BEBETO	MOACIR	TÉRCIO
ORIGEM	RIORJ	POARS	VITES	SAOSP	RIORJ	CAIES
DESTINO	SAOSP	CURPA	SAOSP	CURPA	CAMRJ	RIORJ
CARGA	34576	56848	34226	56648	66576	56866
SAÍDA	09:00	08:00	10:00	18:00	14:00	07:00
CHEGADA	12:00	13:00	22:00	23:00	19:00	13:00

A análise realizada apresenta resultados para o movimento diário. Por exemplo, supondo um horizonte de planejamento de quinze anos, tem-se 15(anos) x 52(semanas) x 6(dias) = 4.680 resultados a considerar. Isto significa realizar previsões horárias de desempenho para toda a frota, ao longo do período de planejamento.

A mensuração do impacto resultante da inserção de novos conjuntos de dados caracterizando um novo cenário econômico (novas taxas de crescimento da demanda) ou operacional (aumento no número de horas diárias de utilização), envolverá um período de tempo de processamento incompatível com a rapidez exigida nas decisões.

Enfim, trata-se de um modelo de alocação de veículos e suas devidas tripulações à rotas específicas destinado principalmente a fornecer programas diários, "schedules", para uma determinada companhia, ao longo de um determinado horizonte de planejamento. O planejamento em si se realiza na medida em que o analista interage com os resultados estudando o impacto de diferentes políticas como novas aquisições/retiradas de veículos.

2.3.3 - Alocação de Frota

Os modelos de **Alocação de Frota**[20,21,22] representam um grande passo em direção à redução nas dimensões do problema. A idéia é obter esta diminuição suprimindo alguns dados como o registro legal do veículo, a hora de partida, e agregando outros.

O resultado do modelo é um quadro esquemático, mostrando os veículos alocados aos respectivos segmentos.

O Quadro 5, a seguir, mostra os resultados deste processo. O modelo realiza uma **alocação da frota** ao conjunto de rotas especificado, ou seja associa para uma determinada rota definida, o tipo de veículo.

QUADRO 5: Resultado da aplicação de um modelo de Alocação de Frota.

	ROTAS						
VEÍCULOS	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
L-709	▨	▨					
L1214			▨	▨			
SC112					▨	▨	▨

Muito embora tenham sido realizadas sensíveis modificações, a dimensão do problema permanece considerável. Esta dimensão é traduzida em horas de esforço de equipes de profissionais elaborando rotas, realizando previsões de demanda e horas de processamento em computador de grande porte para resolver o problema de alocação através de Programação Linear.

Tomando por base o custo horário de utilização de um computador de grande porte, necessário ao processamento do problema, como em torno de US$ 3.000,00, o custo do processamento e da equipe de profissionais destacados para relizá-lo chega a atingir cifras da ordem de 100 a 200 mil

dólares de custo[23].

E ainda, a obtenção de resultados para análises de sensibilidade do tipo: "e se o preço do combustível dobrasse ?", exigiriam a repetição do processamento, e, por conseqüinte, a reincidência inexorável dos custos de processamento[23].

2.3.4 - Modelos Empíricos

O universo dos operadores do Transporte Rodoviário de Cargas no Brasil é marcado por um sem-número de companhias caracterizadas pelo pioneirismo de homens determinados, dotados de grande força de trabalho sem, no entanto, salvo algumas exceções, apresentarem um perfil técnico sólido.

Procedimentos acumulados com o tempo, e transmitidos de geração em geração são uma constante. Dentre estes pode-se citar os relativos ao planejamento de frota de veículos.

A tal conjunto de procedimentos denomina-se, genericamente, modelos empíricos, assim chamados pois variam de acordo com o montante de experiência acumulada pelo gerente responsável.

As transformações de mercado verificadas com o processo de abertura da economia seguido de um brutal desenvolvimento no setor de informática causaram um impacto tremendo nos processos de produção em todos os setores da economia. O setor de transporte não constitui exeção e, portanto, tem verificado a necessidade de se adaptar à esta nova realidade de aumento na competitividade e eficiência.

2.4 - Abordagem Proposta

A partir da verificação dos recursos existentes, de uma previsão do comportamento do mercado e dos planos gerais da companhia, o processo de planejamento de frota deve fornecer um programa de ação para um determinado horizonte de planejamento. Neste programa de ação devem estar contidos os veículos a serem adquiridos ou retirados de circulação pela companhia, discriminados por tipo, quantidade e ocasião ótima para tal.

Feita esta definição, é necessário quantificar o impacto gerado no fluxo de caixa da companhia de políticas alternativas ligadas à frota buscando realizar as alterações necessárias em tempo real de aplicação.

O estudo dos modelos de planejamento de frota

existentes demonstra que o nível de abordagem do problema varia entre uma visão extremamente agregada, como no modelo de Hiato de Capacidade, e modelos de altíssimo nível de detalhamento e análise de dados como os modelos de Avaliação de "Schedule".

A dimensão em número de variáveis alcançadas pelos casos em estudo se constituem em um dos principais problemas enfrentados no esforço computacional necessário à sua resolução.

A resolução de um problema considerado de médio porte envolvendo, por exemplo, 500 arcos de uma rede, 300 veículos e um horizonte de planejamento de 4 anos, perfazendo um total de (500x300x4) 600.000 variáveis, somente seria possível com a utilização de equipamentos de computação de grande porte[23]. Tal alternativa seria considerada inviável por grande parte das companhias nacionais de transporte rodoviário de cargas.

A abordagem proposta apresenta uma metodologia de planejamento de frota consubstanciada através do emprego de um modelo matemático elaborado com a utilização integrada de duas técnicas matemáticas: Análise Multivariada Estatística e Programação Linear.

Como forma de realizar a diminuição das dimensões do problema de otimização combinatória é utilizado inici-

mulado com o uso da técnica de programação linear onde se maximiza a receita líquida da companhia operadora de transportes, lucro, submetido a restrições de ordem física e operacional.

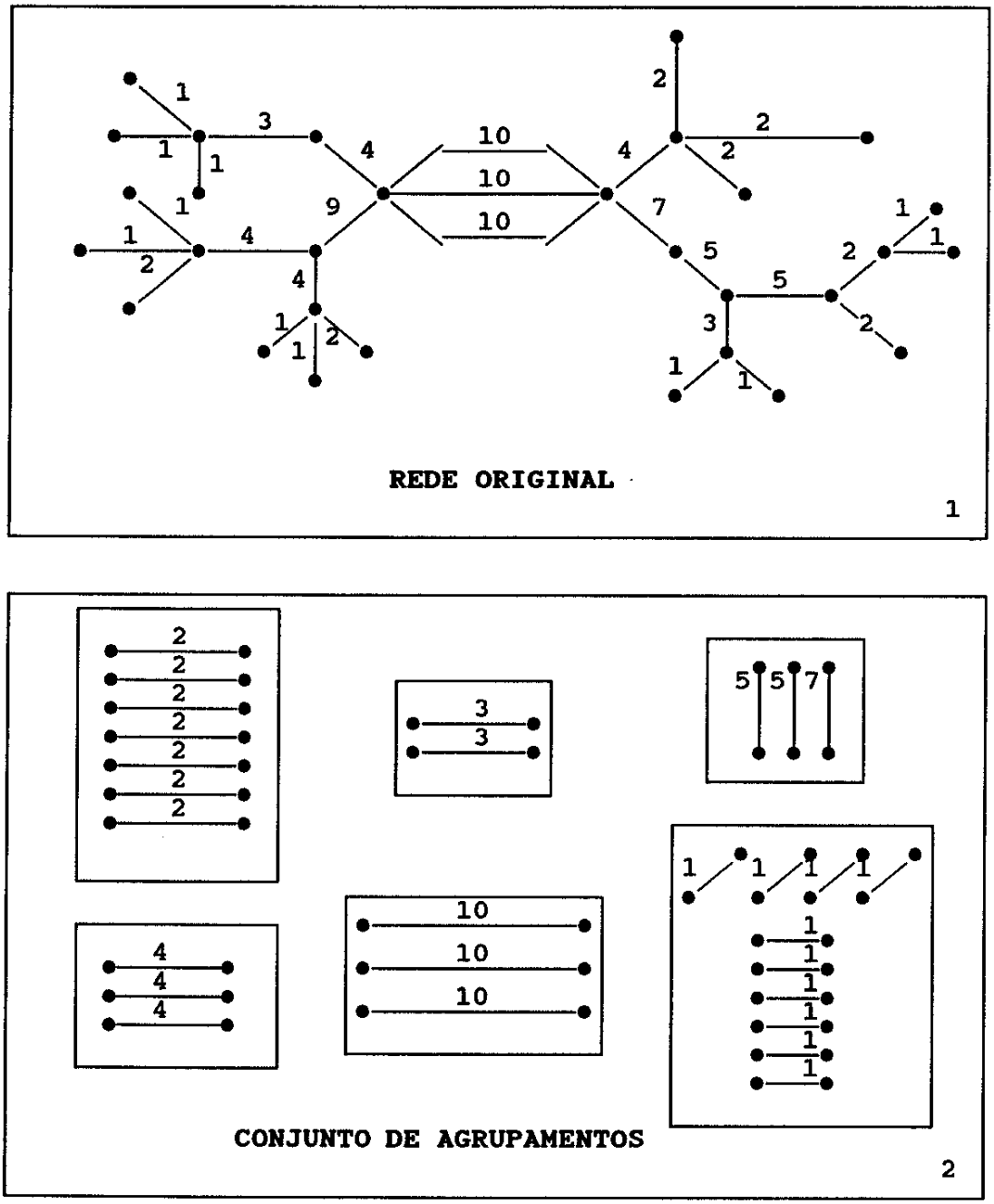


Figura 3: Rede original (1) e conjunto de agrupamentos (2).

2.5 - Esforço Computacional

A comparação a seguir, foi efetuada tomando por base os modelos anteriormente descritos quais sejam: Hiato de Capacidade, Avaliação de "Schedule", Alocação de Frota e finalmente o Modelo Proposto.

No Quadro 6 são demonstrados os parâmetros considerados na elaboração dos diversos modelos. Note-se que no modelo proposto alguns parâmetros são suprimidos trabalhando-se somente com o tipo do veículo, os agrupamentos reunindo os arcos da rede original e o número de anos do período de planejamento.

O Quadro 7 mostra os dados considerados para cinco problemas-exemplo onde se deseja elaborar um planejamento de frota de curto-médio prazos.

O Quadro 8 foi montado com os dados descritos no Quadro 7. Os números foram obtidos através do produto entre os quantitativos do Quadro 7 respeitando os parâmetros específicos de cada modelo. Por exemplo: para o exemplo 1, considerando o modelo de avaliação de "Schedule", tem-se o seguinte produto: 5 (veículos) x 10 (motoristas) x 24 (horas) x 7 (dias) x 12 (meses) x 5 (anos) x 100 (arcos da rede) x 20 (rotas) = 100.800.000 variáveis. Para o modelo proposto foram considerados dez agrupamentos, obtidos após a aplicação do algoritmo.

QUADRO 6: Parâmetros considerados pelos diversos modelos.

	MODELOS			
PARÂMETROS	**1**	**2**	**3**	**4**
VEÍCULO	X	X	X	X
MOTORISTA	-	X	-	-
HORA	-	X	-	-
DIA	-	X	X	-
MÊS	-	X	X	-
ANO	X	X	X	X
ARCOS DA REDE	-	X	X	X
ROTA	-	X	X	-

1- Hiato de Capacidade;
2- Avaliação de "Schedule";
3- Alocação de Frota;
4- Modelo Proposto.

QUADRO 7: Parâmetros considerados pelos modelos para efeito de cálculo do número de combinações possíveis.

EXEMPLOS	VEÍC.[1]	MOT.[2]	HORA[3]	DIA[4]	MÊS[5]	ANOS[6]	A.R.[7]	ROTA[8]
A	5	10	24	7	12	5	100	20
B	10	20	24	7	12	8	200	40
C	20	40	24	7	12	10	400	80
D	100	200	24	7	12	10	800	160
E	200	400	24	7	12	10	1000	320

1-Veículos;
2-Motoristas;
3-Horas do dia;
4-Dias da semana;
5-Meses do ano;
6-Anos de análise;
7-Quantidade de arcos da análise;
8-Rotas.

Desta forma, para o cálculo do exemplo A, tem-se o produto entre 5 (cinco) veículos, 5 (cinco) anos e 10 (dez) agrupamentos reunindo os 100 (cem) arcos da rede. Raciocínio análogo se aplica aos exemplos B, C, D e E, do Quadro 7.

O Quadro 9 apresenta uma comparação entre os tempos necessários para o processamento dos diversos modelos.

As vantagens potenciais do emprego do modelo proposto se evidenciam na medida em que é realizada uma redução drástica na dimensão do modelo em comparação aos existentes.

QUADRO 8: Dimensão alcançada pelos diversos modelos empregando programação matemática.

	MODELOS		
EXEMPLOS	AV. DE "SC"[1]	A.FTA.[2]	MOD.PRO.[3]
A	1.0 E09	4.0E06	250
B	3.0 E10	5.0E07	400
C	5.0 E11	5.0E08	500
D	5.0 E13	1.0E10	500
E	5.0 E14	5.0E10	500

1- Avaliação de "Schedule";

2- Alocação de Frota;

3- Modelo Proposto.

QUADRO 9: Tempos de processamento para os diversos modelos (base 100).

MODELOS	TEMPO DE PROCESSAMENTO
HIATO DE CAPACIDADE	1
AVALIAÇÃO DE "SCHEDULE"	100
ALOCAÇÃO DE FROTA	50
MODELO PROPOSTO	5

O aspecto mais importante, advindo desta redução, reside na possibilidade de se utilizar microcomputadores na obtenção dos resultados.

Abre-se assim, a possibilidade de realização da análise por parte de um número maior de empresas, empresas estas, em sua grande maioria desprovidas de pessoal técnico altamente especializado e equipamento de processamento de grande porte, elementos anteriormente imprescindíveis à realização da análise.

CAPÍTULO III

O MODELO PROPOSTO

3.1 - Considerações Iniciais

O modelo aqui descrito, apresenta uma abordagem analítica do problema de planejamento de frota de veículos aplicado ao transporte rodoviário de cargas e consiste na utilização integrada de duas técnicas matemáticas: **Agrupamento Estatístico Multivariado**[24,25,26,27,28,29,30] e **Programação Linear**[31,32,33,34].

Os arcos de uma rede rodoviária de transportes (bloco 1 da Figura 4) são descritos pelas variáveis: tarifa cobrada pelo serviço de transporte no arco (US$/t.km), comprimento do arco (km) e carga transportada (t); são reunidos em agrupamentos, através do emprego de algoritmo (bloco 2 da Figura 4) pertencente à teoria da Análise Estatística Multivariada.

A Figura 4, a seguir, representa uma visão macro do modelo proposto.

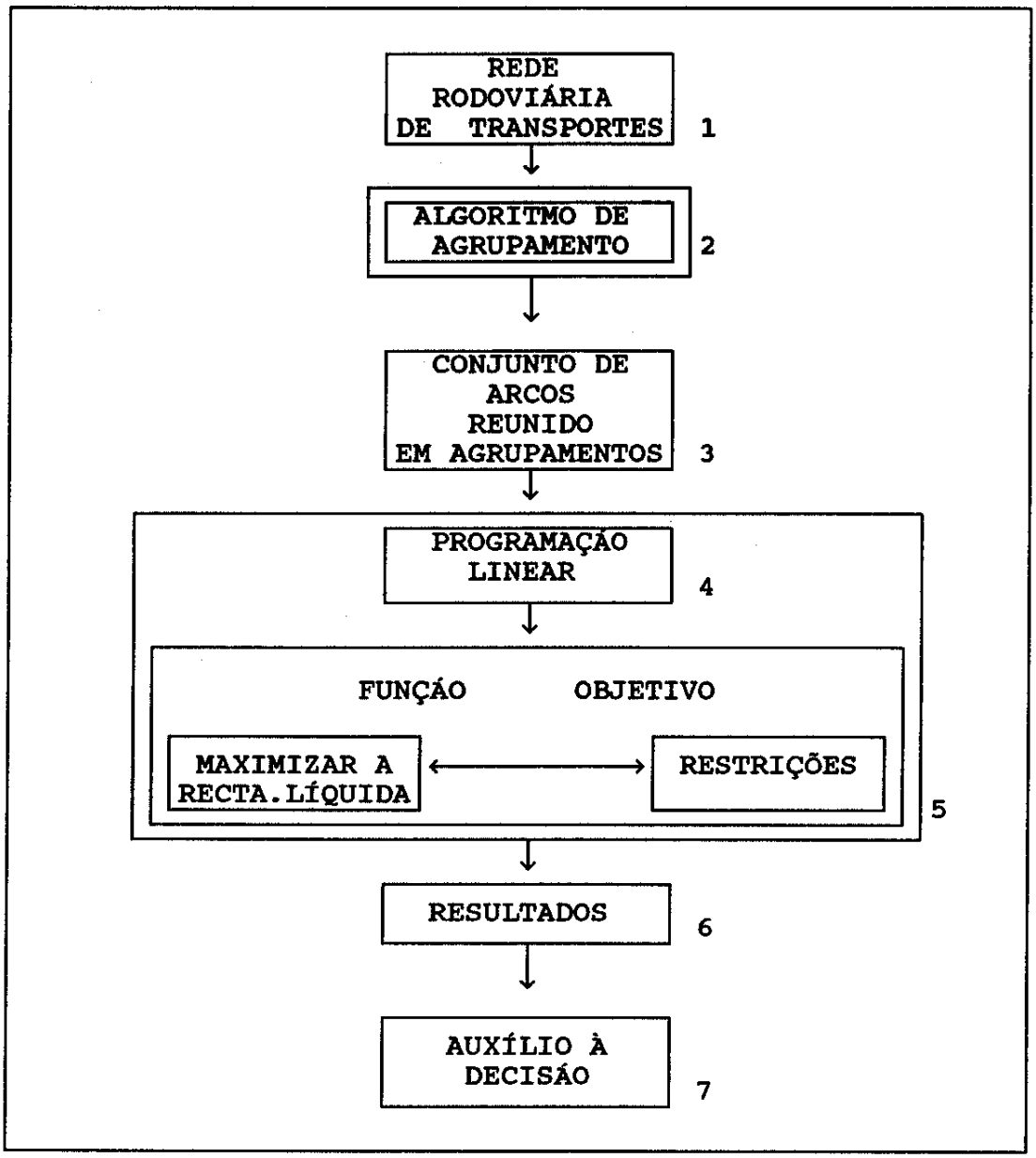


Figura 4: Visão macro do modelo proposto.

Os agrupamentos obtidos conterão os arcos possuidores de maior similaridade entre si. O objetivo é reduzir as dimensões do problema de otimização combinatória a fim de que o processamento necessário possa ser realizado em equipamentos da linha **PC/XT/AT** e compatíveis.

As equações do problema de otimização combinatória envolvendo multiparametrização e multiperiodicidade são então formuladas com o emprego de técnicas de **Programação Linear** (bloco 4 da Figura 4), com o estabelecimento de uma **Função Objetivo** que maximiza a **Receita Líquida** de uma empresa operadora do Transporte Rodoviário de Cargas, submetido a duas **Restrições** de ordem operacional:

a- capacidade de transporte e fator de ocupação;

b- utilização horária anual dos veículos.

juntamente com uma equação de continuidade de frota.

Os **resultados obtidos** (bloco 6 da Figura 4), são en- tão analisados, com a possibilidade de execução de novos processamentos, em face das eventuais mudanças ou flutuações de mercado, com precisão, rapidez, confiabilidade e baixo custo, o que resulta em poderosa ferramenta para **auxílio à tomada de decisão** (bloco 7 da Figura 4), por parte de um gerente de frota de uma empresa operadora do transporte rodoviário de cargas.

Este capítulo realiza uma descrição conceitual do modelo proposto e está dividido em duas partes. A primeira está relacionada à **Análise Estatística Multivariada**, à definição de seus elementos básicos, bem como ao algoritmo utilizado para o agrupamento.

A segunda parte compreende a teoria do Método de Programação Linear bem como as equações do modelo de otimização proposto: função objetivo, restrições e equação de continuidade.

3.2 - Análise Estatística Multivariada

A teoria da **Análise Estatística Multivariada** teve sua origem[26] nos anos 30. Sua utilização àquela época, entretanto, era extremamente dispendiosa, dado o volume de cálculos necessários mesmo em aplicações mais simples, necessitando do emprego direto de imensos recursos humanos e materiais.

Para se obter os possíveis agrupamentos, a partir de um conjunto de amostras, sem o emprego do com- putador, eram exigidas semanas e até meses de trabalho de equipes inteiras de profissionais[23].

Pode-se identificar os seguintes objetivos como os principais na utilização de técnicas da **Análise Estatística Multivariada:**

a- <u>Redução de volume dos dados ou simplificação estrutural</u> - busca-se uma representação simplificada para o fenômeno em estudo sem que se sacrifiquem informações valiosas na esperança de tornar a interpretação menos

complexa;

b- Ordenação e agrupamento - agrupamentos criados baseados em medidas comuns dos elementos em seu interior;

c- Investigação sobre interdependência entre variáveis- busca-se conhecer a natureza do relacionamento entre as variáveis, se estas são mutuamente independentes ou dependentes entre si;

d- Predições - investigar possíveis relacionamentos entre variáveis na tentativa de se realizar predições dos valores de uma ou mais variáveis;

e- Construção de hipóteses e testes - realizados na intenção de validar, reforçar ou estabelecer suposições;

f- Identificação de aberrações amostrais - facilidade na deteção de aberrações amostrais ou "outliers".

Os itens a e b, se constituem no escopo principal desta metodologia ou seja: reunir objetos similares em agrupamentos, tendo por base medidas comuns.

Provavelmente o primeiro emprego real da Análise Estatística Multivariada, na área de transportes, aconteceu nos EUA para o mercado aéreo doméstico de pas-

sageiros, mais precisamente, nas análises elaboradas a partir da década de 1960, no *Flight Transportation Laboratory* - FTL, do *Massachusetts Institute of Technology*, MIT.

Os arcos pertencentes a uma rede de transportes aéreos, classificados pelos atributos comprimento do arco (001-485, 486-805 e 806-1500 quilômetros) e demanda em número de passageiros (0001-1500 passageiros e 1501-3000 passageiros), foram distribuídos em agrupamentos[23] comprimento-demanda como mostra o Quadro 10 a seguir.

QUADRO 10: Agrupamentos obtidos com o estabelecimento de limites para os atributos: demanda e comprimento.

DEMANDA (NO. DE PASSAGEIROS)	COMPRIMENTO DO ARCO (KM)		
	001-485	486-805	806-1.500
0001-1500	120	150	190
1501-3000	100	200	80

Fonte: Referência 23.

A razão básica para o uso desta abordagem à época, era que a redução obtida nas dimensões do problema representa uma economia na utilização de tempo e recursos computacionais em comparação à análise realizada anteriormente, considerando as informações detalhadas.

As coordenadas no espaço $\mathbb{R}^n$ representam as variáveis caracterizadoras dos Elementos Multivariados (EM's). Desta forma, os pontos no espaço, representando efetivamente os EM's são envolvidos por uma estrutura n-dimensional apresentando subdivisões, denominadas agrupamentos. Esta estrutura assume a forma de uma grade para duas variáveis (Figura 5), ou uma figura poliédrica, normalmente um cubo (Figura 7), para três variáveis.

Os agrupamentos obtidos por este processo, não refletem necessariamente um alto grau de semelhança para os EM's em seu interior, uma vez que o critério básico para o agrupamento não considera uma medida de proximidade entre os EM's sendo agrupados.

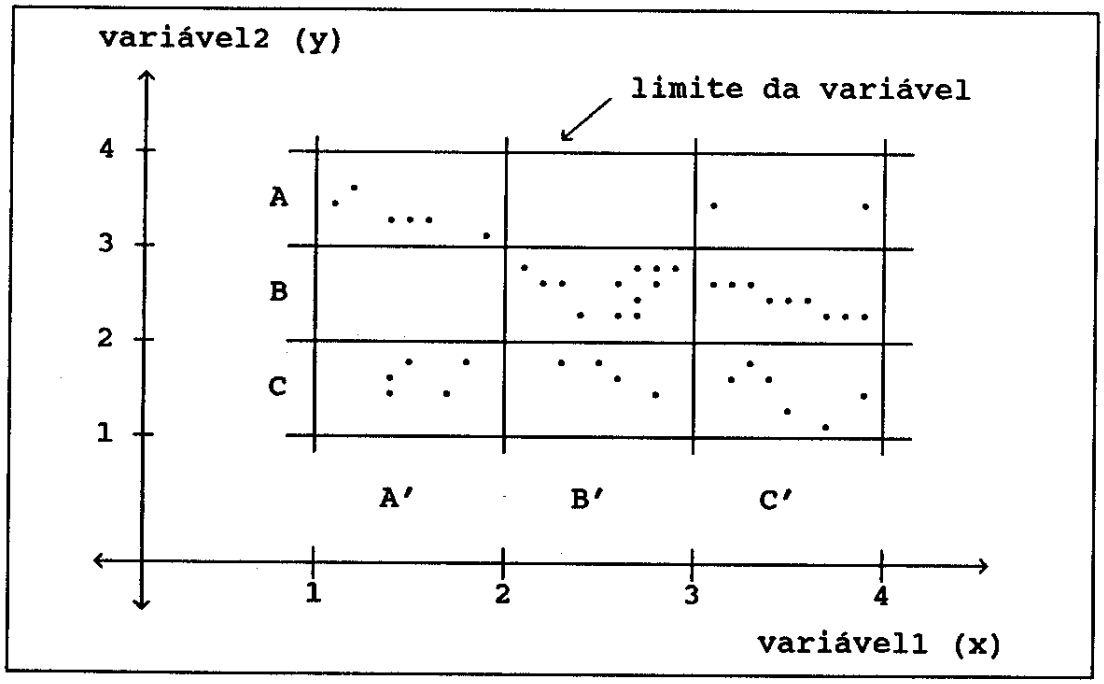


Figura 5: Estrutura em forma de grade, reunindo os EM's, arcos de uma rede de transporte.

Pode-se observar que, neste caso, além da possível ocorrência de agrupamentos vazios, os limites dos intervalos não se interceptam. Isto evita que um elemento multivariado pertença a dois agrupamentos simultaneamente.

Considerando-se três variáveis para os arcos (comprimento, freqüência ofertada e demanda verificada), com divisão, a princípio, nas categorias pequena, média e alta. Tem-se a formação de $3^3 = 27$ agrupamentos.

A título de exemplo[23] o Quadro 11, a seguir, mostra a tabela com as categorias pequena, média e baixa, e os limites superior e inferior considerados para os intervalos escalares das variáveis.

QUADRO 11: Agrupamentos obtidos tomando por base os atributos comprimento do arco (km), freqüência (viagens/sem) e demanda (número de passageiros), nas categorias pequena, média e grande.

	VARIÁVEIS		
CATEGORIA	COMPRIMENTO (km)	FREQÜÊNCIA (viagens/sem)	DEMANDA (no.passagrs.)
PEQUENA	1.370	14	2.000
MÉDIA	1.371-2.580	15-28	2.001-4.000
GRANDE	≥ 2.581	≥ 29	≥ 4.001

Fonte: Referência 23.

Os pontos no espaço tridimensional da Figura 6 com

os eixos x, y e z para o comprimento do arco, a freqüência ofertada no arco e a demanda verificada, respectivamente, representam os arcos de uma rede rodoviária de transporte.

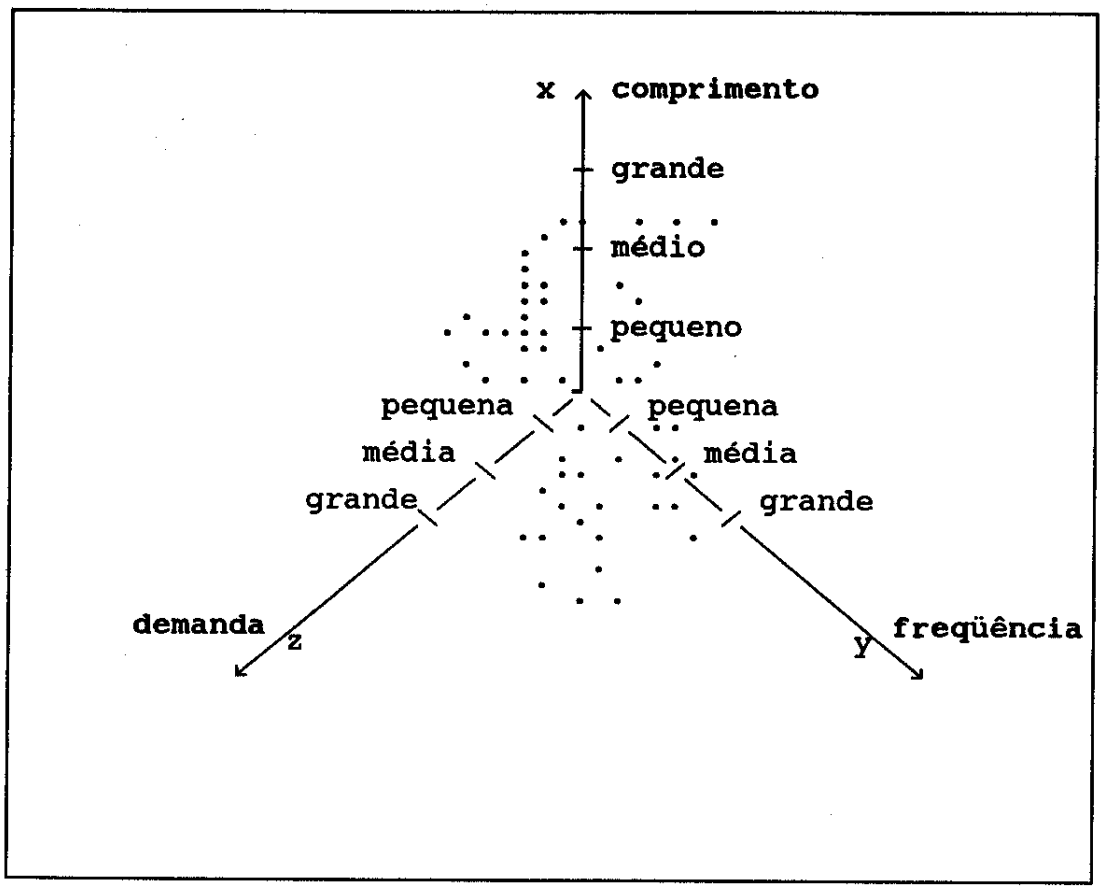


Figura 6: Arcos no espaço caracterizados por: x = comprimento do arco (km), y = freqüência (viagens/semana) e z = demanda (número de passageiros).

A Figura 7, a seguir, mostra o gráfico obtido no espaço tridimensional com a superposição do cubo formado pelos limites superiores e inferiores das variáveis consideradas no Quadro 11.

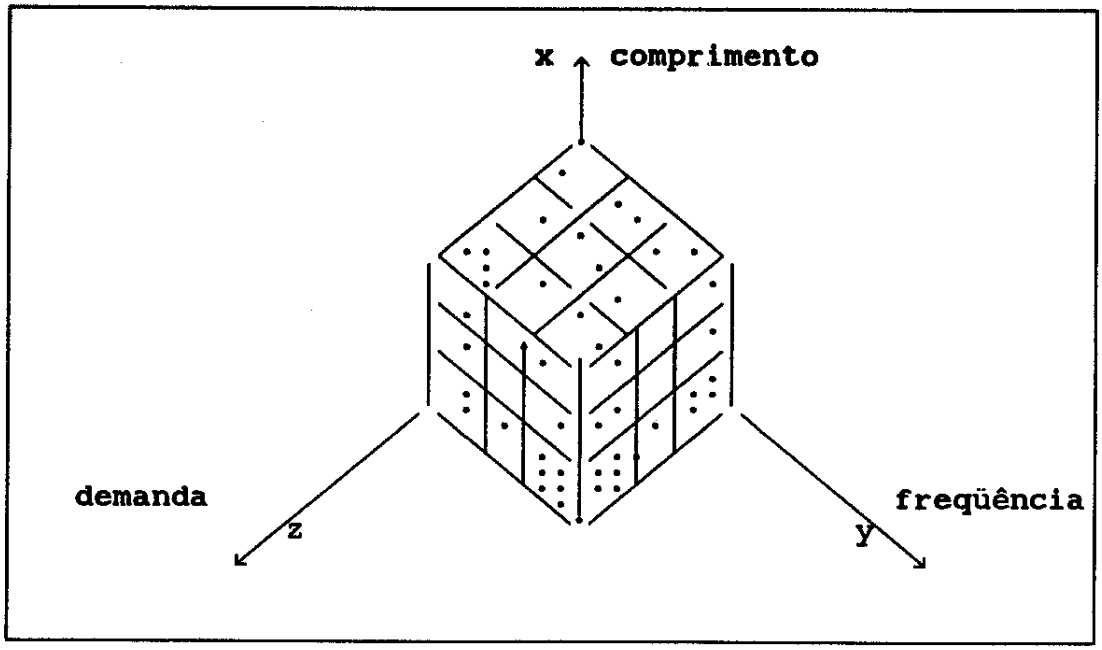


Figura 7: Estrutura em forma de cubo representando os agrupamentos obtidos para três atributos.

A configuração de agrupamentos em grade possui, entretanto, alguns inconvenientes[23]:

a- <u>alto grau de subjetividade</u> - o estabelecimento dos limites superior e inferior para as variáveis depende exclusivamente do analista, aumentando a possibilidade do surgimento de desvios e incorreções;

b- <u>não observância de interrelacionamento entre variáveis</u> - a abordagem ignora associações estatísticas importantes entre as variáveis, como ocorre, por exemplo, entre a demanda por transporte e a freqüência de viagens ofertada.

O particionamento por este método depende, fundamentalmente, da participação acurada do analista, com sua experiência e habilidade em interpretar os dados e definir corretamente os agrupamentos.

A técnica de redução dos conjuntos de dados por emprego de técnicas de análise estatística multivariada sofreu um grande aperfeiçoamento nos últimos dez anos[23], como resultado direto do surgimento do microcomputador e da popularização do seu uso, sendo hoje bastante empregada nos EUA em análises de planejamento de frota elaboradas para o mercado de transporte de passageiros[23].

3.2.1 - Definições Básicas

Elemento multivariado, EM, é a denominação recebida pelo vetor de variáveis ou observações relativas à um caso.

Uma rede rodoviária de transportes se constitui em um exemplo de um conjunto de EM's com cada arco representando um EM caracterizado pelas seguintes variáveis, acompanhadas de suas respectivas unidades: comprimento do arco (km), carga transportada no arco (t), freqüência mensal oferecida pelo transportador e tarifa cobrada pelo serviço de transporte no arco (US$/t.km).

O conjunto de EM's e seus respectivos vetores de dados ou observações formam uma matriz (n x d) de n elementos, por d variáveis como mostra a Figura 8.

$$\begin{array}{cc} & \text{variáveis} \\ & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & \dots & d \end{array} \\ \text{elementos} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n \end{array} & \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & & x_{1d} \\ x_{21} & x_{22} & & x_{2d} \\ \vdots & & & \vdots \\ x_{n1} & & & x_{nd} \end{pmatrix} \end{array}$$

Figura 8: Matriz n x d de n elementos por d variáveis formada pelo conjunto de elementos multivariados.

A distância entre os EM's é obtida através do cálculo da distância Euclideana clássica[23].

Considerando o ponto $P = (x_1, x_2)$ no plano, a distância $d(O,P)$, entre P e a origem $O = (0,0)$ é dada por:

$$d(O,P) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \qquad (1)$$

Generalizando, se o ponto P possui p coordenadas de maneira que $P = (x_1, x_2, \dots, x_p)$, a distância em linha reta do ponto P em relação à origem $O = (0, 0, \dots, 0)$ é dada por:

$$d(O,P) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \ldots, x_p^2} \qquad (2)$$

Portanto, todos os pontos $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ encontrados a partir de uma distância c^2 da origem, satisfazem à equação:

$$d^2(O,P) = x_1^2 + x_2^2 + \ldots, x_p^2 = c^2 \qquad (3)$$

Equação da hiperesfera formada pelos pontos equidistantes da origem, um círculo, caso p=3 (tridimensional). No hiperespaço, onde se localiza o conjunto de elementos multivariados, cada variável seria uma dimensão.

Considerando as coordenadas de duas observações p-dimensionais:

$$X = [x_1, x_2, x_3, \ldots, x_p]$$

$$Y = [y_1, y_2, y_3, \ldots, y_p]$$

Tem-se, para o cálculo da distância Euclideana, a seguinte fórmula:

$$d\ (X,Y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \ldots + (x_p - y_p)^2} \qquad (4)$$

3.3 - O Processo de Agrupamento Estatístico

A determinação dos melhores agrupamentos para estudo deve incluir, a princípio, o conhecimento acumulado pelo analista sobre o assunto, porém esta determinação nem sempre se revela um trabalho trivial.

Para se demonstrar a complexidade inerente à tarefa de definir os agrupamentos a partir de um conjunto limitado de EM's, tome-se, por exemplo, o conjunto formado por 16 arcos de uma rede de transportes rodoviários de cargas.

O número de maneiras de se organizar os n arcos em k agrupamentos não vazios e de diferentes tamanhos é dado pela **expressão de Stirling**[25] (5):

$$N_k^n = (1 / k!) \sum_{\ell=0}^{k} (- 1)^{k - \ell} \binom{k}{\ell} \ell^n \qquad (5)$$

Onde:

N_k^n = número de maneiras de se organizar os n arcos em k agrupamentos não vazios e de diferentes tamanhos;

k = número de agrupamentos não vazios;

n = número de EM's.

Aplicando-se a expressão (5), verifica-se inicialmente, o que é óbvio, a existência de uma maneira de agrupar estes arcos formando um agrupamento de 16 elementos, porém, para dois agrupamentos (de tamanhos diferentes), este número se eleva para 36.767 maneiras, para três agrupamentos, de tamanhos diferentes, tem-se 7.141.686 maneiras, e assim por diante.

Pode-se considerar inviável, do ponto de vista operacional, dada a dimensão, em geral, alcançada pelos problemas, a determinação pelo ser humano dos melhores agrupamentos partindo de uma lista de todas as combinações possíveis.

Apesar de o ser humano possuir a habilidade natural de agrupar elementos a partir da representação deles em gráficos bi e tridimensionais, esta habilidade se revela inócua em situações mais complexas, envolvendo elementos representados por mais de três variáveis em gráficos *n* dimensionais.

Torna-se imprescindível, desta forma, a utilização de algoritmos implementados em computador que formem os agrupamentos adequados auxiliando à pesquisa e interpretação para cada caso em estudo. O algoritmo utilizado neste trabalho é o Algoritmo Híbrido de Agrupamento[23] e sua descrição consta no item 3.3.3 deste capítulo.

3.3.1 - Tratamento Estatístico dos Dados

É necessário, quando se estiver tratando de um conjunto de EM's cujas medições de variáveis sejam efetuadas com diferentes escalas, realizar um tratamento estatístico nos dados, padronizando-os, de modo a impedir que a disparidade escalar influencie no cálculo da distância euclideana (3.2.1) entre eles.

Considerando a seguinte matriz de dados, relativa aos arcos de uma rede rodoviária de transporte de cargas, juntamente com as distâncias euclideanas calculadas entre eles, tem-se o Quadro 12 a seguir.

QUADRO 12: Matriz de dados relativos aos arcos de uma rede rodoviária de transporte de cargas.

	V1[1]	V2[2]	Distâncias A[3]				Distâncias B[4]			
ARCOS			A	B	C	D	A	B	C	D
A	26	50	00.0	15.3	44.1	40.3	0.0	1.6	0.1	2.8
B	29	65	15.3	00.0	59.0	55.0	1.0	0.0	0.0	2.1
C	29	6	44.1	59.0	00.0	4.5	2.0	2.0	0.0	1.0
D	31	10	40.3	55.0	4.5	00.0	2.0	2.1	0.0	0.0

1- Variável V1;

2- Variável V2;

3- Distâncias não padronizadas;

4- Distâncias padronizadas.

Para se obter as distâncias padronizadas multiplica-se os valores das observações pelo inverso da variância[27], variância esta, calculada conforme expressão (6).

$$s^2(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \qquad (6)$$

Onde:

n = número de elementos da amostra;

x_i = valor do i-ésimo elemento da amostra;

$\bar{x}$ = média da amostra.

Aplicando-se a expressão (6) tem-se:

$$s^2(V1) = \frac{1}{3} [26^2+29^2+29^2+31^2 - \frac{1}{4} (26 +29 +29 +31)^2] = 4.25$$

Pelo mesmo cálculo, a variância para a segunda variável, V2, é 857, arredondando tem-se os pesos: P1=1/4 e P2=1/900, multiplicadores dos valores das variáveis V1 e V2 respectivamente.

Em seguida, realiza-se o cálculo da distância euclideana, agora com a devida padronização.

Assim, a nova distância entre os arcos A e C, D(A,C) seria (7):

$$D(A,C) = \sqrt{\left[\frac{1}{4}(26-29)^2 + \frac{1}{900}(50-6)^2\right]} \qquad (7)$$

$$D(A,C) = 2.09788 \cong 2.1$$

Os gráficos da Figura 9, a seguir, mostram a diferença na localização espacial dos pontos considerando medidas não padronizadas (G1) e padronizadas (G2).

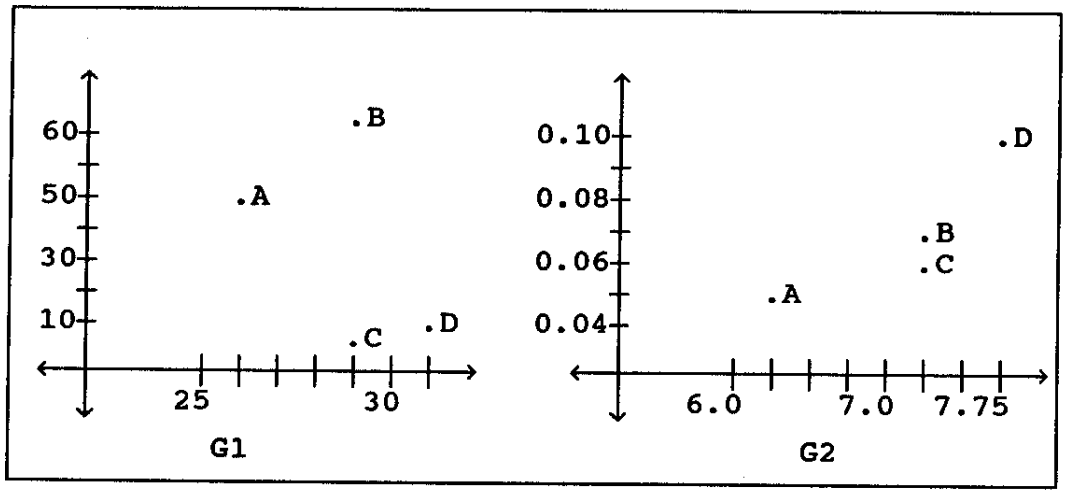


Figura 9: Arcos da rede rodoviária no espaço segundo as variáveis V1 e V2 consideradas sem padronização (G1), e com padronização (G2).

A análise da Figura 9 revela a importância do tratamento estatístico dos dados como fase anterior ao processo de agrupamento estatístico multivariado.

Caso os dados fossem considerados sem padronização o risco de se obter agrupamentos não representativos seria muito maior.

3.3.2 - Técnicas de Agrupamento

Pode-se identificar três classes principais de técnicas de agrupamento estatístico[24,25,26,27,28,29,26]: a **Hierárquica**, a **Não-Hierárquica** e as **Técnicas Gráficas**.

As Técnicas Hierárquicas executam o agrupamento de duas formas: através de uniões sucessivas ou no caminho inverso, isto é, através de divisões sucessivas. A característica comum entre as duas é que ambas necessitam de uma matriz de distâncias ou similaridades entre os EM's, além disto, ambas terminam por proporcionar ao analista uma visão global do processo com o desenho do **dendrograma** ou árvore de agrupamentos.

As técnicas que executam o agrupamento através de uniões sucessivas, dentre as quais se inclui o Algoritmo de Agrupamento por Ligação Única (3.3.3.2), de importância para este estudo, são denominadas **Técnicas Hierárquicas Aglomerativas**. Nestas técnicas o procedimento de agrupamento se inicia considerando o conjunto original de EM's como o conjunto de agrupamentos. Os EM's mais similares

entre si são reunidos em agrupamentos e estes agrupamentos, por sua vez, são sucessivamente reunidos até que reste apenas um agrupamento final englobando todos os EM's.

As **Técnicas Hierárquicas Divisionais**[25,26,27,28,29,26], porém, trabalham no sentido inverso, ou seja, a partir de um único agrupamento englobando todos os elementos do conjunto de EM's iniciais, são executadas divisões sucessivas, até que o resultado final do processo seja o posicionamento de cada objeto em um agrupamento.

Recebem a denominação de **Técnicas Não-Hierárquicas de Agrupamento**[25,26,27,28,29,26], aquelas determinadas para agrupar itens em k agrupamentos.

Isto equivale a dizer que elas se prestam à execução do agrupamento considerando os EM's e as medições de suas variáveis.

Os métodos não-hierárquicos podem ser inicializados de duas formas: a primeira delas através de uma partição inicial dos EM's em grupos, a segunda forma com utilização de pontos-semente constituindo em primeira instância os núcleos, ou centróides dos agrupamentos.

O algoritmo não-hierárquico utilizado neste tra-

balho foi aquele denominado "k-means" e será abordado mais detalhadamente no item 3.3.3.1 deste capítulo.

As Técnicas Gráficas[25,26,27,28,29,26] muitas vezes podem se revelar uma excelente metodologia de agrupamento. Caso o EM possua somente duas variáveis mensuráveis não será difícil representá-lo graficamente, utilizando para tanto gráficos bidimensionais. Entretanto, para observações multivariadas, ou seja, envolvendo mais de duas variáveis, a situação se torna mais complexa. As principais técnicas propostas para se solucionar este problema estão relatadas a seguir:

a- Representação em Estrelas - com cada raio da estrela representando uma medição distinta das variáveis;

b- Gráficos de Andrew - com séries de Fourier;

c- Faces de Chernoff - a partir do estabelecimento de correspondência entre as variações de escala das variáveis consideradas e traços fisionômicos humanos, é possível obter representações gráficas. A observação de tais representações gráficas e o agrupamento das semelhantes entre si, constitui um método factível.

A relevância para a Análise Estatística Multivariada de alguns fatores, como precisão matemática e ra-

pidez de resposta, aliados à possibilidade de emprego de computadores, transformaram estes métodos, exclusivamente gráficos, em métodos de importância secundária.

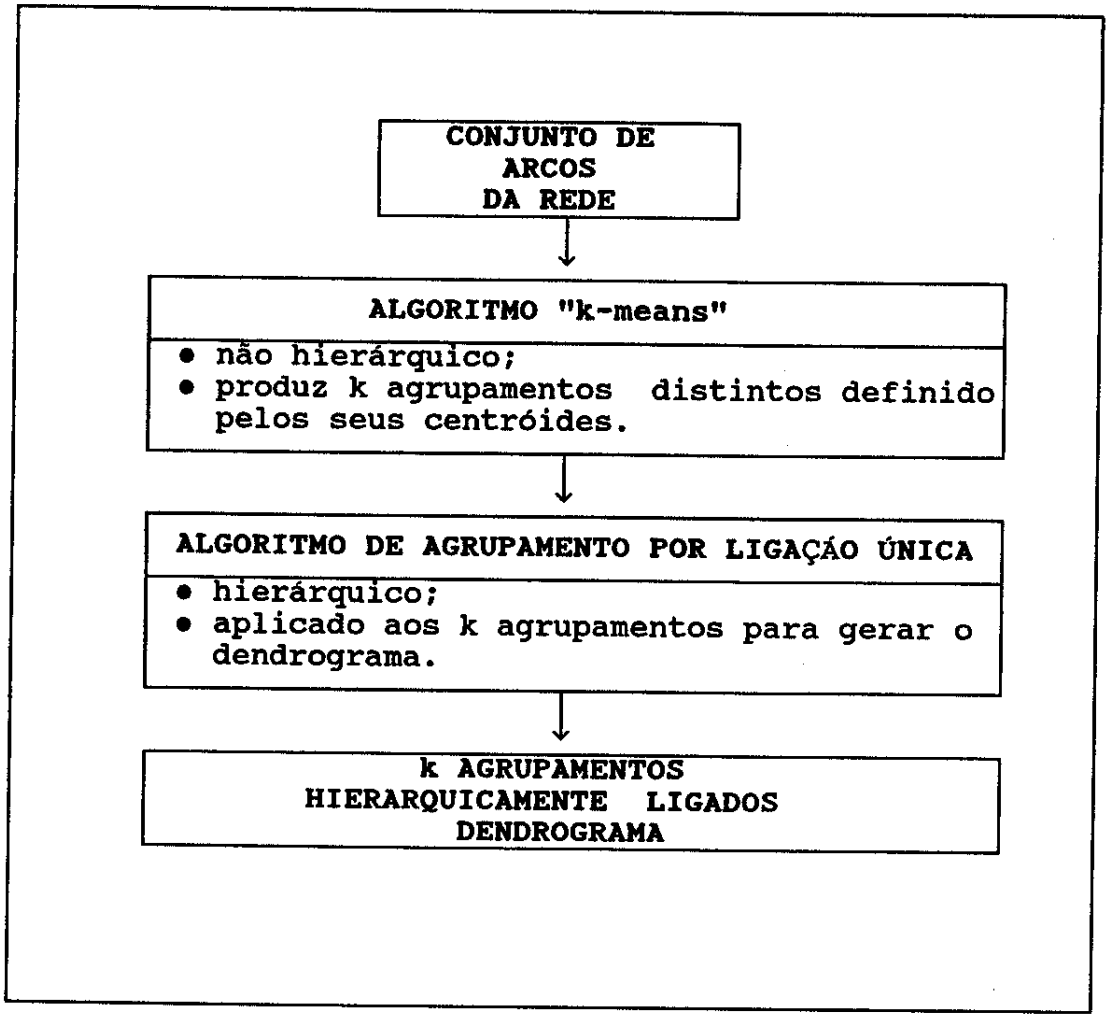
3.3.3 - Algoritmo Híbrido de Agrupamento

O **Algoritmo Híbrido de Agrupamento**[23] (Figura 10) realiza o agrupamento de EM's, pelo uso integrado de duas técnicas: o **Algoritmo "k-means"**[24], e o **Algoritmo de Agrupamento por Ligação-única**[25], respectivamente técnicas de agrupamento não-hierárquica e hierárquica.

O processo se inicia com a aplicação do **Algoritmo "k-means"** obtendo-se como resultado k agrupamentos reunindo os arcos da rede similares entre si.

Em seguida, o **Algoritmo de Agrupamento por Ligação Única** é empregado obtendo-se o dendrograma ou diagrama em forma de árvore mostrando os níveis onde são realizados os agrupamentos.

Dendrograma é uma palavra derivada de um vocábulo pertencente à língua inglesa: "dendrogram", por sua vez obtido pela reunião de dois radicais de origem grega: *dendrós*, significando árvore; e *gramma* significando "o que está escrito".



Fonte: Referência 23.

Figura 10: Algoritmo Híbrido de Agrupamento.

3.3.3.1 - Algoritmo de Agrupamento "k-means"

O termo "k-means" foi proposto[24] em 1967 para denominar o algoritmo idealizado com o objetivo de reunir EM's em agrupamentos.

A idéia básica deste algoritmo é alocar os EM's no agrupamento possuidor de centróide (média aritmética) mais próximo, utilizando para tanto a medida euclideana de distância (ver item 3.2.1).

As coordenadas do centróide representam a média aritmética entre os valores das variáveis caracterizadoras dos EM's pertencentes à um agrupamento.

Para que a disparidade entre os valores das variáveis não influencie no cálculo da medida euclideana é realizado inicialmente um tratamento estatístico dos dados com uma padronização (item 3.3.1) dos valores das variáveis.

Cada EM, arco de uma rede rodoviária de transportes, pertence a exatamente um agrupamento, e nenhum agrupamento está vazio.

A expressão[23] (8), a seguir, fornece o número k de agrupamentos a serem considerados como ponto de partida no processo de agrupamento.

$$k \geq n^{0.3} \tag{8}$$

Onde:

k = número de agrupamentos;

n = número de EM's sendo agrupados;

0.3 = constante empírica.

O algoritmo se compõe das seguintes fases:

1- Distribuir os EM's em k agrupamentos iniciais;

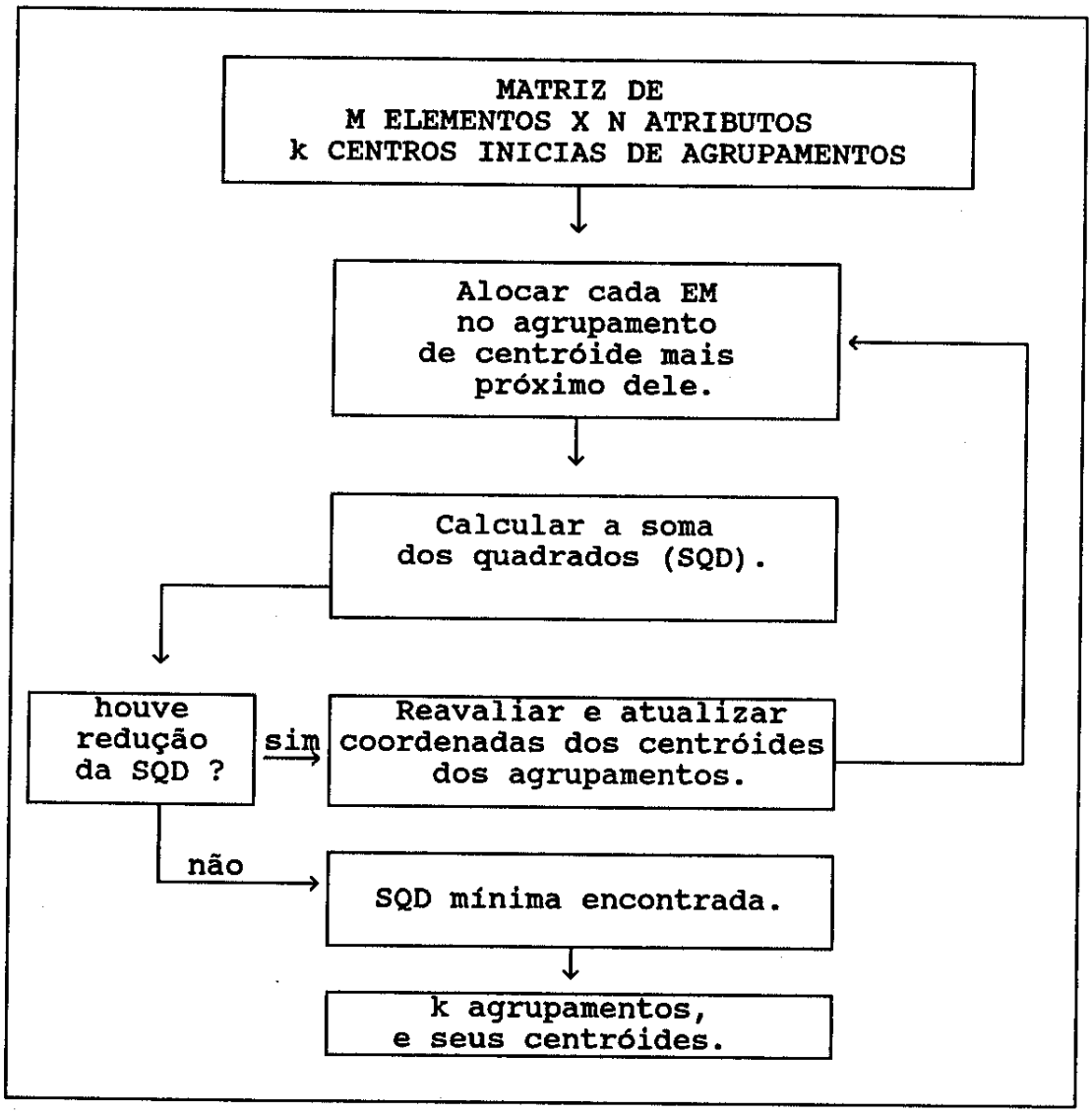
2- Alocar cada EM no agrupamento possuidor de centróide mais próximo. Calcular a soma do quadrado da distância, SQD, entre o centróide (média aritmética) e os EM's através do emprego da medida Euclideana de distância (item 3.2.1), para, em seguida, alocá-los no agrupamento cujo centróide (média aritmética) esteja mais próximo;

3- Recalcular as coordenadas do centróide (média aritmética) do agrupamento receptor do EM, assim como as coordenadas do centróide do agrupamento do qual o elemento foi retirado;

4- Repetir o passo 2 até que não se verifique nenhuma outra diminuição na soma do quadrado das distâncias,

SQD, entre os elementos de um agrupamento e o centróide do mesmo agrupamento.

Experiências realizadas[23] demonstram que o maior número de mudanças acontece durante o passo inicial do algoritmo "k-means". A Figura 11, a seguir, ilustra o procedimento proposto pelo algoritmo "k-means".



Fonte: Referência 24.

Figura 11: Algoritmo de agrupamento "k-means".

Como forma de explicar melhor o processo, o seguinte exemplo é resolvido: deseja-se reunir quatro arcos: A, B, C e D de uma rede rodoviária de transportes em dois agrupamentos (k=2) de maneira tal que, os arcos pertencentes a um agrupamento, por estarem mais próximos entre si, reflitam uma maior similaridade, do que aqueles pertencentes aos outros agrupamentos. Dispõe-se para tanto das medições das variáveis V1 e V2.

Os números listados no Quadro 13, a seguir, representam as medições em escala das variáveis V1 e V2 dos arcos da rede exemplo.

QUADRO 13: Dados utilizados na resolução do exemplo de aplicação do algoritmo "k-means".

	VARIÁVEL	
ARCO	**V1**	**V2**
A	5	3
B	-1	1
C	1	-2
D	-3	-2

A Figura 12 mostra a localização dos pontos no espaço representando os arcos da rede rodoviária de transportes.

O passo inicial na execução do algoritmo k-means,

é dividir os EM's, distribuindo-os arbitrariamente nos agrupamentos, (AB) e (CD). Calcula-se, em seguida, as coordenadas, $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, do centróide do agrupamento, que vem a ser justamente a média entre as coordenadas das variáveis consideradas.

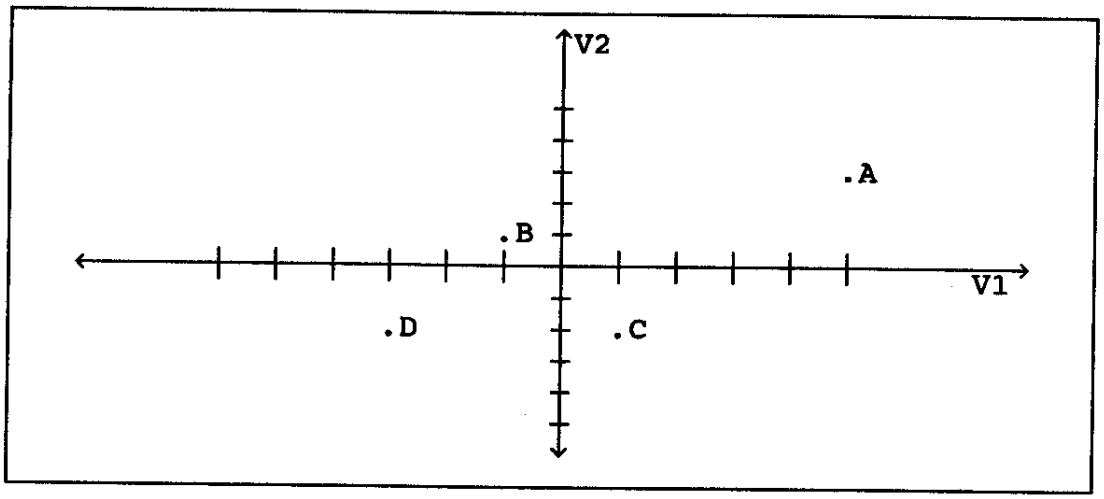


Figura 12: Pontos no espaço representando os arcos A, B, C e D, da rede exemplo.

O Quadro 14, ilustra o resultado do cálculo das coordenadas do centróide para os dois agrupamentos.

QUADRO 14: Coordenadas do centróide para os dois agrupamentos.

	Coordenadas do Centróide			
AGRUPAMENTO	**CÁLCULO**	$\bar{x}_1$	**CÁLCULO**	$\bar{x}_2$
(AB)	$\frac{5 + (-1)}{2}$	$= 2$	$\frac{3 + 1}{2}$	$= 2$
(CD)	$\frac{1 + (-3)}{2}$	$= -1$	$\frac{-2 + (-2)}{2}$	$= -2$

A seguir (passo 2), calcula-se a soma do quadrado da distância Euclideana de cada arco (EM) em relação aos centróides dos agrupamentos, SQD.

$$SQD = D^2(A,C_1) + D^2(B,C_1) + D^2(A,C_2) + D^2(B,C_2) =$$

$$((3-2)^2 + (5-2)^2) + ((2-(-1)^2) + (2-1)^2) +$$

$$((1 - (-1))^2 + (2-2)^2) + ((-1-(-3))^2 + (2-2)^2) = 28;$$

Dando continuidade ao processo, o arco B é transferido, formando o agrupamento (BCD). Com isto, as coordenadas do centróide dos agrupamentos afetados sofrem uma alteração, pois isto significa, na prática, uma mudança no valor da média entre os valores das variáveis caracterizadoras dos elementos pertencentes aquele agrupamento.

Antes de se dar seqüência à execução do algoritmo, deve-se atualizar as coordenadas dos centróides do agrupamento com o novo cálculo da soma do quadrado das distâncias, SQD.

Observa-se então, uma diminuição no valor da soma do quadrado da distância Euclideana de cada arco em relação aos centróides dos agrupamentos, SQD.

O Quadro 15, a seguir, mostra os passos de cálculo realizados ao longo do processo.

QUADRO 15: Processo de agrupamento estatístico segundo o Algoritmo "k-means".

PASSO	AGRUPAMENTO	ELEMENTOS	COORDENADAS CENTRÓIDE $\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	SQD[1]
1	1	(AB)	2.0	2.0	28
	2	(CD)	-1.0	-2.0	
2	1	(A)	5.0	3.0	14
	2	(BCD)	-1.0	-1.0	
3	1	(AD)	1.0	0.5	43
	2	(BC)	0.0	-0.5	

1- Soma do quadrado da distância Euclideana de cada arco (EM), em relação aos centróides dos agrupamentos, SQD.

A Figura 13 mostra a posição no espaço bidimensional dos arcos da rede considerando as variáveis V1 e V2, juntamente com os centros dos agrupamentos, C_1 e C_2.

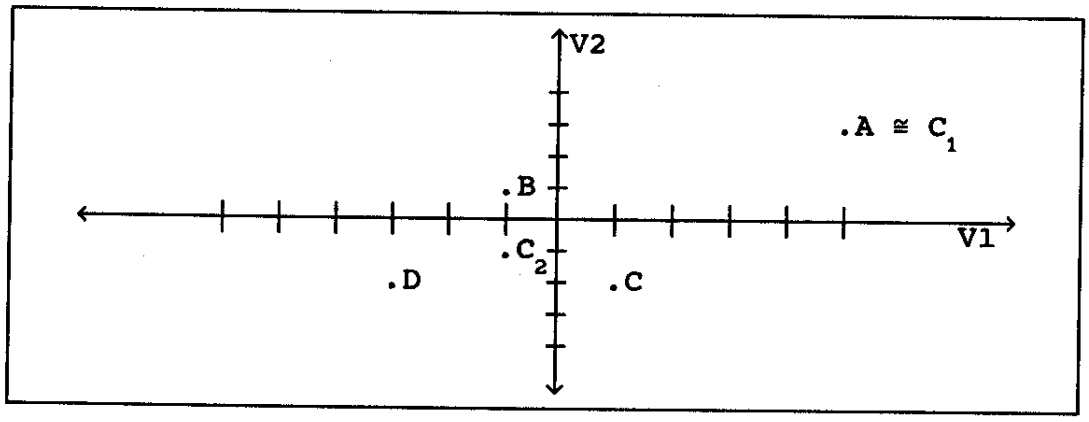


Figura 13: Arcos da rede no espaço com os centros dos agrupamentos, pontos C_1 e C_2.

Pode-se observar que cada arco da rede foi alocado no agrupamento cujo centróide é de fato o mais próximo, o que ocasiona a interrupção no processo.

Os agrupamentos finais são, portanto, A e (BCD).

Recomenda-se, em geral[25], uma repetição do processamento considerando uma distribuição inicial dos EM's nos agrupamentos, diferente da anterior.

A importância da repetição do processamento está relacionada às assertivas abaixo:

1- Caso dois ou mais pontos-semente estejam inadvertidamente posicionados no centro de um agrupamento, os agrupamentos resultantes possuirão uma pequena diferenciação entre si o que prejudicará a análise a ser efetuada;

2- A existência de uma aberração amostral, "outlier", pode causar uma distribuição dos EM's nos agrupamentos caracterizada por uma dispersão muito alta;

3- O conhecimento acumulado do analista sobre o assunto é importante, pois o método de amostragem pode mascarar os dados de forma que grupos mais raros não constem da amostra considerada. Forçar a disposição de dados em k agrupamentos pode ocasionar agrupamentos sem sentido.

3.3.3.2 - Algoritmo de Agrupamento por Ligação Única

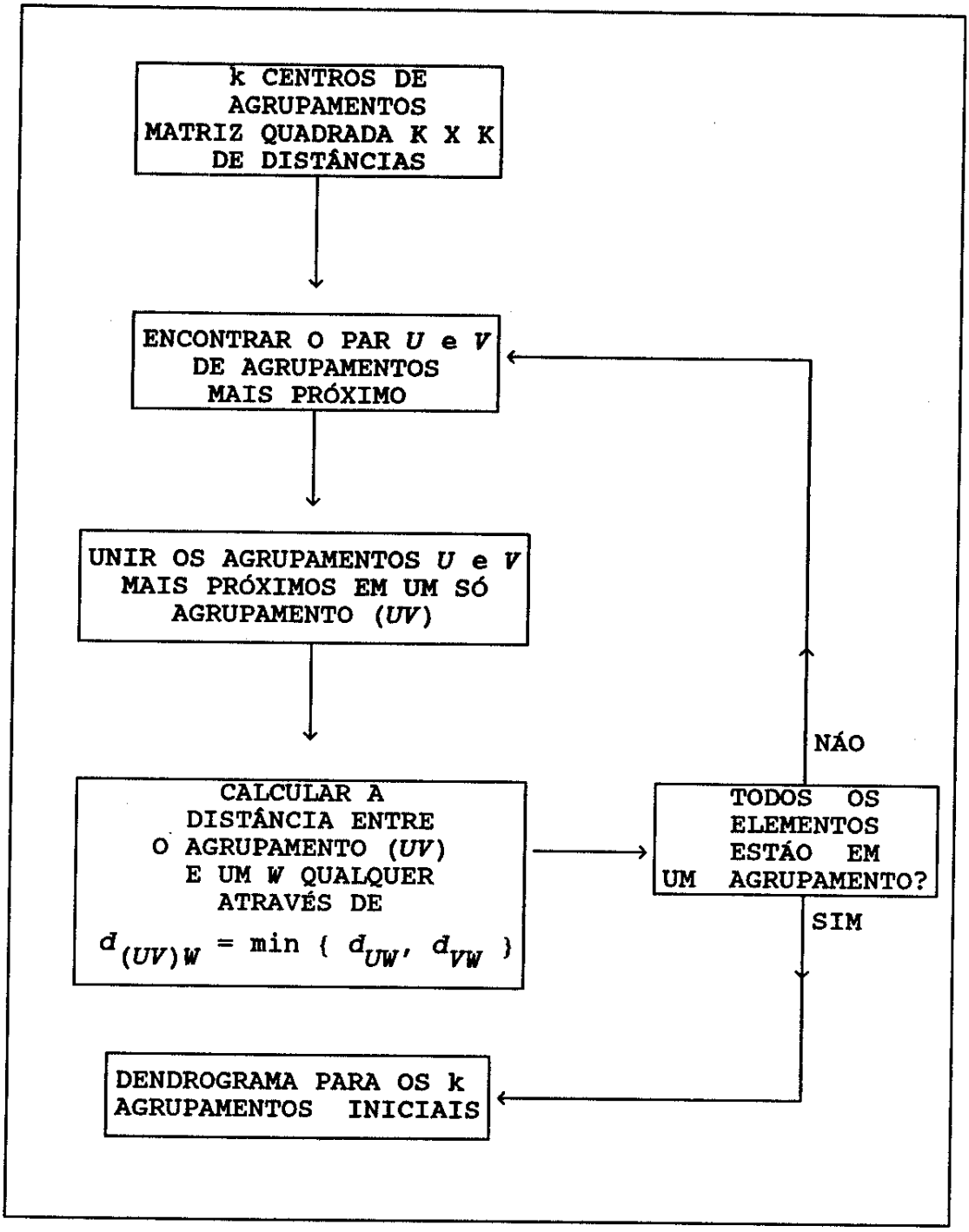
Dando prosseguimento à execução do Algoritmo Híbrido, é aplicado o algoritmo de **Agrupamento por Ligação Única**[25].

A finalidade principal deste método de agrupamento é construir um diagrama em forma de árvore, dendrograma, capaz de, ao demonstrar as possibilidades de arranjo dos agrupamentos e seus respectivos níveis, auxiliar o analista no trabalho de busca de um conjunto de agrupamentos que substitua, o mais fidedignamente possível, o conjunto de EM's originais.

Uma matriz quadrada, k x k, de distâncias entre os k agrupamentos é necessária para o início do procedimento proposto pelo algoritmo.

Os novos agrupamentos são formados a partir da união entre si dos agrupamentos originais considerados mais próximos entre si. A Figura 14 na página seguinte, ilustra o procedimento proposto pelo Algoritmo de Agrupamento por Ligação Única.

Quer-se realizar o processo de agrupamento estatístico multivariado a partir de uma matriz qualquer de distâncias D = $\{d_{ik}\}$, calculada pela aplicação do algoritmo "k-means".



Fonte: Referência 25.

Figura 14: Fluxograma do Algoritmo de Agrupamento por Ligação Única.

O procedimento se inicia com o cálculo da menor distância dentre as discriminadas pela matriz ($D = \{d_{ik}\}$).

Encontrada a menor distância, realiza-se, em seguida, a união dos elementos envolvidos, por exemplo: U e V, obtendo-se o agrupamento (UV).

O cálculo das distâncias entre o agrupamento (UV) e qualquer outro agrupamento W é realizado através do emprego da expressão (9).

$$d_{(UV)W} = \min \{ d_{UW}, d_{VW} \} \qquad (9)$$

Onde:

d_{UW} = distância entre os agrupamentos U e W;

d_{VW} = distância entre os agrupamentos V e W.

Para ilustrar o procedimento proposto no **Algoritmo de Ligação Única**, é considerado como exemplo a matriz de distâncias entre cinco agrupamentos representada na Figura 15, a seguir.

$$D = \{d_{ik}\} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ 90 & 0 & & & \\ 30 & 70 & 0 & & \\ 60 & 50 & 90 & 0 & \\ 110 & 100 & \boxed{20} & 80 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Fonte: Referência 25.

Figura 15: Matriz de distâncias entre os centróides dos agrupamentos A, B, C, D e E.

Seguindo o procedimento proposto, realiza-se a união dos agrupamentos considerados mais próximos, no caso E e C, formando o agrupamento (EC) seja:

$$\min (d_{ik}) = d_{EC} = 20 \qquad (10)$$

A nova matriz, formada deletando-se as linhas e colunas correspondentes aos agrupamentos E e C e adicionando-se uma linha e uma coluna para o novo agrupamento (EC), está demonstrada na Figura 16.

O próximo passo do processo é realizado considerando-se a distância entre os agrupamentos E e C, agora unidos em um só agrupamento, (EC), e os agrupamentos restantes, A, B e D. Quais sejam:

$$d_{A(EC)} = \min \{ d_{CA}, d_{EA} \} = \min \{30,110\} = 30 \quad (11)$$

$$d_{B(EC)} = \min \{ d_{CB}, d_{EB} \} = \min \{70,100\} = 70 \quad (12)$$

$$d_{D(EC)} = \min \{ d_{CD}, d_{ED} \} = \min \{90,80\} = 80 \quad (13)$$

A menor distância entre os pares de agrupamentos passa a ser $d_{(EC)A} = 30$, como assinalado.

A matriz de distâncias para o próximo nível de agrupamento está descrita na Figura 17.

O próximo passo será, portanto, unir o agrupamento formado pelo agrupamento A, (A), com o agrupamento obtido anteriormente (EC), formando o agrupamento (AEC).

Calculando as distâncias tem-se:

$$d_{B(AEC)} = \min \{ d_{B(EC)}, d_{AB} \} = \min \{70,90\} = 70 \quad (14)$$

$$d_{D(AEC)} = \min \{ d_{D(EC)}, d_{AD} \} = \min \{80,60\} = 60 \quad (15)$$

A distância mínima encontrada para os pares de agrupamentos é $d_{DB} = 50$, procede-se então à união dos agrupamentos D e B, resultando no agrupamento (DB).

A Figura 18 mostra a matriz final do processo.

$$
\begin{array}{c}
\\ (EC) \\ A \\ B \\ D
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} (EC) & A & B & D \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0 & & & \\
\boxed{30} & 0 & & \\
70 & 90 & 0 & \\
80 & 60 & 50 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Figura 16: Matriz intermediária obtida durante o processo de agrupamento por Ligação Única.

$$
\begin{array}{c}
\\ (AEC) \\ B \\ D
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} (AEC) & B & D \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0 & & \\
70 & 0 & \\
60 & \boxed{50} & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Figura 17: Matriz de distâncias para o próximo nível de agrupamento do exemplo-base.

$$
\begin{array}{c}
\\ (AEC) \\ (BD)
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cc} (AEC) & (BD) \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0 & \\
\boxed{60} & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Figura 18: Matriz final do processo de agrupamento por ligação única.

Neste momento, observa-se a formação de dois agrupamentos distintos: (AEC) e (BD).

Sua menor distância é dada por:

$$d_{((BD)(AEC))} = \min \{d_{B(AEC)}, d_{D(ACE)}\} = \min \{70,60\} = 60$$

Os agrupamentos (BD) e (AEC) são então unidos formando um só agrupamento (AECBD).

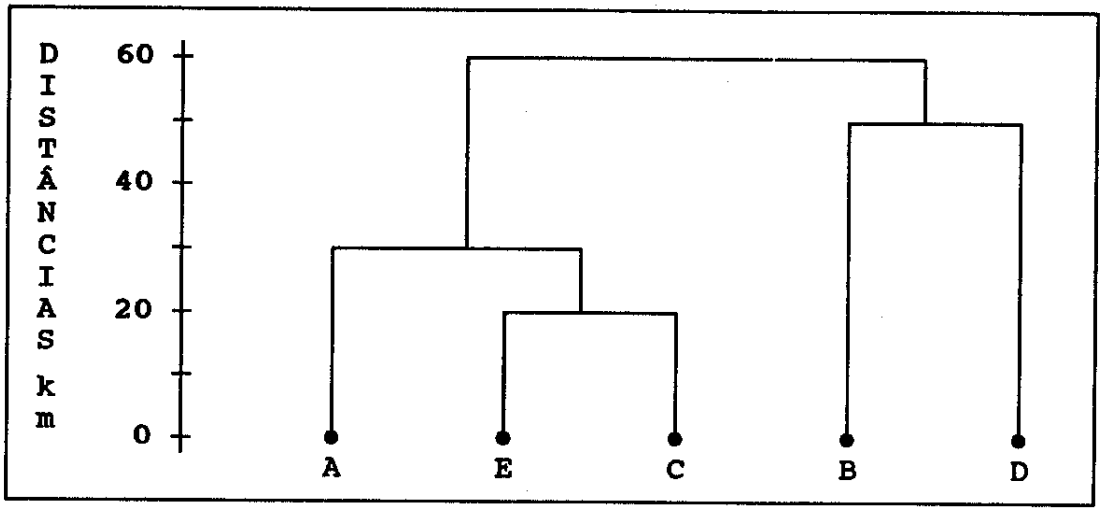
O dendrograma é construído na fase final do algoritmo com o objetivo de identificar os níveis em que se realizaram as diversas etapas de agrupamento.

A Figura 19 mostra o dendrograma obtido para o exemplo[25] de aplicação do algoritmo de agrupamento hierarquizado por Ligação Única.

A observação do dendrograma revela os níveis onde se realiza a união dos agrupamentos. Isto é importante para o analista pois demonstra semelhança entre os agrupamentos.

O problema da alta dispersão dos elementos pertencentes a um agrupamento pode ser afastado uma vez que o algoritmo "k-means" produz agrupamentos de alta densidade, desta forma, aqueles obtidos durante a execução do

algoritmo de Ligação Única, podem ser considerados também como de grande densidade.



Fonte: Referência 25.

Figura 19: Dendrograma para o exemplo de aplicação do algoritmo de Agrupamento por Ligação Única.

3.4 - Programação Linear

3.4.1 - Introdução

A técnica matemática de Programação Linear, segundo Bregalda et alli[31], tem como objetivo principal identificar a solução para problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares.

Utilizar Programação Linear na resolução de problemas relativos à Pesquisa Operacional consiste em mo-

delar matematicamente um problema cuja meta principal é maximizar ou minimizar uma **Função Linear**, denominada **Função Objetivo**, respeitando-se um sistema linear de igualdades ou desigualdades, as chamadas **Restrições** do modelo.

Estas restrições representam normalmente limitações de recursos disponíveis (capital, mão-de-obra, insumos de produção, etc) ou então, exigências ou condições que devem ser cumpridas no problema[31].

Tais restrições limitam o lugar geométrico no espaço denominado **Conjunto das Soluções Viáveis**. Dentre as soluções viáveis, aquela que maximiza ou minimiza o valor da função objetivo é chamada Solução Ótima.

A solução de um problema de programação linear é obtida através da utilização do algoritmo **SIMPLEX**[31,32,33,34].

O algoritmo **SIMPLEX**[31,32,33,34] estabelece a solução ótima dentre as viáveis, através de buscas sucessivas. Isto equivale a dizer que a solução viável não é determinada imediatamente mas através da especificação de soluções cada vez melhores até que, realizado um certo número de interações matemáticas, a solução ótima seja encontrada.

3.4.2 - Aplicação ao Problema de Planejamento de Frota

O problema de planejamento de Frota, formulado e resolvido por programação linear, possui vários coeficientes da função objetivo dependentes de um ou mais parâmetros. Por exemplo, o coeficiente de custo por quilometragem é formado, por uma composição de vários parâmetros a saber: custo de combustível, custo de lubrificantes, custo de peças e lavagem entre outros; desta forma, a obtenção dos resultados para o período de planejamento passa por uma variação destes parâmetros. Pode-se afirmar, portanto, que o problema envolve **Multiparametrização**[31].

Existe ainda um outro aspecto a ser evidenciado. O problema envolve Multiperiodicidade pois é modelado e resolvido objetivando a análise dos resultados para um horizonte de planejamento de três, cinco, dez e até quinze anos, por exemplo, com a observação de variações importantes ao longo do horizonte temporal abrangido, como, por exemplo, da quantidade de bens transportados, do número de arcos da rede pertencentes a um agrupamento, etc. O problema de planejamento de frota, é definido, portanto, como um problema de **Otimização Combinatória** envolvendo **Multiperiodicidade e Multiparametrização.**

No modelo proposto, o conjunto de arcos é substituído pelo conjunto de agrupamentos.

3.4.3 - Formulação do Problema

3.4.3.1 - Função Objetivo

O problema é colocado da seguinte forma:

Dado um conjunto de arcos de uma rede rodoviária de transportes, uma previsão para um determinado horizonte de tempo de demanda e tarifa cobrada em cada sentido do arco, custo operacional por quilometragem rodada, custo por freqüência de cada veículo, custo anual por veículo pertencente à frota, bem como a receita obtida pela venda de um determinado tipo de veículo, estabelecer o programa para operação e financiamento da frota que maximize o valor presente da receita líquida de uma companhia de transportes.

Submetido à:

- *restrição de capacidade de transporte e fator de ocupação;*

- *restrição de utilização horária diária dos*

veículos.

- *restrição de valores positivos ou iguais a zero das variáveis* FT_{vt} *(frota total)* ≥ 0, FA_{vt} *(frota adquirida)* ≥ 0, Fr_{mvt} *(freqüência)* ≥ 0.

Uma terceira equação, *equação de continuidade da frota*, realiza a integração dos resultados obtidos a cada ano ao longo do período de planejamento.

São as seguintes, as variáveis de decisão:

FA_{vt} = número de veículos v, acrescentados no ano t;

FR_{vt} = veículos v retirados no ano t;

Fr_{mvt} = freqüência de viagens para cada arco pertencente ao mercado m, para o veículo v, no ano t.

Uma taxa de desconto com valor de mercado é utilizada para calcular o **Valor Presente da Receita Líquida, V.P.R.L.**, para cada parcela da função objetivo.

O conjunto de mercados equivale ao conjunto de agrupamentos obtidos anteriormente com a aplicação do **Algoritmo Híbrido** sobre o conjunto de arcos formando a rede rodoviária de transportes.

Os cálculos são baseados no ciclo compreendido por um mês útil dentro do período de planejamento.

Os resultados finais são fornecidos para cada arco pertencente ao conjunto de mercados obtidos no processo de agrupamento.

O objetivo é maximizar o **Valor Presente da Receita Líquida** obtida no período de planejamento compreendido entre o ano 0 (zero), e o ano t:

MAXIMIZAR V.P.R.L.

$$V.P.R.L. = \sum_{t}^{n} L_t \qquad \forall\ t \quad (16)$$

Onde:

V.P.R.L = valor presente da receita líquida (US$);

L_t = Receita Líquida no ano t (US$).

A <u>Receita Líquida</u> no ano t é obtida subtraindo o custo total verificado no ano t, $CTOT_t$, da receita bruta total verificada no ano t, $RBTO_t$, expressão (17):

$$L_t = RBTO_t - CTOT_t \qquad \forall\ t \quad (17)$$

Onde:

L_t = Receita Líquida no ano t (US$);

$RBTO_t$ = Receita Bruta Total obtida no ano t (US$);

$CTOT_t$ = Custo Total verificado no ano t (US$).

A <u>Receita Bruta Total</u> obtida no ano t ($RBTO_t$), para t pertencente ao horizonte de planejamento, é fornecida pela seguinte expressão:

$$RBTO_t = RBTP_t + RTVV_t \qquad \forall\ t \qquad (18)$$

Onde:

$RBTO_t$ = receita bruta total obtida no ano t (US$);

$RBTP_t$ = receita bruta total operacional no ano t (US$);

$RTVV_t$ = receita total proveniente da venda de veículos no ano t (US$).

A receita bruta total operacional obtida no ano t, $RBTP_t$, por sua vez, é obtida a partir da seguinte expressão:

$$RBTP_t = \sum_{m}^{n} \frac{T_{mt}\ De_{mt}\ Co_m\ A_{mt}}{(1+\beta)^t} \qquad \forall\ t,\ m \quad (19)$$

Onde:

$RBTP_t$ = receita bruta total operacional obtida no ano t (US$);

T_{mt} = tarifa cobrada pelo serviço de transporte no mercado m, no ano t (US$/t.km);

De_{mt} = demanda por arco da rede rodoviária pertencente ao mercado m, no ano t (t);

Co_m = comprimento médio dos arcos pertencentes ao mercado m (km);

A_{mt} = número de arcos pertencentes ao mercado m, no ano t;

β = taxa de desconto, para cálculo do Valor Presente.

O número de arcos pertencentes à um agrupamento pode crescer ou decrescer de acordo com a política de mercado da companhia:

$$A_{mt} = A_m \ (1 + TCMD_m)^t \qquad \forall \ m, t \ (20)$$

Onde:

A_{mt} = número de arcos pertencentes ao mercado m, no ano t;

A_m = número de arcos pertencentes ao mercado m;

$TCMD_m$ = taxa de crescimento ou decrescimento anual do mercado, refletida no número de arcos pertencentes a um agrupamento.

A tarifa média no ano t cobrada no mercado m (T_{mt}) representa uma relação entre a receita bruta operacional total verificada no mercado no ano t, RB_{mt}, e o número de toneladas.quilômetro transportadas no ano t, ($De_{mt}Co_mFr_{mt}$).

A expressão (21) a seguir, representa matematicamente a idéia acima descrita.

$$T_{mt} = \sum_{v}^{n} \frac{RB_{mt}}{De_{mt}\ Co_{m}\ Fr_{mvt}} \qquad \forall\ m,v,\ t \quad (21)$$

Onde:

T_{mt} = tarifa cobrada pelo serviço de transporte no mercado m, no ano t (US$/t.km);

RB_{mt} = Receita Bruta operacional no mercado m no ano t (US$);

De_{mt} = demanda por arco da rede rodoviária pertencente ao mercado m, no ano t (t);

Co_{m} = comprimento médio dos arcos pertencentes ao mercado m (km);

Fr_{mvt} = freqüência de viagens para cada arco pertencente ao mercado m, para o veículo v, no ano t.

A receita total proveniente da venda dos veículos no ano t é fornecida pela seguinte expressão:

$$RTVV_{t} = \sum_{v}^{n} \frac{PVEN_{vt} FR_{vt}}{(1 + \beta)^{t}} \qquad \forall\ v\ t \quad (22)$$

Onde:

$RTVV_t$ = receita total proveniente da venda de veículos no ano t (US$);

$PVEN_{vt}$ = preço de venda do veículo v no ano t (US$);

FR_{vt} = número de veículos tipo v retirados no ano t;

β = taxa de desconto, para cálculo do Valor Presente.

O <u>Custo Total</u>, por sua vez, é composto por:

$$CTOT_t = CTPK_t + CTPV_t + CTFI_t + CTPF_t + CTIN_t \quad \forall\ t \quad (23)$$

Onde:

$CTOT_t$ = custo total no ano t (US$);

$CTPK_t$ = custo total por quilometragem no ano t (US$);

$CTPV_t$ = custo total por veículo no ano t (US$);

$CTFI_t$ = custo total de financiamento dos veículos (US$);

$CTPF_t$ = custo total por freqüência no ano t (US$);

$CTIN_t$ = custo total indireto no ano t (US$).

O Custo Total por Quilometragem, isto é, aquele diretamente envolvido com a quilometragem rodada pelo veículo, é dividido em custos provenientes da utilização dos seguintes insumos: Combustível, Pneus, Peças, Lubrificantes e Lavagem; e custos de salários relativos à mão de obra: Motorista, Ajudante e Mecânico.

Os índices variam para cada veículo e foram conseguidos em manuais dos fabricantes. Para o custo de lavagem, entretanto, foi considerado como parâmetro a realização de uma lavagem a cada três mil quilômetros rodados[35].

A expressão, a seguir, é utilizada no cálculo do Custo Total por Quilometragem:

$$CTPK_t = \sum_m^n \sum_v^n \frac{CPKM_{mvt}\ Fr_{mvt}\ Co_m\ A_{mt}}{(1+\beta)^t} \qquad \forall\ t,\ m,\ v \quad (24)$$

Onde:

$CPKM_{mvt}$ = custo por quilometragem no mercado m, para o veículo v no ano t (US$);

Fr_{mvt} = freqüência de viagens para cada arco pertencente ao mercado m, para o veículo v, no ano t;

Co_m = comprimento médio dos arcos pertencentes ao mercado m (km);

A_{mt} = número de arcos pertencentes ao mercado m, no ano t;

β = taxa de desconto, para cálculo do Valor Presente.

O <u>Custo Total por Veículo</u> no ano t, $CTPV_t$, reúne os custos que variam com o número de veículos pertencentes à frota, e são calculados através da seguinte expressão:

$$CTPV_t = \sum_{v}^{n} \frac{CPVE_{vt}\ FT_{vt}}{(1 + \beta)^t} \qquad \forall\ v,\ t \quad (25)$$

Onde:

$CTPV_t$ = Custo Total por Veículo no ano t (US$);

$CPVE_{vt}$ = custo por veículo v, no ano t (US$);

FT_{vt} = frota total de veículos v, no ano t;

β = taxa de desconto, para cálculo do Valor Presente.

A frota total de veículos v no ano t, por sua vez, é fornecida pela seguinte expressão:

$$FT_{vt} = FT_{v(t-1)} + FA_{vt} - FR_{vt} \qquad \forall\ v,\ t \qquad (26)$$

Onde:

FT_{vt} = frota total de veículos v no ano t;

$FT_{v(t-1)}$ = frota total de veículos v no ano t-1;

FA_{vt} = veículos v, acrescentados no ano t;

FR_{vt} = veículos v, retirados no ano t.

O custo por veículo, $CPVE_{vt}$, é resultado da soma das parcelas descritas a seguir:

a- <u>Custo de Depreciação</u> - a expressão a seguir[35], é utilizada no cálculo do custo de depreciação:

$$CDEP_v = \frac{(1 - Vr_v/P_v)}{(Vu_v 12)} \qquad \forall\ v \qquad (27)$$

Onde:

$CDEP_v$ = valor mensal da depreciação (US$);

Vr_v = valor residual do veículo v ao fim da vida útil (US$); considera-se o valor residual, ou valor de sucata, como equivalente à 10% do valor total do veículo novo;

P_v = preço do veículo v (US$);

Vu_v = vida útil do veículo v (anos).

b- <u>Remuneração do Capital</u> - adotou-se um coeficiente mensal de remuneração do capital aplicável sobre o

preço do veículo. A expressão a seguir (28) fornece o valor do custo de remuneração do capital:

$$CREC_v = \frac{2 + (Vu_v - 1)((Vr_v/P_v) + 1)}{24\ Vu_v}\ j \qquad \forall\ v \quad (28)$$

Onde:

$CREC_v$ = custo de remuneração do capital (US$/mês);

Vu_v = vida útil do veículo v (anos);

Vr_v = valor residual do veículo v, ao final da vida útil (US$), considera-se[35] o valor residual ou valor de sucata, como equivalente à 10% do valor total do veículo novo;

P_v = preço do veículo novo v (US$);

j = taxa de remuneração desejada (juros de 12% a.a., por exemplo).

c- <u>Licenciamento e Taxas</u> - de incidência anual sobre o valor do veículo;

d- <u>Seguro</u> - além do seguro obrigatório é consi-

derado o seguro total, contra colisão, incêndio e roubo, com franquia mínima, de incidência anual sobre o valor do veículo).

O <u>Custo Total de Financiamento</u> dos veículos ($CTFI_t$) incide sobre os veículos do tipo v adquiridos no ano t, FA_{vt}, é fornecido pela seguinte expressão:

$$CTFI_t = \sum_{v}^{n} \frac{CFIN_{vt} \quad FA_{vt}}{(1 + \beta)^t} \qquad \forall\ t \quad (29)$$

Onde:

$CTFI_t$ = custo total de financiamento no ano t (US$);

$CFIN_{vt}$ = custo de financiamento do veículo v no ano t (US$);

FA_{vt} = veículos v, acrescentados no ano t;

β = taxa de desconto, para cálculo do Valor Presente.

O custo de financiamento do veículo v no ano t, por sua vez, composto das seguintes parcelas:

a- <u>Custo de retorno do principal</u> - custo de retorno do principal no pagamento do empréstimo contraído quando da ocasião da aquisição do veículo;

b- <u>Custo de amortização dos juros</u> - parcela paga anualmente para amortização dos juros da dívida contraída quando da aquisição do veículo.

O <u>Custo Total por Freqüência</u> é obtido através da seguinte expressão:

$$CTPF_t = \sum_m^n \sum_v^n \frac{CPFR_{mvt} Fr_{mvt} A_{mt}}{(1 + \beta)^t} \qquad \forall\ v,\ t,\ m \quad (30)$$

Onde:

$CTPF_t$ = custo total por freqüência no ano t (US$);

$CPFR_{mvt}$ = custo por freqüência no mercado m, do veículo v, no ano t (US$);

Fr_{mvt} = freqüência mensal por arco no mercado m do veículo v no ano t;

A_{mt} = número de arcos existentes no mer-

cado m, no ano t;

β = taxa de desconto, para cálculo do Valor Presente.

O <u>Custo por Freqüência</u> ($CPFR_{mvt}$), corresponde ao custo necessário à operação de embarque/desembarque do veículo, custos de pessoal de estiva e arrumadores de carga, custos com embalagens e cintamento das mercadorias, custo do veículo parado, eventuais perdas e prejuízos e outros. Tais custos variam de mercado para mercado, variam com o tipo de veículo e ainda, podem sofrer um acréscimo ao longo do período de planejamento.

O <u>Custo Total Indireto</u> compreende os custos gerais necessàrios à operação e funcionamento da companhia, ou seja, custo com pessoal administrativo (salário, encargos sociais, uniformes e despesas com refeições e transporte do pessoal), manutenção, seguro e conservação de instalações, taxa de incêndio, frete cortesia, móveis e equipamentos, água, luz, telex, "fax", telefone e correios, reprodução e arquivamento de documentos, despesas com deslocamento e hospedagem de pessoal executivo, embalagem e cintamento eventual de mercadorias, seguros e taxas em geral, perdas gerais, publicidade e propaganda e outros.

Tais custos variam de empresa para empresa. Pois cada uma delas possui peculiaridades e particularidades que as diferenciam das demais. Cálculos efetuados[35] para um caso comum, entretanto, revelaram uma porcentagem de participação dos custos indiretos em 44% dos custos totais no TRC. O cálculo do valor presente do custo total indireto é realizado através da seguinte expressão:

$$CTIN_t = \frac{CIND_t}{(1 + \beta)^t} \qquad (31)$$

Onde:

$CTIN_t$ = custo total indireto no ano t (US$);

$CIND_t$ = custo indireto no ano t (US$);

β = taxa de desconto, para cálculo do Valor Presente.

A expressão a seguir, apresenta todas as parcelas descritas anteriormente e representa a função objetivo, maximizando a receita líquida, para o problema de planejamento de frota de veículos de transporte rodoviário de cargas.

MAXIMIZAR VPRL

$$VPRL = \sum_{t}^{n} L_t$$

$$L_t = \sum_{m}^{n} \frac{T_{mt}\ De_{mt}\ Co_m\ A_{mt}}{(1+\beta)^t}$$

$$+ \left[\sum_{v}^{n} \frac{PVEN_{vt}\ FR_{vt}}{(1+\beta)^t} \right]$$

$$- \left[\sum_{m}^{n} \sum_{v}^{n} \frac{CPKM_{mvt}\ Fr_{mvt}\ Co_m\ A_{mt}}{(1+\beta)^t} \right]$$

$$- \left[\sum_{v}^{n} \frac{CPVE_{vt}\ FT_{vt}}{(1+\beta)^t} \right]$$

$$- \left[\sum_{v}^{n} \frac{CFIN_{vt}\ FA_{vt}}{(1+\beta)^t} \right]$$

$$- \left[\sum_{m}^{n} \sum_{v}^{n} \frac{CPPA_{mvt}\ Fr_{mvt} A_{mt}}{(1+\beta)^t} \right]$$

$$- \left[\frac{CIND_t}{(1+\beta)^t} \right] \qquad \forall\ t,\ v,\ m \quad (32)$$

3.4.3.2 - Restrições

As restrições consideradas são as seguintes:

a- capacidade de transporte e fator de ocupação;

b- utilização horária anual dos veículos;

c- $FT_{vt} \geq 0$, $FA_{vt} \geq 0$ $Fr_{mvt} \geq 0$.

A terceira equação realiza uma integração dos resultados obtidos para cada ano do horizonte de planejamento e é denominada: **equação de continuidade de frota.**

3.4.3.3 - Capacidade de Transporte e Fator de Ocupação

A restrição de capacidade de transporte e fator de ocupação dos veículos, equilibra o modelo impedindo que os resultados obtidos demonstrem, por exemplo, uma capacidade de deslocamento da frota inferior à demanda verificada.

Isto equivale a dizer que a capacidade de transporte da frota de veículos, regulada pelo fator de ocupação nos mercados, deve ser no mínimo equivalente à

demanda transportada. A expressão (34), escrita a seguir, traduz matematicamente esta proposição.

$$\sum_{t}^{n}\sum_{m}^{n}\sum_{v}^{n} FO_{mv}C_{v}Fr_{mvt} \geq \sum_{t}^{n}\sum_{m}^{n} De_{mt} \quad \forall\ m,\ t,\ v \qquad (33)$$

Onde:

FO_{mv} = fator de ocupação no mercado m, para o veículo v (%);

C_v = capacidade do veículo v (t);

Fr_{mvt} = freqüência de viagens para cada arco pertencente ao mercado m, para o veículo v, no ano t;

De_{mt} = demanda por arco da rede rodoviária pertencente ao mercado m, no ano t.

A equação que representa a restrição imposta pela capacidade de transporte dos veículos é aplicada para cada arco da rede pertencente à um mercado. O conjunto de mercados é obtido após a realização do processo de agrupamento.

3.4.3.4 - Utilização horária diária dos veículos.

A utilização anual de um veículo v não deve ser maior que o limite superior da variável U_{vt}, ou total de horas de utilização do veículo v da frota em atividade no ano t.

O analista insere, como informação inicial, o total máximo de horas de utilização verificadas por tipo de veículo da frota.

A expressão (34), a seguir, traduz matematicamente a proposição acima descrita.

$$\sum_{t}^{n}\sum_{m}^{n}\sum_{v}^{n} Tv_m \; Fr_{mvt} \; A_{mt} \leq \sum_{t}^{n}\sum_{v}^{n} FT_{vt} \; U_{vt} \; Du \qquad \forall\, m,t,v \quad (34)$$

Onde:

Tv_m = tempo médio de viagem nos arcos pertencentes ao mercado m (h);

Fr_{mvt} = freqüência de viagens para cada arco pertencente ao mercado m, para o veículo v, no ano t;

A_{mt} = número de arcos pertencentes ao mer-

cado m, no ano t;

FT_{vt} = frota total de veículos v no ano t;

U_{vt} = utilização média diária do veículo v no ano t;

Du = número de dias úteis considerados por ano.

A frota total de veículos do tipo v no ano t é fornecida pela expressão a seguir, ou equação de continuidade de frota:

$$FT_{vt} = FT_{v(t-1)} + FA_{vt} - FR_{vt} \qquad (35)$$

Onde:

FT_{vt} = frota total de veículos v no ano t;

$FT_{v(t-1)}$ = frota total de veículos tipo v no ano anterior (t-1);

FA_{vt} = número total de veículos novos v, acrescentados à frota durante o horizonte de planejamento;

FR_{vt} = número de veículos v retirados de circulação no ano t.

O membro esquerdo da equação (34) representa a soma total das horas de utilização dos veículos da frota ao longo de todo o período de planejamento para todos os m mercados.

Esta soma deve ser inferior ao total de veículos da frota multiplicado pela utilização média anual em horas dada pela variável U_{vt}, multiplicado pelo número de dias úteis considerados no ano, Du.

A frota total de veículos (FT_{vt}) é equivalente à soma entre os veículos existentes, veículos adquiridos e veículos retirados de circulação ($FT_{v(t-1)} + FA_{vt} - FR_{vt}$).

3.4.3.5 - Continuidade da Frota

Em um modelo multiperiódico os valores dos parâmetros sofrem alterações positivas ou negativas ao longo do período de planejamento.

Um modelo de otimização combinatória envolvendo multiperiodicidade deve possuir, portanto, uma equação que

realize uma integração entre os resultados obtidos para os diversos períodos de tempo ao longo do horizonte de planejamento.

O número de veículos v pertencentes à frota no ano t, para os anos do horizonte de planejamento, é calculado pela equação a seguir.

$$FT_{vt} = FT_{v(t-1)} + FA_{vt} - FR_{vt} \qquad (36)$$

Onde:

FT_{vt} = total de veículos v existentes no ano t;

$FT_{v(t-1)}$ = total de veículos v existentes na frota no ano (t-1);

FA_{vt} = veículos novos v, acrescentados à frota durante o ano t;

FR_{vt} = veículos v retirados de circulação no ano t.

CAPÍTULO IV

APLICAÇÃO DO MODELO

4.1 - Considerações Iniciais

O impacto provocado pela aquisição de novos veículos por uma companhia de transportes é, sem dúvida, bastante significativo.

Considerando as condições atuais do mercado de transporte no Brasil, em especial, do mercado de transporte rodoviário de cargas, pode-se afirmar que o problema de planejamento de frota de veículos atinge a muitas outras companhias pertencentes ao universo do transporte rodoviário de cargas no Brasil.

Esta aplicação prática foi desenvolvida para uma companhia fictícia do TRC, a **Companhia Rapdim S/A.**

Os dados foram completamente alterados tendo em vista a preservação da integridade operacional da companhia.

4.2 - Caracterização do Problema

O quadro político-econômico atual do país revela um provável aumento na demanda por transporte rodoviário de cargas. Sendo assim, os executivos da companhia especializada em transporte rodoviário de cargas fracionadas, Transportes Rapdim, identificaram uma expansão potencial no mercado de transporte.

Além disto, nos últimos quatro a cinco anos, eles têm verificado uma considerável redução no número de transportadores autônomos.

Esta redução tem anulado o efeito regulador exercido pelo transportador de carga autônomo, TCA, colocando em risco a operacionalidade tanto da Rapdim, como de outras companhias, que, através do TCA ajustam sua oferta a eventuais flutuações na demanda. A afirmação[36] de um dos diretores corrobora esta realidade:

"O carreteiro é o melhor leasing que existe. Só pagamos quando produz e, feito o pagamento, acabaram-se nossas responsabilidades. Não há problema de administração, manutenção e pessoal, e ainda por cima tem custo 10% menor ...".

Tal situação tem gerado sérios transtornos operacionais, uma vez que o mal dimensionamento na oferta do

transporte tem levado a companhia ao extremo de não efetuar o serviço para alguns clientes. Eles precisam, desta forma, de respostas para perguntas do tipo:

Qual a melhor programação em termos de número de veículos, a serem adquiridos ?
Qual a ocasião ótima para a entrada em operação destes veículos ?
Qual o impacto na Receita Líquida da Companhia de uma eventual retração no mercado ?
Qual o impacto da adoção de políticas alternativas com relação à frota ?

Figura 20: Exemplo de questões relativas à análise de planejamento de frota.

O tipo de assessoria desejada pelos executivos da Rapdim deverá ser, portanto, capaz de gerar os relatórios necessários ao auxílio à decisão, e possuir, ainda, a versatilidade e rapidez imprescindíveis para calcular as conseqüências dos impactos produzidos por eventuais transformações e variações de um mercado dinâmico como o brasileiro.

Os analistas devem ainda se mostrar sensíveis ao fator custo durante a elaboração do modelo de Planejamento, buscando, sem alterar a qualidade do produto final, uma solução que não resulte em pesados investimentos em equipamentos de processamento de dados e recursos humanos especializados.

Os executivos da Rapdim precisam com urgência de um **Modelo para Auxílio à Tomada de Decisão no Planejamento de Frota de Veículos de Transporte Rodoviário de Cargas.**

4.2.1 - Cenário Considerado

A elaboração do plano direcionado à frota da Companhia Rapdim levou em consideração um cenário de crescimento do PIB em torno de 9.0% ao ano acompanhado de um crescimento da demanda em torno de 16.0%, e ainda, sem redução na tarifa.

4.3 - Aplicação do Modelo

4.3.1 - Processo de Agrupamento Estatístico

A companhia Rapdim oferece serviços de transporte em sessenta e quatro arcos formando uma rede rodoviária de transportes.

Nos quadros 16 e 17 são mostrados estes arcos e suas principais características.

Visando a diminuir as dimensões do problema, assunto já extensivamente abordado anteriormente, é necessária a utilização de algoritmo de agrupamento implementado em computador.

O conceito de similaridade, do ponto de vista matemático, significa, que cada elemento multivariado pertencente a um agrupamento e representado no espaço n-dimensional por um ponto, seria, devido à esta proximidade em relação à um outro elemento multivariado, pertencente a um mesmo agrupamento.

Para os sessenta e quatro arcos servidos pela companhia Rapdim, foram estabelecidos dez pontos-semente.

O processamento gerou dez agrupamentos distintos finais a partir da especificação destes dez pontos-semente como mostra o Quadro 18.

QUADRO 16: Arcos considerados para a realização do agrupamento.

NUM[1]	COMP[2]	TARI[3]	CARGO[4]
1	535	0.54	126
2	727	0.46	65
3	418	0.66	650
4	1180	0.24	577
5	926	0.36	294
6	508	0.59	270
7	775	0.46	233
8	586	0.53	178
9	428	0.64	812
10	808	0.45	83
11	3465	0.23	66
12	3092	0.25	123
13	3074	0.25	538
14	926	0.36	76
15	1072	0.26	77
16	800	0.45	78
17	983	0.39	97
18	1096	0.25	106
19	1252	0.22	151
20	814	0.44	96
21	856	0.39	146
22	1015	0.28	68
23	998	0.38	398
24	1182	0.24	104
25	116	1.80	82
26	155	1.57	102
27	190	1.25	98
28	319	0.78	108
29	97	1.72	113
30	131	1.57	99
31	120	1.73	77
32	72	3.03	142

1- Número do arco da rede;

2- Comprimento do arco (km);

3- Tarifa (US$/t.km);

4- Demanda verificada (t/mês).

QUADRO 17: Arcos considerados para a realização do agrupamento.

NUM[1]	COMP[2]	TARI[3]	CARGO[4]
33	297	0.77	68
34	99	1.69	356
35	64	3.43	238
36	37	5.32	224
37	91	2.35	214
38	134	1.53	176
39	271	0.77	148
40	2420	0.18	69
41	2820	0.25	219
42	2753	0.27	163
43	2642	0.25	570
44	2313	0.18	189
45	367	0.58	69
46	2947	0.26	69
47	1444	0.22	72
48	1548	0.22	69
49	1627	0.22	203
50	1516	0.22	85
51	1602	0.22	172
52	1327	0.23	98
53	2155	0.18	72
54	1962	0.17	245
55	1891	0.19	70
56	454	0.64	115
57	345	0.71	130
58	393	0.53	135
59	451	0.65	71
60	523	0.56	138
61	434	0.63	160
62	640	0.49	199
63	739	0.45	199
64	711	0.48	127

1- Núnero do arco da rede;

2- Comprimento (km);

3- Tarifa (US$/t.km);

4- Demanda verificada (t/mês).

4.3 - Resolução do Problema de Programação Linear

4.3.1 - Dados de entrada

a- Período da análise: 5 anos, de 1990 a 1994;

b- Número de arcos: 64;

c- Número de mercados: 10;

d- Taxa anual de crescimento da demanda de acordo com o especificado para o cenário, ou seja, 16% a.a.;

e- Taxa de crescimento anual dos mercados, independente do cenário econômico considerado, a companhia entende como perfeitamente alcançável para conquista de novos mercados as médias de crescimento especificadas mo Quadro 20, no item TCA;

f- Taxa de desconto para cálculo do V.P.L.= 12% a. a..

g- Composicão da frota no ano inicial, Quadro 19:

h- Admite-se a hipótese de as cargas consideradas para execução dos cálculos sejam de uma mesma tipologia e com um peso específico de no máximo 300 kg/m^3.

i- Fator de Ocupação máximo nos mercados, 70%;

j- O Quadro 18 mostra as características dos mercados;

QUADRO 18: Características dos mercados.

MS[1]	ARCOS[2]	AC[3]	TCA[4]	COMP[5]	TVG[6]	VM[7]	TAR[8]	DEMDA[9]	DP[10]
M1	(1 a 10)	10	8.00	689.0	11.48	60.0	0.49	428.33	21.97
M2	(11 a 13)	3	8.00	3210.3	53.50	60.0	0.24	242.47	15.57
M3	(14 a 24)	11	8.00	999.4	16.65	60.0	0.33	126.88	11.26
M4	(25 a 39)	15	8.00	146.2	2.43	60.0	2.48	149.65	12.23
M5	(40 a 44)	5	8.00	2589.6	43.16	60.0	0.22	241.86	15.55
M6	(45)	1	8.00	367.0	6.11	60.0	0.58	68.74	8.29
M7	(46)	1	8.00	2947.0	49.11	60.0	0.26	68.76	8.29
M8	(47 a 52)	6	8.00	1510.6	25.17	60.0	0.22	116.45	10.79
M9	(53 a 55)	3	8.00	2002.6	33.37	60.0	0.18	129.08	11.36
M10	(56 a 64)	9	8.00	521.1	8.68	60.0	0.51	141.68	11.90

1- Mercados;

2- Arcos contidos no agrupamento (vide Quadros 16 e 17);

3- Número de arcos agrupados;

4- Taxa de crescto. do núm. de arcos no mercado (% a.a.);

5- Distância média no mercado (km);

6- Duração da viagem (h);

7- Velocidade média (km/h);

8- Tarifa média no arco (US$/t.km);

9- Demanda mensal média (t);

10- Desvio Padrão da média mensal de demanda (t).

k- Características dos veículos Quadro 19;

1- Freqüências mensais mínimas, por tipo de veículo por arco da rede nos mercados obtidos, Quadro 20;

QUADRO 19: Características dos veículos.

	VEÍCULOS			
CARACTERÍSTICAS	**V1**	**V2**	**V3**	**V4**
1- Capacidade de carga(t)	3.500	6.000	12.000	25.000
2- Composição da frota(uni.)	8.000	9.000	14.000	22.000
3- Idade média(anos)	4.700	5.700	4.500	5.600
4- Preço(US$)	80.000	120.000	140.000	200.000
5- Vida útil(anos)[1]	6.000	6.000	6.000	6.000
6- Consumo comb.(l/km)[2]	0.390	0.490	0.590	0.690
7- Consumo de óleo(l/km)[3]	0.005	0.006	0.011	0.022
8- Comb(US$/km)[4]	0.175	0.220	0.265	0.310
9- Óleo(US$/km)[5]	0.010	0.012	0.022	0.044
10- Peças(US$/km)[6]	0.028	0.048	0.096	0.200
11- Pneu(US$/km)[7]	0.020	0.060	0.140	0.230
12- Motorista(US$/km)[8]	0.022	0.022	0.022	0.022
13- Ajudante(US$/km)[9]	0.014	0.014	0.014	0.014
14- Mecânico(US$/km)[10]	0.009	0.009	0.009	0.009
15- Lavagem(US$/km)[11]	0.013	0.013	0.013	0.013
16- Cpkm(US$/km)[12]	0.292	0.399	0.582	0.843

1- Vida Útil (anos);
2- Cosumo de combustível (l/km);
3- Consumo de óleo (l/km);
4- Custo do combustível (US$/km);
5- Custo do óleo (US$/km);
6- Custo com peças (US$/km);
7- Custo com pneus (US$/km);
8- Custo com motorista (US$/km);
9- Custo com ajudante (US$/km);
10- Custo com mecânico (US$/km);
11- Custo com lavagem (US$/km);
12- Custo total por quilômetro (US$/km).

QUADRO 20: Freqüências mensais mínimas por tipo de veículo por arco da rede nos mercados.

	VEÍCULOS			
MERCADOS	**V1**	**V2**	**V3**	**V4**
M1	-	3	4	4
M2	-	-	-	3
M3	3	1	2	1
M4	9	1	-	-
M5	-	-	4	2
M6	3	4	3	-
M7	-	-	2	1
M8	-	-	2	2
M9	-	-	2	2
M10	3	1	2	-

m- Utilização diária dos veículos ao longo do período de planejamento de 8:00 (oito) horas;

n- Número de dias úteis: 276 (duzentos e setenta e seis);

4.4.2 - Resultados Obtidos

O primeiro quadro, Quadro 21, mostra o comportamento da frota ao longo do período de planejamento, o segundo, Quadro 22, revela as freqüências para cada arco pertencente aos mercados, para cada veículo para cada ano.

QUADRO 21: Comportamento da frota ao longo do horizonte de planejamento.

VEÍCULOS		1990	1991	1992	1993	1994
V1	.EXISTENTES	8.000	10.000	11.000	12.000	13.000
V1	.FRTAMÁXIMA	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000
V1	.ADQUIRIDOS	2.000	1.000	1.000	1.000	1.000
V1	.RETIRADOS	1.000	1.000	2.000	2.000	3.000
V1	.TOTAL	10.000	11.000	12.000	13.000	14.000
V2	.EXISTENTES	9.000	10.000	12.000	15.000	19.000
V2	.FRTAMÁXIMA	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000
V2	.ADQUIRIDOS	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000
V2	.RETIRADOS	1.000	1.000	2.000	2.000	2.000
V2	.TOTAL	10.000	12.000	15.000	19.000	24.000
V3	.EXISTENTES	14.000	19.000	21.000	23.000	25.000
V3	.FRTAMÁXIMA	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000
V3	.ADQUIRIDOS	5.000	2.000	2.000	2.000	2.000
V3	.RETIRADOS	1.000	1.000	2.000	2.000	1.000
V3	.TOTAL	19.000	21.000	23.000	25.000	27.000
V4	.EXISTENTES	22.000	28.000	33.000	39.000	47.000
V4	.FRTAMÁXIMA	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000
V4	.ADQUIRIDOS	6.000	5.000	6.000	8.000	10.000
V4	.RETIRADOS	1.000	1.000	2.000	3.000	4.000
V4	.TOTAL	28.000	33.000	39.000	47.000	57.000

QUADRO 22: Freqüências mensais por veículo, por arco.

		V1	V2	V3	V4
M1	1990	-	3	4	21.6
	1991	-	3	4	25.6
	1992	-	3	4	29.7
	1993	-	3	4	35.5
	1994	-	3	4	41.9
M2	1990	-	-	-	3.3
	1991	-	-	-	3.0
	1992	-	-	-	3.0
	1993	-	-	-	3.0
	1994	-	-	-	3.0
M3	1990	4	1	2	6.0
	1991	4	1	2	6.3
	1992	4	1	2	6.9
	1993	4	1	2	7.2
	1994	4	1	2	7.8
M4	1990	10	30.5	-	-
	1991	10	33.8	-	-
	1992	10	39.5	-	-
	1993	10	49.7	-	-
	1994	10	61.3	-	-
M5	1990	-	-	4	2.0
	1991	-	-	4	2.0
	1992	-	-	4	2.0
	1993	-	-	4	2.0
	1994	-	-	4	2.0
M6	1990	3	4	5.4	-
	1991	3	4	6.8	-
	1992	3	4	8.0	-
	1993	3	4	9.8	-
	1994	3	4	11.6	-
M7	1990	-	-	2	1.9
	1991	-	-	2	2.2
	1992	-	-	2	2.5
	1993	-	-	2	5.0
	1994	-	-	2	6.2
M8	1990	-	-	2	2.0
	1991	-	-	2	2.0
	1992	-	-	2	2.0
	1993	-	-	2	2.0
	1994	-	-	2	2.0
M9	1990	-	-	2	2.0
	1991	-	-	2	2.0
	1992	-	-	2	2.0
	1993	-	-	2	2.0
	1994	-	-	2	2.0
M10	1990	5	2.2	14.0	-
	1991	6.4	3.4	15.9	-
	1992	7.6	4.8	16.5	-
	1993	7.7	5.3	16.6	-
	1994	7.7	5.9	16.6	-

4.5 - Conclusão

O Quadro 23, a seguir, mostra os resultados gerais obtidos para o cenário considerado trazendo os valores para a receita e custo, bem com os quantitativos em insumos utilizados ao longo do período.

QUADRO 23: Resultados gerais para o cenário considerado.

	CENÁRIO
ITEM	I[1]
1- Arcos(unidades)	87,071
2- Receita bruta(mil.US$)	328.134,062
3- Custo(mil.US$)	295.173,763
4- Receita líquida(mil.US$)	32.960,299
5- Demanda(mil.t)	88,612
6- Quilômetros rodados(mil)	60.849,155
7- Horas de utilização(mil.h)	1.013,472
8- Combustível consumido(mil)	42.008,799
9- Lavagens(unidades)	737,307
10- Pneus(mil)	34,985
11- Óleo lubrificante(mil)	28,145
12- Viagens realizadas	89.963,882
13- Veículos adquiridos(unidades)	69,000
14- Frota no último ano(unidades)	122,000
15- T.I.R.(%)[2]	11,166

1- Crescimento 16% a.a.;

2- Taxa Interna de Retorno do investimento.

Desta maneira, o objetivo básico do modelo foi alcançado, qual seja, fornecer os relatórios para auxiliar

o processo decisório da empresa.

Ao tomador de decisão foi oferecida a possibilidade de simular o comportamento da frota ao longo do horizonte de planejamento através da modificação de um ou mais parâmetros envolvidos na análise, parâmetros como, por exemplo, taxa anual de crescimento da demanda, taxa anual de crescimento dos mercados, fator de ocupação e utilização horária diária dos veículos.

O modelo é especialmente eficiente na avaliação de desempenho entre veículos. O processo de escolha entre veículos de mesma capacidade, por exemplo, mas com características econômico-operacionais diferentes pode ser realizado à luz do desempenho do veículo ao longo de todo o horizonte de planejamento.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 - Conclusões

Pode-se concluir que o modelo proposto apresenta as seguintes vantagens, em relação à outros pesquisados, na resolução do problema de planejamento de frota de veículos de transporte.

Em primeiro lugar, a análise é realizada no nível do agrupamento, o que elimina a necessidade da previsão da estrutura precisa das rotas ao longo do período de planejamento.

Em segundo lugar, a análise é realizada para um determinado número de anos ao mesmo tempo, ao invés de um ano por vez. Tal característica só é possível devido à diminuição das dimensões do problema.

Além disto, o tempo de computação, cinco a dez mi-

nutos em um computador dotado de processador Intel 80386, pode ser considerado muito pequeno.

O modelo apresenta ainda a vantagem de, além de se constituir em uma ferramenta de análise operacional, pois gera resultados para variações nos parâmetros constituindo os mais diferentes cenários de estudo, fornecer resultados do ponto de vista econômico, uma vez que é verificado o impacto direto no fluxo de caixa da companhia operadora de transporte, dos efeitos de decisões diversas no tocante à frota de veículos.

Para o empresário ou tomador de decisão o prognóstico operacional, obtido como resultado do processamento significará à princípio:

a- verificação das necessidades reais em termos de veículos, capital e insumos de produção;

b- estimativa dos pontos críticos causados pelo crescimento da companhia;

c- as melhores opções quanto à utilização dos veículos, de capital e insumos de forma a maximizar o lucro da companhia.

Desta forma, o tipo de abordagem total de uma companhia de transportes, aliada à poderosa ferramenta de

processamento de dados, o microcomputador, permite ao planejador identificar e selecionar de acordo com seus interesses os empreendimentos a serem desenvolvidos, exercendo sua atividade com muito mais rapidez e simplicidade em relação aos outros modelos mencionados no Capítulo II.

É inegável também o fato de o custo de processamento e armazenagem dos resultados não se constituir em impeditivo à realização de análises para os mais diferentes cenários, uma vez que todo o processo pode ser desenvolvido em microcomputadores do tipo **PC/XT/AT/80386**. O resultado imediato desta constatação é a maciça utilização do modelo com a execução de novos processamentos para os mais diversos parâmetros.

É importante ressaltar que a utilização do modelo não está limitada somente ao emprego em análises de frota de veículos rodoviários de transporte de carga, ou seja, caminhões. Isto significa dizer que o modelo pode ser empregado para outros tipos de veículos como por exemplo, frotas de táxi, ônibus urbanos, ônibus intermunicipais, aviões de transporte de carga, passageiros ou uso misto (passageiros e carga), companhias locadoras de automóveis, e pelo fato de se constituir em uma ferramenta de análise econômico-operacional, veículos de emprego no transporte específico de produtos como granéis líquidos e sólidos, cargas perigosas, etc..

5.2 - Limitações

Observou-se quando da fase de pesquisa bibliográfica a existência de poucos títulos específicos sobre o assunto planejamento de frota de veículos.

Observou-se, ainda, a inexistência de dados atualizados e completos sobre a frota de veículos rodoviários de transporte de carga no Brasil.

O desenvolvimento teórico da modelagem do problema de otimização combinatória está alguns passos à frente das fronteiras atuais em termos de equipamento de computação e processamento de dados. Entretanto o ritmo verificado no desenvolvimento dos equipamentos leva a crer que estes problemas serão superados em futuro próximo.

5.3 - Recomendações

O estudo do problema de planejamento de frota de veículos de transporte rodoviário de cargas está longe de ser esgotado.

A utilização de microcomputadores abre novas fronteiras no estudo do Problema de Planejamento de Frota de Veículos de Transporte.

O surgimento de novas máquinas, com maior capacidade de processamento e armazenamento de informações por um custo cada vez menor permite retratar com maior precisão e realidade o problema.

Recomenda-se, portanto, a realização de novas abordagens como:

a- Aperfeiçoamento da modelagem do problema - incluindo as características dos nós e sua possibilidade de agrupamento e incluindo características de sazonalidade.

a.1- mínimos de reservas de capital;

a.2- capacidade de produção dos terminais;

a.3- capacidade de endividamento;

a.4- limitação de jornada de trabalho.

b- Implementação de "Software" Específico - elaborar um projeto de "software" específico capaz de em um ambiente integrado executar as tarefas, enumeradas a seguir:

b.1- Realizar o processo de Agrupamento Estatístico Multivariado;

b.2- Realizar o pré-processamento aritmético do conjunto de equações do modelo permitindo uma modelagem interativa por Programação Linear e resolvê-lo a partir da implementação do método do SIMPLEX;

b.3- Gerar gráficos e outras facilidades como elaborar análise estatística dos resultados, permitindo a montagem direta de relatórios facilitando a interpretação dos resultados;

b.4- Análise estatística da decisão, empregando métodos da moderna Teoria da Decisão, verificar a melhor decisão a ser tomada face às condições em análise.

c- Estudo de resultados a partir da introdução de novas restrições - restrições como a capacidade de produção e armazenagem de uma companhia;

d- Utilização de Simulação - seja a partir da implementação de rotinas em linguagem PASCAL, ALGOL, FORTRAN, BASIC, C, e outras, seja com utilização de linguagens específicas de modelagem, como: GPSS (*General Purpose Simulation System*), SIMULA, SIMSCRIPT, ECSL, GSP, CLS, INSIGHT, HOCUS, SIMAN, SLAM e outras.

e- Utilização de Técnicas de Inteligência Artificial e Sistemas Especialistas em Tempo Real - programas utilizando linguagens como LISP, TURBOPROLOG, e outras,

reproduzindo a estrutura lógica do planejamento de "Schedule" de uma companhia operadora de transportes e o impacto na composição de sua frota.

Os sistemas especialistas em tempo real, são sistemas que utilizam esquemas e modelos dinâmicos, regras heurísticas e fórmulas para monitorar variáveis em grandes aplicações envolvendo um alto nível de complexidade. Eles armazenam objetos, classes, conexões, fórmulas e regras de uma base de conhecimento o que revela um potencial de aplicação muito grande na área de transportes e, mais especificamente, no problema de planejamento e frota.

Recomenda-se ainda, a elaboração de um estudo aprofundado considerando a potencialidade de aplicação do método de **Agrupamento Estatístico Multivariado** como forma de agregação de rede nos problemas de transporte, de um modo geral.

APÊNDICE A

IDENTIFICAÇÃO DAS VARIÁVEIS DO MODELO

A_m = número de arcos pertencentes ao mercado m;

A_{mt} = número de arcos pertencentes ao mercado m, no ano t;

C_v = capacidade útil de carga do veículo v (t);

$CDEP_{vt}$ = custo de depreciação do veículo v no ano t (US$);

$CFIN_{vt}$ = custo de financiamento do veículo v no ano t (US$);

$CIND_t$ = custo indireto no ano t (US$);

Co_m = comprimento médio dos arcos pertencentes ao mercado m (km);

$CPFR_{mvt}$ = custo por freqüência no mercado m, do veículo v, no ano t (US$);

$CPKM_{mvt}$ = custo por quilometragem no mercado m, para o veículo v no ano t (US$);

$CPVE_{vt}$ = custo por veículo v, no ano t (US$);

$CREC_{vt}$ = custo de remuneração do capital do veículo v no ano t (US$);

$CTIN_t$ = custo total indireto no ano t (US$);

$CTOT_t$ = custo total no ano t (US$);

$CTFI_t$ = custo total de financiamento no ano t (US$);

$CTPF_t$ = custo total por freqüência no ano t

(US$);

$CTPK_t$ = custo total por quilômetro no ano t (US$);

$CTPV_t$ = custo total por veículo no ano t (US$);

De_{mt} = demanda por arco pertencente ao mercado m, no ano t (t);

Du = número de dias úteis considerados por ano;

FA_{vt} = veículos novos v, acrescentados à frota durante o ano t;

FO_{mv} = fator de ocupação no mercado m, para o veículo v;

FR_{vt} = veículos v retirados de circulação no ano t;

Fr_{mvt} = freqüência de viagens para cada arco pertencente ao mercado m, para o veículo v, no ano t (mensal);

FT_{vt} = veículos v existentes no ano t;

$FT_{v(t-1)}$ = frota total de veículos v no ano t-1;

j = taxa de remuneração desejada (juros de 12% a.a.);

L_t = Receita Líquida no ano t (US$);

$PVEN_{vt}$ = preço de venda do veículo v no ano t (US$);

Pr_v = preço do veículo v (US$);

RB_{mt} = Receita Bruta mensal obtida no

mercado m no ano t (US$);

$RBTO_t$ = Receita Bruta total obtida no ano t (US$);

$RTVV_t$ = receita total proveniente da venda de veículos no ano t (US$);

Tv_m = tempo médio de viagem no mercado m (h);

$TCMD_m$ = taxa anual de crescimento do mercado;

T_{mt} = tarifa cobrada pelo serviço de transporte no mercado m, no ano t (US$/t.km);

Vu_v = vida útil do veículo v (anos);

VPRL = valor presente da receita líquida (US$);

Vr_v = valor residual do veículo v ao fim da vida útil (US$); considera-se o valor residual, ou valor de sucata, como equivalente à 10% do valor total do veículo novo;

β = taxa de desconto, para cálculo do Valor Presente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1- GEIPOT, Anuário Estatístico dos Transportes, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986.

2- Gazeta Mercantil, Renovar e Ampliar a Frota Nacional de Caminhões, pa. 5, 28/06/1990.

3- Jornal do Brasil, ...Brasil tem Defict de quase 100 mil Caminhões..., pa. 14, primeiro caderno, 8/08/1989.

4- TM, Nossa Frota, Cada vez mais Velha, pa. 42-45, agosto, 1986.

5- TM, A Frota Brasileira está Virando Sucata, pa. 33, março, 1988.

6- GEIPOT, Estudo sobre o Transporte Rodoviário de Cargas, 1985.

7- SEI, Secretaria Especial de Informática, Proposta de Plano Setorial de Informática nos Transportes, Relatório da Comissão Especial, Brasília, 84 pa., 1989.

8- TANEJA, Nawal K., Airlines in Transition, Lexington Books, Massachusetts, D. C. Heath, 1981.

9- TANEJA, Nawal K., The Commercial Airline Industry, Lexington Books, Massachusetts, 341 pa., novembro 1979.

10- UELZE, Reginald et alli, Gerência de Transporte e Frotas, Livraria Pioneira Editora, São Paulo, 377 pa., 1978.

11- KIRBY, D., Is Your Fleet the Right Size ?, Operational Research Quarterly, 10, 252 pa., 1959.

12- GOULD, J., The Size and Composition of a Road Transport Fleet, Operational Research Quarterly, Vol. 20

Número 1, pa. 81-91.

13- POLLACK, Maurice, Some Elements of The Airline Fleet Planning Problem, Fleet Planning Department, Lockheed California Company Burbank, Transportation Research, Vol 11, pa. 301-310, 1977.

14- WELLS, Alexander T., Air Transportation, Broward Community College, Wadsworth Publishing Company, 540 pa., 1984.

15- AIRBUS INDUSTRIES, Estudo de Reequipamento da VASP, 1981.

16- PLANASA/VASP, Projeto de Expansão da Frota de Jatos de Passageiros, 2ª versão, PLANASA Planejamento e Assessoria Administrativa S.A., 90 pa., 1976.

17- BOEING COMMERCIAL AIRPLANE COMPANY, VASP, Future Flight Equipment Considerations, Seattle, Washington, Boeing Co., 1980.

18- SIMPSON, Robert W., Computerized Schedule Construction for an Airbus Transportation Sistem, Department of Aeronautics and Astronautics, Flight Transportation Laboratory, MIT, 94 pa., 1966.

19- SIMPSON, Robert W., Scheduling and Routing Models for an Airline System, MIT, Flight Transportation Laboratory, Report R-68-3, Cambridge, dezembro 1969.

20- SWAN, William M., FA-7: 1977 Version of Linear Programming Fleet Assignment Model, Cambridge, Massachusetts, MIT, 1977.

21- SIMÃO, Hugo Passos, Alocação Ótima de Aeronaves e suas Aplicações Normativas, Tese de Mestrado, CTA/ITA, 172

pa., 1983.

22- **LAMOTTE, Hervé J-M. D.**, IFA/1: An Interactive Airline Fleet Assignment Model, Cambridge, Massachusetts, MIT, (S. M. Thesis), 1981.

23- **MATHAISSEL, D. F. X.**, A Cluster Approach to The Airline Fleet Planning Problem, FTL-MIT, 1985.

24- **MACQUEEN, J. B.**, Some Methods for Classification and Analysis of Multivariate Observations, Proceedings of 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1, Berkeley, California, University of California Press, pa. 281-297, 1967.

25- **JOHNSON, Richard A. & WICHERN, Dean W.**, Applied Multivariate Statistical Analysis, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 594 pa., 1982.

26- **SEBER, G. A. F.**, Multivariate Observations, New York, John Wiley, 686 pa., 1984.

27- **HARTIGAN, John A.**, Clustering Algorithms, John Wiley & Sons, 351 pa., 1975.

28- **ANDERBERG, Michael R.**, Cluster Analysis for Applications, Academic Press, Nova York, 359 pa., 1973.

29- **SPÄTH, Helmuth**, Cluster Analysis Algorithms, Ellis Horwood Publishers, Chicester, West Sussex, Inglaterra, 1980.

30- **FLURY, Bernhard & RIEDWYL, Hans**, Multivariate Statistics a Practical Approach, Chapman and Hall, Cambridge, 297 pa., 1988.

31- **BREGALDA, Paulo et alli**, Introdução à Programação Linear, Editora Campus, Rio de Janeiro, 329 pa., 1988.

32- BAZARAA, M.S. & JARVIS, J. J., Linear Programming and Network Flows, John Wiley, New York, 1977.

33- LUENBERGER, D. G., Introduction to Linear and Nonlinear Programming, Addison Wesley, 1973.

34- SIMMONARD, M., Linear Programming, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1966.

35- VIEIRA, José Carlos de Faria, Metodologia de Cálculo de Custos no Transporte Rodoviário de Cargas e Implicações Tarifárias, Tese de Mestrado, IME, 481 pa., fevereiro 1986.

36- TM, Revista Transporte Moderno, número 142, setembro, 1975.

Tese apresentada por:

Carlos Eduardo Nemer Vieira

e aprovada por:

João Barros de Sá, MSc.

Ronaldo Larcher, MC.

José Carlos de Faria Vieira TCel QEM, MC.

Fernando L. C. MacDowell da Costa, PhD.